هندسة تحليلية

الدكتورة: ميسم جديد

المحاضرة : السابعة

إعداد : منى + راما

Web: www.syriamath.net

group: Improve our mathematics

Subject :

/ / المساعد: منى * راما * المحاضرة السابعة

٦/ حزمة المستويات المارة من مستقيم:

معادلة حزمة المستويات المارة من المستقيم:
ليكن لدينا المستقيم D المعطى بتقاطع المستويين:

$$D:\begin{cases} Q_1 \equiv p_1x+q_1y+r_1z+h_1=0 \\ Q_2 \equiv p_2x+q_2y+r_2z+h_2=0 \end{cases}$$

تعطى معادلة حزمة المستويات المارة من المستقيم D الناتج من تقاطع مستويين Q_1 و Q_2 بالعلاقة التالية:

$$Q_\lambda(x,y,z) \equiv Q_1(x,y,z)+\lambda Q_2(x,y,z)=0$$

$$p_1x+q_1y+r_1z+h_1+\lambda(p_2x+q_2y+r_2z+h_2)=0$$

$$(p_1+\lambda p_2)x+(q_1+\lambda q_2)y+(r_1+\lambda r_2)z+(h_1+\lambda h_2)=0 \quad *$$

العلاقة * تمثل معادلة حزمة المستويات المارة بالمستقيم D.

مثال: أوجد معادلة حزمة المستويات المارة بالمستقيم D حيث D:

$$D\begin{cases} 8x+4y-5z+1=0 \\ x+2y-6z+4=0 \end{cases}$$

$$Q_\lambda(x,y,z)=8x+4y-5z+1+\lambda(x+2y-6z+4)=0$$

$$=8x+4y-5z+1+\lambda(x+2y-6z+4)$$

$$=8x+4y-5z+1+\lambda x+2\lambda y-6\lambda z+4\lambda$$

$$=(8+\lambda)x+(4+2\lambda)y+(-5-6\lambda)z+(1+4\lambda)=0$$

هي معادلة حزمة المستويات المارة بالمستقيم D.

عندما $\lambda=0$ نحصل على معادلة المستوي الأول

٧/ المستقيم في الفراغ:

الحالة الأولى

يتعين المستقيم في الفراغ بنقطة معلومة ومنحى معلوم أو بنقطتين معلومتين أو بتقاطع مستويين.

الحالة الثانية - الحالة الثالثة

* معادلة مستقيم يمر بنقطة معلومة ويوازي منحى معلوم «سؤال دورات»

لتكن لدينا النقطة $M_0(x_0,y_0,z_0)$ نقطة معلومة و $\vec{V}(u,v,w)$ منحى،
نفرض $M(x,y,z)$ نقطة متحولة على المستقيم
المطلوب كتابة شرط في جميع أوضاع النقطة M تحقق العلاقة التالية:

$$\overrightarrow{M_0M} \parallel \vec{V} \Leftrightarrow \overrightarrow{M_0M}=\lambda\vec{V}$$

$$\overrightarrow{M_0M}=(x-x_0)\vec{i}+(y-y_0)\vec{j}+(z-z_0)\vec{k}$$

$$\vec{V}=u\vec{i}+v\vec{j}+w\vec{k}$$

$$(x-x_0)\vec{i}+(y-y_0)\vec{j}+(z-z_0)\vec{k}=\lambda(u\vec{i}+v\vec{j}+w\vec{k})$$

$$\begin{rcases} x-x_0=\lambda u \\ y-y_0=\lambda v \\ z-z_0=\lambda w \end{rcases} \Rightarrow \begin{aligned} x&=x_0+\lambda u \\ y&=y_0+\lambda v \\ z&=z_0+\lambda w \end{aligned}$$

المعادلات الوسيطية للمستقيم

$$\begin{rcases} \dfrac{x-x_0}{u}=\lambda \\ \dfrac{y-y_0}{v}=\lambda \\ \dfrac{z-z_0}{w}=\lambda \end{rcases} \Rightarrow$$

$$\frac{x-x_0}{u}=\frac{y-y_0}{v}=\frac{z-z_0}{w}$$

المعادلات الديكارتية

Subject:

«سؤال نظري»

* معادلة مستقيم يمر بنقطتين معلومتين:

لتكن النقطتين المعلومتين M_1M_2 احداثياتها

$M_1(x_1,y_1,z_1)$, $M_2(x_2,y_2,z_2)$

من المستقيم D والمطلوب: إيجاد معادلة المستقيم المار بـ M_1M_2.

