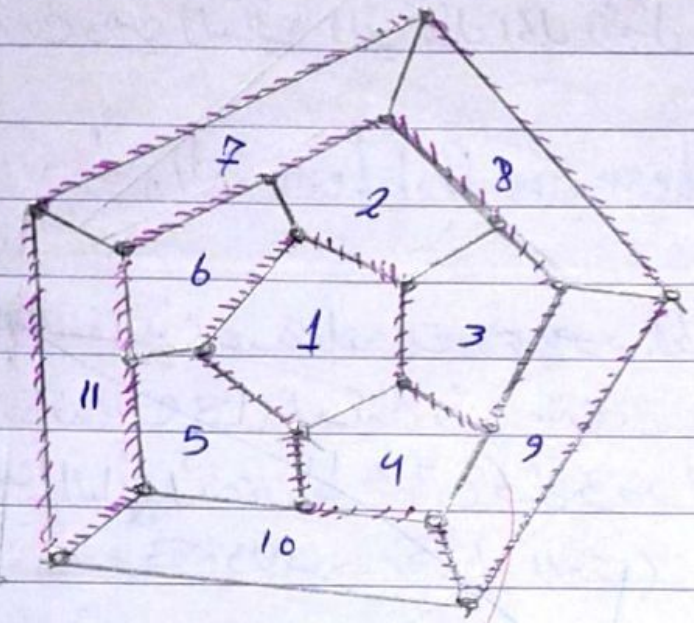
المحاضرة: السابعة

التاريخ: 2016 / 10 / 24

في هذه المحاضرة سنتحدث عن مسألة البائع الجوال ولكن قبل ذلك سنقوم بتذكرة ومراجعة لدائرة هاملتون.



دائرة هاملتون: هي دائرة تحوي جميع عقد البيان دون أن تتكرر فيها العقد.

+ بشرط أن يكون في كل بيان دائرة هاملتون.

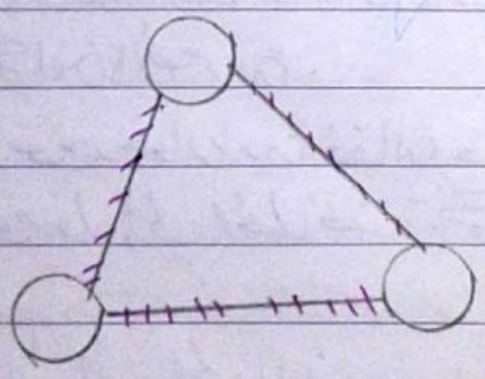
+ البيان التام تحوي $(n-1)!$ دائرة هاملتون حيث n عدد العقد.

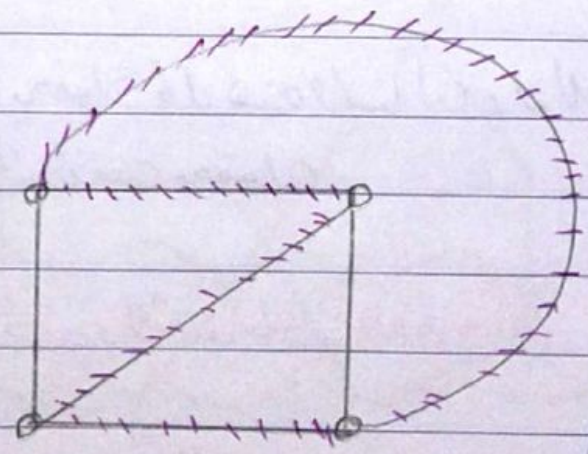
(البيان التام: هو بيان تكون فيه كل عقدة في المجموعة الأولى متصلة بجميع العقد المجموعة الثانية والعكس)

$G=(V;E)$, $|V|=n$

$|E|= n(n-1)/n$

أمثلة على دوائر هاملتون:



