Syria Math

تحليل ١

الأستاذة : علا أسبر

المحاضرة :الثانية

التاريخ : ٢٠١٦/١١/١٥

إعداد : رهف + رسمية + شهيناز

Web: www.syriamath.net group: Improve our mathematics

الجلسة الثانية عشر 10/11/2016م

أوجد قيم x التي تحقق كل من المتراجحات الآتية معاً :

1) $\big||x+1|-|x-1|\big|<1$

بالتربيع

$(x+1)^2+(x-1)^2-2|x+1|\cdot|x-1|<1$

$x^2+2x+1+x^2-2x+1-2x+1-2|x^2-1|<1$

$2x^2+1<2|x^2-1|$

بالتربيع

$4x^4+4x^2+1<4(x^2-1)^2$

$4x^4+4x^2+1<4x^4-8x^2+4$

$12x^2-3<0$

$4x^2-1<0$

$(2x-1)(2x+1)<0$

		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$	
	$+$	0	$+$ تحقق	0	$+$

$\Rightarrow x\in\left]-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right[$

2) $|x|>x$

$x\geq 0\Rightarrow x>x$ مستحيل

$x<0\Rightarrow -x>x\Rightarrow 2x<0$

$\Rightarrow x<0$

$x\in\left]-\infty,0\right[$

3) $-|x|<x$

$x>0\Rightarrow -x<x\Rightarrow x>0$

$x<0\Rightarrow -(-x)<x\Rightarrow x<x$ مستحيل

$x\in\left]0,+\infty\right[$

4) $|x|<x$

$x\geq 0\Rightarrow x<x$ مستحيل

$x<0\Rightarrow -x<x\Rightarrow 0<2x$

$\Rightarrow x>0$ مستحيل

مجموعة الحلول خالية

5) $|x|<-2$

مجموعة الحلول خالية

6) $|2x-4|=|x-4|$

بالتربيع

$4x^2-16x+16=x^2-8x+16$

$3x^2-8x=0$

$x(3x-8)=0\Rightarrow x\in\left\{0,\frac{8}{3}\right\}$

* نظرة على المتتاليات

$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=a$

$\forall\varepsilon>0\,;\ \exists N_\varepsilon : |a_n-a|<\varepsilon\,;\ \forall n\geq N_\varepsilon$

تمارين

1] $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n+1}{n} = 1$

$\forall \varepsilon > 0 ,\ \exists N_\varepsilon : \left| \dfrac{n+1}{n} - 1 \right| < \varepsilon$

$\forall n > N_\varepsilon$

$\left| \dfrac{n+1}{n} - 1 \right| = \dfrac{1}{n} < \varepsilon$

$\Longrightarrow n > \dfrac{1}{\varepsilon}$

$N_\varepsilon \geq \left[\dfrac{1}{\varepsilon} \right]$

2] $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2-n}{n^2+1} = 1$

$\forall \varepsilon > 0 ,\ \exists N_\varepsilon : \left| \dfrac{n^2-n}{n^2+1} - 1 \right| < \varepsilon ;$

$\forall n > N_\varepsilon$

$\left| \dfrac{n^2-n}{n^2+1} - 1 \right| = \left| \dfrac{n^2 - n - n^2 - 1}{n^2+1} \right|$

$= \left| \dfrac{-n-1}{n^2+1} \right| = \dfrac{n+1}{n^2+1}$

$\dfrac{n+1}{n^2+1} \leq \dfrac{n+n}{n^2} = \dfrac{2n}{n^2} = \dfrac{2}{n} < \varepsilon$

$\Longrightarrow n > \dfrac{2}{\varepsilon}$

$N_\varepsilon \geq \left[\dfrac{2}{\varepsilon} \right]$

3] $\lim \dfrac{3n-1}{4n+5} = \dfrac{3}{4}$

ملاحظة

هذا التمرين يمكن أن يحل بأكثر من طريقة أي تختلف
قيمة N_ε وكل الإجابات صحيحة

$\left| \dfrac{3n-1}{4n+5} - \dfrac{3}{4} \right| = \left| \dfrac{12n - 4 - 12n - 15}{4(4n+5)} \right|$

$= \left| \dfrac{-19}{16n+20} \right| = \dfrac{19}{16n+20} < \dfrac{20}{16n} = \dfrac{5}{4n}$

$< \dfrac{8}{4n} = \dfrac{2}{n} < \varepsilon$

$\Longrightarrow n > \dfrac{2}{\varepsilon}$

$N_\varepsilon \geq \left[\dfrac{2}{\varepsilon} \right]$

4] $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1+2\cdot 10^n}{5+3\cdot 10^n} = \dfrac{2}{3}$

$\left| \dfrac{1+2\cdot 10^n}{5+3\cdot 10^n} - \dfrac{2}{3} \right| = \left| \dfrac{3 + 6\cdot 10^n - 10 - 6\cdot 10^n}{15 + 9\cdot 10^n} \right|$

$= \left| \dfrac{-7}{15+9\cdot 10^n} \right| = \dfrac{7}{15+9\cdot 10^n} < \dfrac{9}{9\cdot 10^n}$

$= \dfrac{1}{10^n} < \varepsilon$

$\Longrightarrow 10^n > \dfrac{1}{\varepsilon}$

$n > \log\left(\dfrac{1}{\varepsilon}\right)$

$N_\varepsilon \geq \left[\log\left(\dfrac{1}{\varepsilon}\right) \right]$