نفرض $M(x,y,z)$ نقطة متحركة على المستقيم المطلوب عندئذٍ في جميع أوضاع النقطة M تحقق العلاقة التالية:

$\overrightarrow{M_1M} \parallel \overrightarrow{M_1M_2} \Rightarrow \overrightarrow{M_1M} = \lambda \overrightarrow{M_1M_2}$

$(x-x_1)\vec{i}+(y-y_1)\vec{j}+(z-z_1)\vec{k}=$

$\lambda(x_2-x_1)\vec{i}+(y_2-y_1)\vec{j}+(z_2-z_1)\vec{k}$

$$\left.\begin{aligned} x-x_1&=\lambda(x_2-x_1)\\ y-y_1&=\lambda(y_2-y_1)\\ z-z_1&=\lambda(z_2-z_1)\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{z-z_1}{z_2-z_1}$$

$$\left.\begin{aligned} x&=x_1+\lambda(x_2+x_1)\\ y&=y_2+\lambda(y_2+y_1)\\ z&=z_2+\lambda(z_2+z_1)\end{aligned}\right\} \text{العلاقات الوسيطية}$$

* إيجاد معادلة مستقيم يمثل تقاطع مستويين:

ليكن لدينا المستويين: «سؤال تحريري»

$Q_1 \equiv P_1x+q_1y+r_1z+h_1=0$

$Q_2 \equiv P_2x+q_2y+r_2z+h_2=0$

لإيجاد معادلة المستقيم الناتج من تقاطع المستويين أولاً: نحدد منحى هذا المستقيم أي نقوم بإيجاد

$$\vec{V}=\vec{N_1}\wedge\vec{N_2}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ P_1 & q_1 & r_1\\ P_2 & q_2 & r_2\end{vmatrix}$$

ثم نعين نقطة تنتمي إلى هذا المستقيم وهي تنتج من حل جملة المعادلتين المستويين، وذلك بعد إعطاء قيمة لأحد المتحولات الثلاثة حيث تتحول هذه الجملة إلى جملة معادلتين بمجهولين نحل هذه الجملة لنحصل على إحداثيات نقطة تنتمي إلى المستقيم المطلوب، وبذلك تكون قد ردت هذه الحالة إلى الحالة الأولى.

الزاوية بين مستقيمين في الفراغ: هي الزاوية بين منحيي المستقيمين فإذا كان V_1 منحى المستقيم D_1 و $\vec{V_1}(u_2,v_2,w_2)$ و $\vec{V_2}(u_1,v_1,w_1)$ منحى المستقيم D_2 فإن:

$\cos\theta = \dfrac{\vec{V_1}\cdot\vec{V_2}}{|\vec{V_1}|\cdot|\vec{V_2}|}$ صيغة ساقطة

وبما أن الزاوية بين المستقيمين هي زاوية ذات القياس الأصغر أي الزاوية الحادة، وبما أن تجيب الزاوية الحادة مقدار موجب إذاً:

$\cos\theta = \dfrac{|\vec{V_1}\cdot\vec{V_2}|}{|\vec{V_1}|\cdot|\vec{V_2}|}$

بعد نقطة عن مستقيم معلوم: يعطى بعد نقطة عن مستقيم معلوم،

$d=\dfrac{|\overrightarrow{M_1M_0}\wedge\vec{V}|}{|\vec{V}|}$ طويلة

البسط يعبر عن الشعاع الناتج من الجداء الخارجي حيث M_0 هي النقطة التي نريد إيجاد بعدها عن المستقيم D و M_1 نقطة اختيارية تنتمي إلى المستقيم D، $\vec{V}$ منحى المستقيم D.

* معادلة مستقيم يتقاطع مستقيمين معلومين ويوازي منحى معلوم:

$P_1 \to Q_1=Px+qy+rz+h=0$

$\quad\ \ Q_2=P_2x+q_2y+r_2z+h=0$

$P_2 \to Q_3=P_3x+q_3y+r_3z+h_3=0$

$\quad\ \ Q_4=P_4x+q_4x+r_4z+h_4=0$

AL SAMRAH