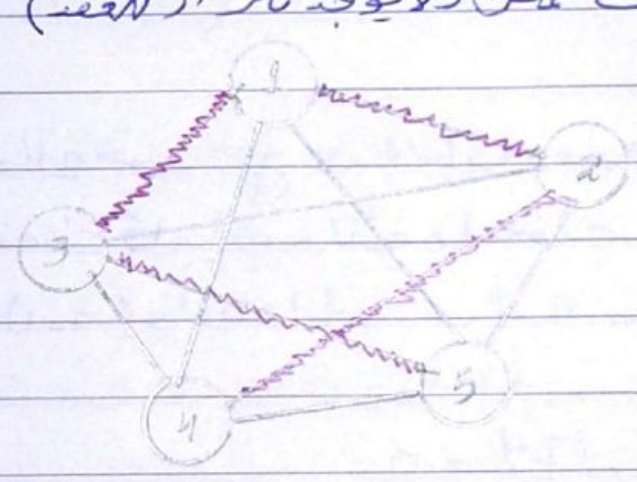


SABBAGH STATIONERY

+ إذا كان البيان بيان موزون فقد والكلفة الأصغرية تكون قد حققنا مايلي
★ المرور على جميع عقد البيان بأقل كلفة ممكنة إما زمنية أو اقتصادية أو أقل جهد.
★ إذا كان البيان يحوي دائرة واحدة يكون الحل وحيد.
★ إذا كان البيان يحوي أكثر من دائرة هاملتون فنبحث عن دائرة هاملتون ذات الكلفة الأصغرية وهي الدائرة التي تمثل الحل الأمثل للعاية المرجوة.

مسألة البائع الجوال: Travelling Salesman Problem

يود بائع جوال التنقل بين عدة بلدات ثم يعود إلى نقطة البداية.
علماً أنه يعلم المسافة بين كل بلدتين مثنى مثنى.
+ كيف ينبغي لهذا البائع أن يخطط جولته بحيث يزور كل منطقة مرة واحدة فقط.
وذلك بأقل وقت ممكن (لا يوجد تكرار للعقد)



★ هذه المسألة تتوافق مع مسألة المسار الأدهر.
★ إن هذه المسألة تحتاج وقت مفهوم نظرية البيان إيجاد دائرة هاملتون ذات الكلفة الأصغرية.
لا توجد خوارزمية فعّالة ذات كلفة محمولة لحل هذه المسألة، لذلك نحاول الوصول إلى الحل بحيث تكون كلفة الخوارزمية محمولة

خطوات الخوارزمية (خوارزمية إيجاد دائرة هاملتون الصغرى):

SABBAGH STATIONERY

1) الخطوة الأولى: step 1 :

ليكن لدينا البيان G ، نختار دارة عشوائية بحيث تكون دارة هاملتون وليكن C
ونحاول أن نطورها بحيث تكون كلفة الدارة أقل.

step 1: find Acycle C Hamlton.

2) الخطوة الثانية: step 2

نبحث عن دارة هاملتون ذات كلفة أصغر من الدارة السابقة، بتعديل مناسب على C
وذلك وفق مايلي:

نوجد ضلعين بحيث يمكن حذفهما ونضيف بمكانهما ضلعين جديدين بحيث يتحقق مايلي:

+ ليكن لدينا: $C = \langle v_1, v_2, \dots v_m, v_1 \rangle$ دارة هاملتون.

عندئذٍ من أجل كل i, j بحيث يكون $1 < i+1 < j < m$

فنحصل على دارة هاملتون جديدة وهي:

$$C_{ij} = \langle v_1, v_2, \dots v_i, v_j, \dots v_{i+1}, v_{j+1}, \dots v_m, v_1 \rangle$$

وذلك بحذف الضلعين: (v_i, v_{i+1}) ، (v_j, v_{j+1})

وإضافة الضلعين: (v_i, v_j) ، (v_{i+1}, v_{j+1})

وتكون الدارة التي حصلنا عليها بعد هذا التعديل أدخل من الدارة C إذا تحقق:

