مبادئ الإحصاء والاحتمالات

الدكتور : أحمد يونس

المحاضرة : الثالثة عشر

إعداد : زهرة + شهيناز

Syria Math

Subject :

المحاضرة الثالثة عشر (13)

مثال :

صندوق يحوي كرتين بيضاوين وكرتين سوداوين وثلاث كرات حمراء نسحب من الصندوق ثلاث كرات فما احتمال أن تكون جميعها حمراء

الحل :

لتكن A_1 الحدث الدال على كون الكرة المسحوبة الأولى حمراء

A_2 الحدث الدال على كون الكرة المسحوبة الثانية حمراء

A_3 الحدث الدال على كون الكرة المسحوبة الثالثة حمراء

★ $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_3) \cdot P(A_2/A_1) \cdot P(A_3/(A_1 \cap A_2))$

لدينا $P(A_1) = \frac{3}{7}$ ، $P(A_2/A_1) = \frac{2}{6}$

$P(A_3/A_1 \cap A_2) = \frac{1}{5}$

بالتعويض في ★ نجد :

$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{35}$

((استقلال الأحداث العشوائية))

1) تعريف :

نقول عن الحدثين A , B من الفضاء الاحتمالي (Ω, A, P) أنهما مستقلان إذا تحقق الشرط $P(B) \neq 0$ حيث $P(A/B) = P(A)$

2) تعريف مكافئ :

نقول عن الحدثين A , B من الفضاء احتمالي (Ω, A, P) أنهما مستقلان إذا تحقق الشرط

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

نتيجة : التعريفان السابقان متكافئان

الإثبات : ② ⇐ ① لنفرض صحة التعريف الأول صحيح وبسبب قانون احتمال للجداء

$P(A \cap B) = P(A/B) \cdot P(B)$

ولكن حسب الفرض

$P(A/B) = P(A)$

وبالتالي يكون $P(B) \neq 0$ حيث

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

(⇒) لنفرض أن التعريف الثاني محقق

أي $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

لكن $P(B) \neq 0$ حينئذ

$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)}$

$= P(A)$

مثال : لتكن التجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة ولتكن الأحداث

$A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{1, 6\}$, $C = \{1, 2, 3, 4\}$

مطلوب : بين أي من هذه الأحداث مستقل مع آخر .

الحل :

$P(A \cap B) = P(\{6\}) = \frac{1}{6}$

$P(A \cap C) = P(\{2, 4\}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$P(B \cap C) = P(\{1\}) = \frac{1}{6} = P(A \cap B)$

$P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$P(C) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

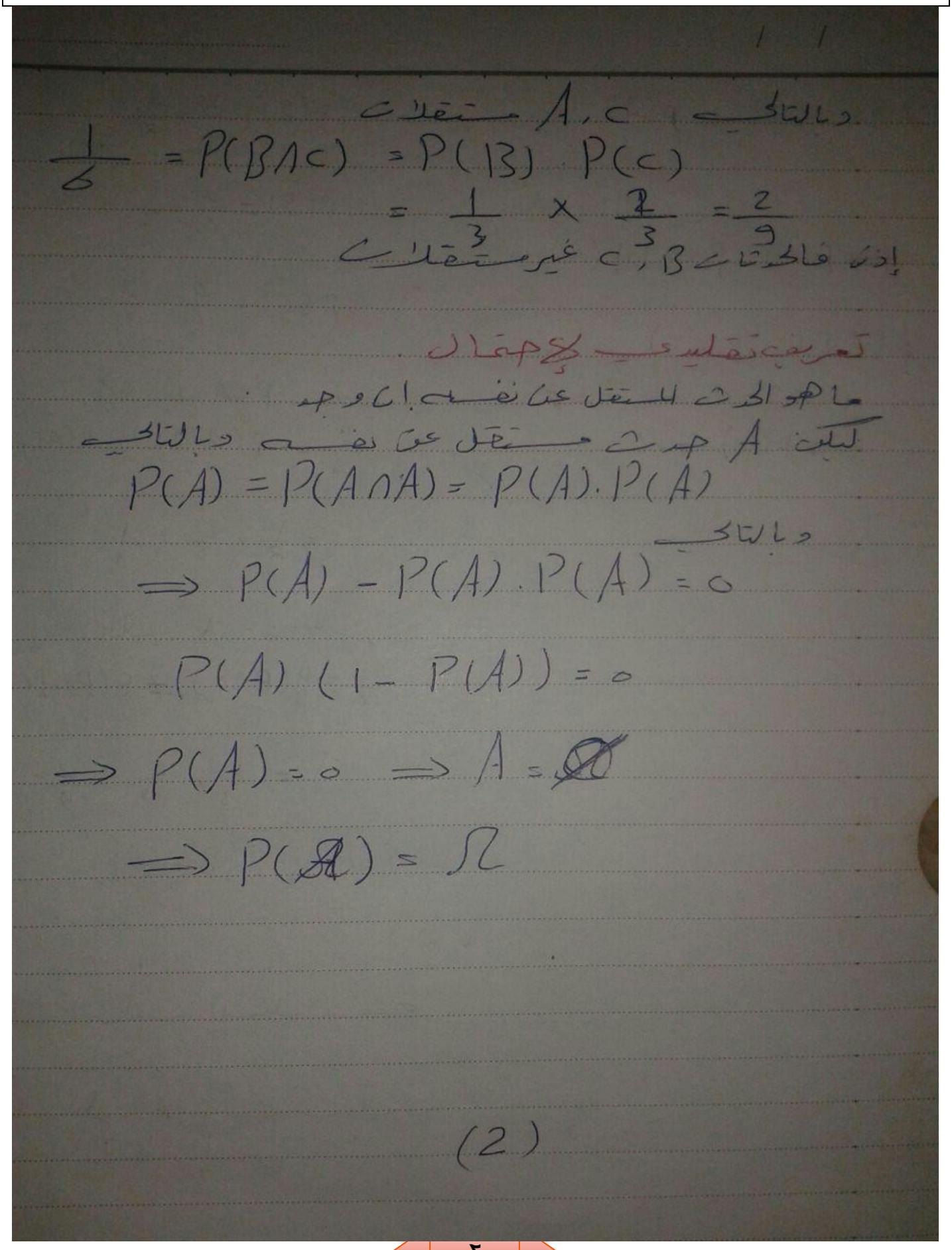
وبالتالي A , B مستقلان

$\frac{1}{3} = P(A \cap C) = P(A) \cdot P(C)$

$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

AL SAMRAH

(1)



وبالتالي A, C مستقلان

$$\frac{1}{6} = P(B \cap C) = P(B)\,P(C)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

إذن فالحادثتان B, C غير مستقلتان

تعريف تقليدي للاحتمال

ما هو الحدث المستقل عن نفسه إن وجد

لتكن A حدث مستقل عن نفسه وبالتالي

$$P(A) = P(A \cap A) = P(A).P(A)$$

وبالتالي

$$\Rightarrow P(A) - P(A).P(A) = 0$$

$$P(A)\,(1 - P(A)) = 0$$

$$\Rightarrow P(A) = 0 \Rightarrow A = \emptyset$$

$$\Rightarrow P(\Omega) = \Omega$$

(2)