جبر خطي ١

الدكتورة: شغف زوربا

المحاضرة : الثالثة

التاريخ : ٢٠١٦/١٠/٢٠

إعداد : منى

محاضرة الثالثة: جبر خطي (١)

* صفات قوانين التشكيل:

ليكن $(*, \tau)$ قانوني تشكيل داخلي معرفين على مجموعة غير خالية A.

① τ تبديلي إذا وفقط إذا تحقق: $\forall x,y \in A \quad x\tau y = y\tau x$

② τ تجميعي إذا وفقط إذا تحقق $\forall x,y,z \in A \quad (x\tau y)\tau z = x\tau(y\tau z)$

③ نقول عن عنصر حيادي e في المجموعة A أنه عنصر حيادي بالنسبة لقانون تشكيل τ إذا وفقط إذا تحقق

$\forall a \in A : a\tau e = e\tau a = a$

④ نقول عن عنصر t في مجموعة A أنه ماص بالنسبة للقانون التشكيل τ إذا وفقط إذا تحقق:

$\forall a \in A : a\tau t = t\tau a = t$

⑤ إن العنصر $a \in A$ ظيراً (مقلوباً) في مجموعة A بالنسبة للقانون التشكيل τ إذا وفقط إذا تحقق:

$\exists a' \in A : a\tau a' = a'\tau a = e$

⑥ إن قانون التشكيل $*$ قابل للتوزيع على قانون تشكيل τ إذا وفقط إذا تحقق:

$\forall a,b,c \in A : a * (b\tau c) = (a*b)\tau(a*c)$

⑦ إن قانون التشكيل $*$ قابل للتوزيع على τ إذا وفقط إذا تحقق:

$\forall a,b,c \in A : a*(b\tau c) = (a*b)\tau(a*c)$

$(b\tau c)*a = (b*a)\tau(c*a)$

⑧ لإثبات مجموعة غير خالية A مزودة بقانون تشكيل واحد أو قانوني تشكيل نتحقق بينهما بحيث

* تعريف (الزمرة)

ليكن A مجموعة غير خالية و τ و $*$ قانوني تشكيل داخلي معرفين على A على التوالي:

نقول عن البنية الجبرية (A,τ) أنها زمرة تبديلية إذا تحقق ما يلي:

① τ تبديلي وتجميعي

② يوجد عنصر حيادي $e \in A$

③ من أجل كل عنصر $a \in A$ يوجد نظير a' له في A

نقول عن البنية الجبرية $(A,\tau,*)$ أنها حقل إذا تحقق

① (A,τ) زمرة تبديلية

② $(A^*,*)$ زمرة تبديلية حيث A^* هي مجموعة A باستثناء العنصر الحيادي بالنسبة للقانون τ

③ يقبل التوزيع على τ

مثال:

ليكن $+$ قانون الجمع المألوف على الأعداد وليكن $\cdot$ قانون الضرب المألوف على الأعداد، عندئذ:

$(\mathbb{Z},+)$ تشكل زمرة تبديلية

$(\mathbb{Z},\cdot)$ لا تشكل زمرة تبديلية لأن:

$2 \in \mathbb{Z}$ ليس له نظير (مقلوب) في $\mathbb{Z}$

$(\mathbb{Q}^*,\cdot)$ زمرة تبديلية بالنسبة لقانون الضرب المعرف على المجموعة الأعداد الجدائية $\mathbb{Q}$

حيث $\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

$(\mathbb{Q},+,\cdot)$, $(\mathbb{R},+,\cdot)$, $(\mathbb{C},+,\cdot)$ هي حقول. حيث $\mathbb{R}$ مجموعة الأعداد الحقيقية و $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد العقدية (المركبة)

ملاحظة:

بالنسبة لعنصر ما ليكن a نرمز للنظير a- والمقلوب a^{-1}

ملاحظة:

نقول عن زمرة أنها زمرة تبديلية إذا كان قانون التشكيل المعرف عليها تبديلي أي يحقق الشرط

$\forall x,y \in A : x*y = y*x$

انتهت المحاضرة

★ ادعو لنا بالتوفيق ★