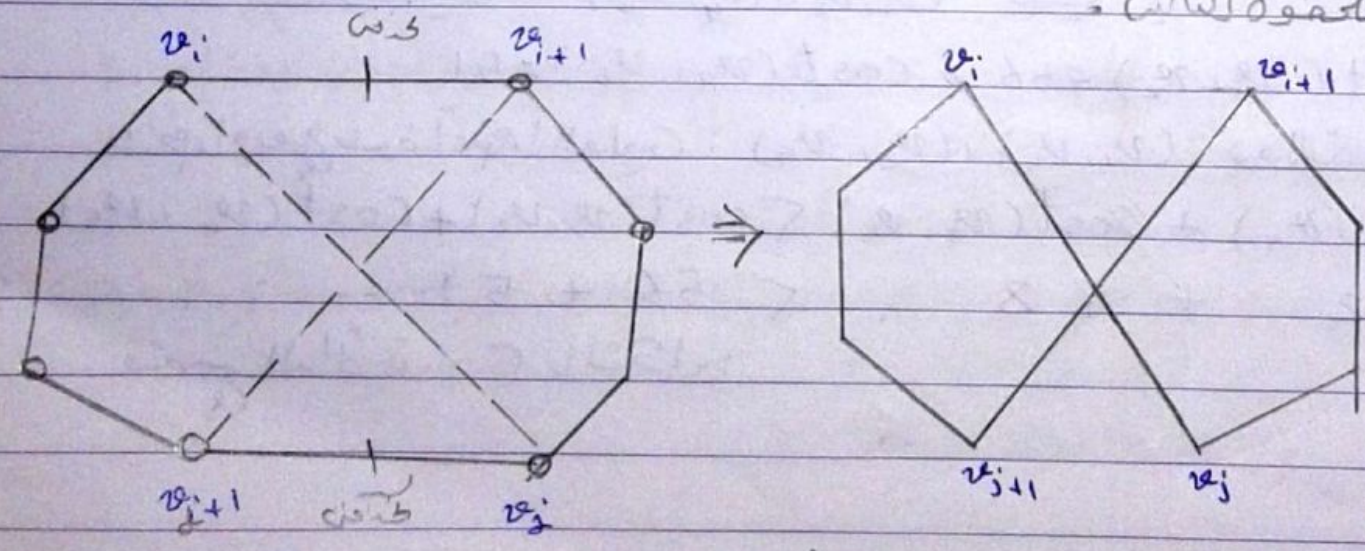
$$cost(v_i, v_j) + cost(v_{i+1}, v_{j+1}) < cost(v_i, v_{i+1}) + cost(v_j, v_{j+1})$$

3) الخطوة الثالثة: step 3 :

تكرر التعديلات السابقة حتى نصل إلى مرحلة لا يمكن فيها إجراء أي تعديل.

(نعيد الخطوة الثانية step 2)

- توضيح للخطوة الثانية:

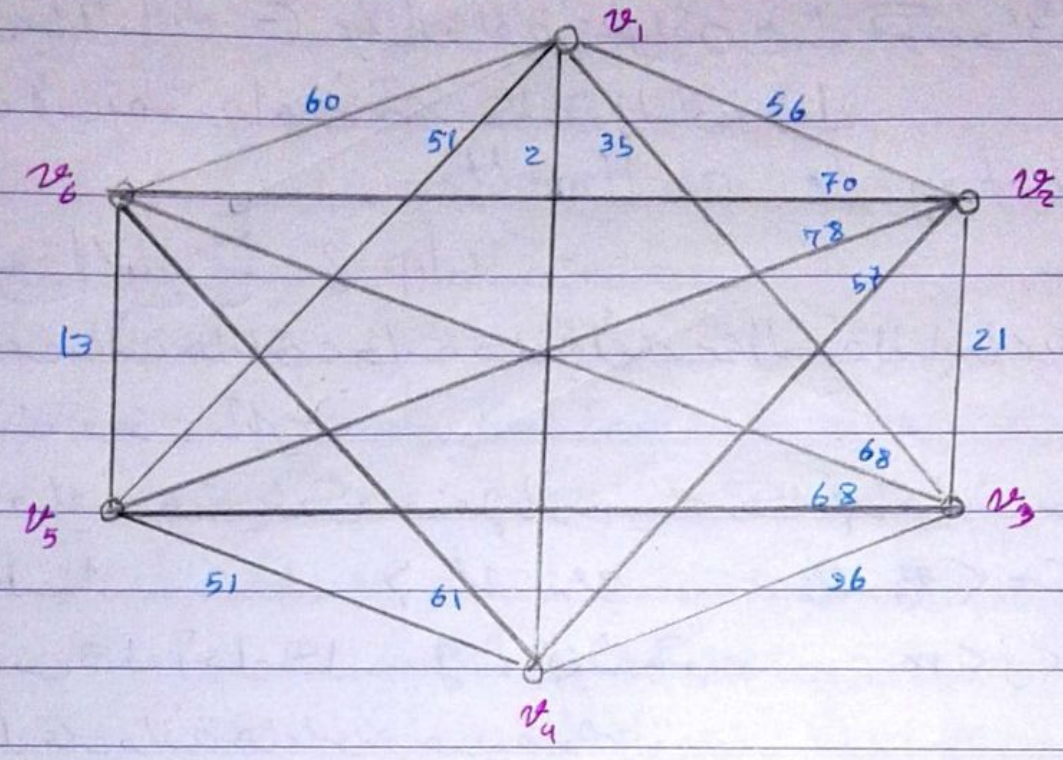


حذف الضلعين (v_i, v_{i+1}) ، (v_j, v_{j+1})

نضع بمكانهما (v_i, v_j) ، (v_{i+1}, v_{j+1})

SABBAGH STATIONERY

مثال: ليكن لدينا البيان التالي:



الحل:

لنأخذ دائرة هاملتون ولتكن C وهي:

$$C = \langle v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_1 \rangle$$

[وبتطبيق الخوارزمية السابقة ثلاث مرات يمكن ان نحصل على دائرة هاملتون ذات كلفة أصغرية كما تحقق في كل مرة نرى التعديل]

إن كلفة الدائرة C هي:

$$cost = 56 + 21 + 36 + 51 + 13 + 60 = 237$$

أولاً: لنختار الضلعين $(v_1, v_2), (v_4, v_5)$ حيث:

$$cost(v_1, v_2) = 56 \;,\; cost(v_4, v_5) = 51$$

كنهما ونضع عوضاً عنهما الضلعين: $(v_1, v_4), (v_2, v_5)$ وذلك لأن:

$$cost(v_1, v_4) + cost(v_2, v_5) < cost(v_1, v_2) + cost(v_4, v_5)$$

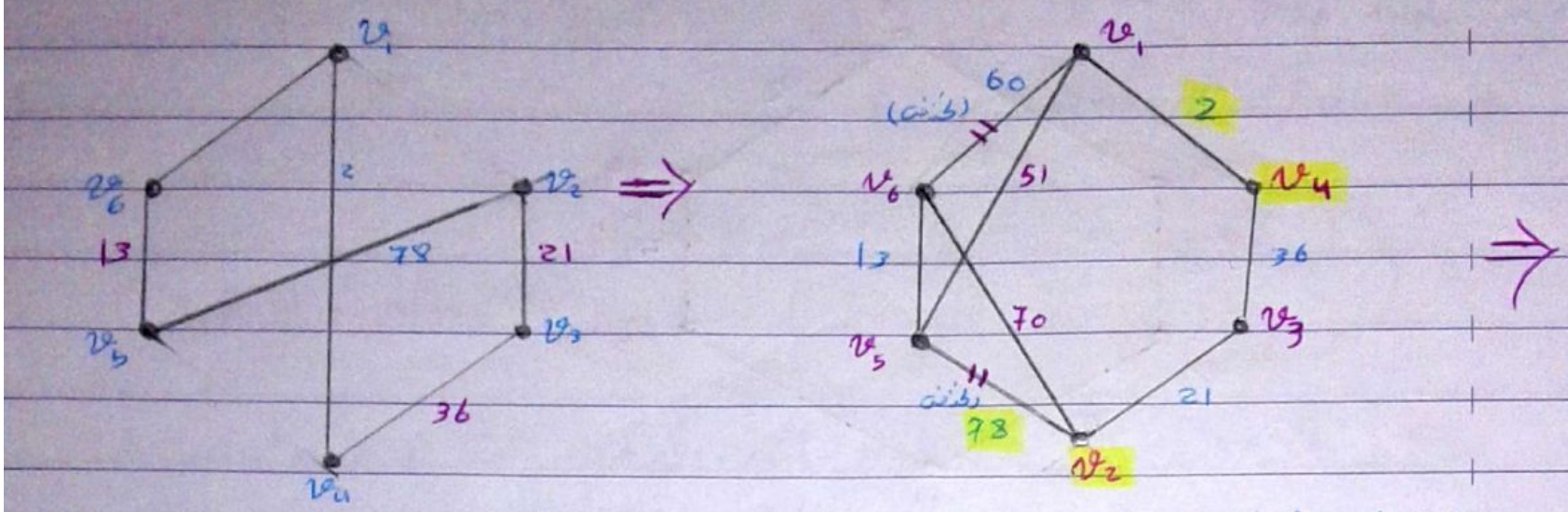
$$2 + 78 < 56 + 51$$

أي

فتصبح الدائرة C بالشكل:

⇐

SABBAGH STATIONERY



التعديل الثاني:

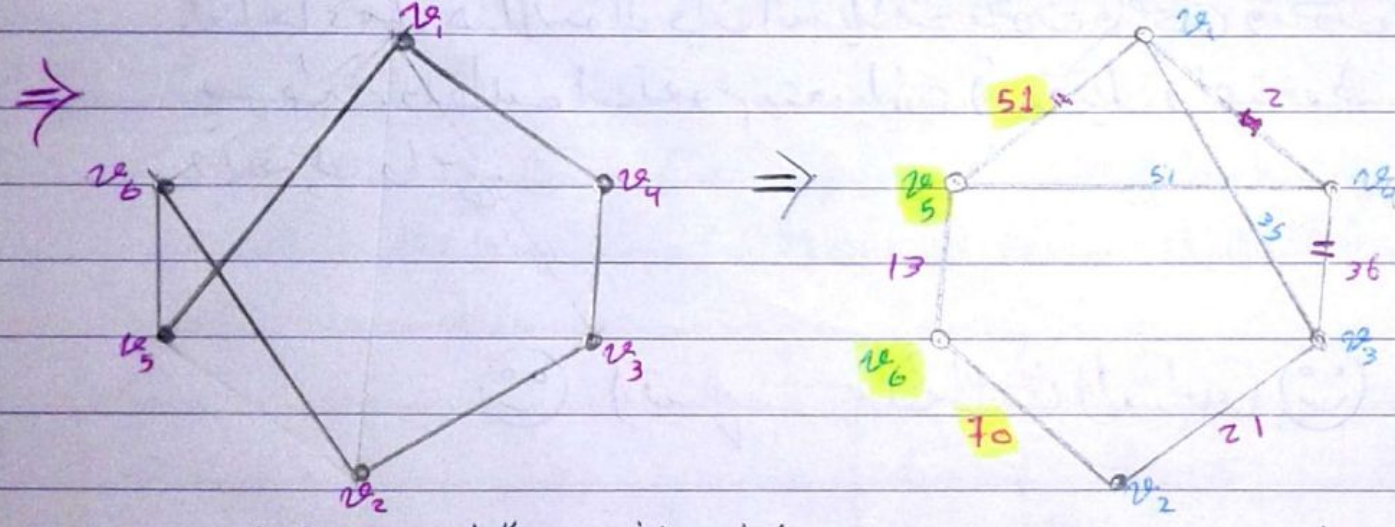
نأخذ الضلعين: (v_1, v_5)، (v_6, v_2) ونضعهما بدلاً من (v_1, v_6)، (v_2, v_5)

ونلاحظ أن شرط التعديل تحقق أي:

$$cost(v_1, v_5) + cost(v_6, v_2) < cost(v_1, v_6) + cost(v_2, v_5)$$

$$51 + 70 < 60 + 78$$

فتصبح الدائرة بالشكل



نأخذ الضلعين (v_5, v_1)، (v_4, v_3) ونحذفهما ونضع عوضاً عنهما الضلعين:

(v_5, v_4)، (v_1, v_3)

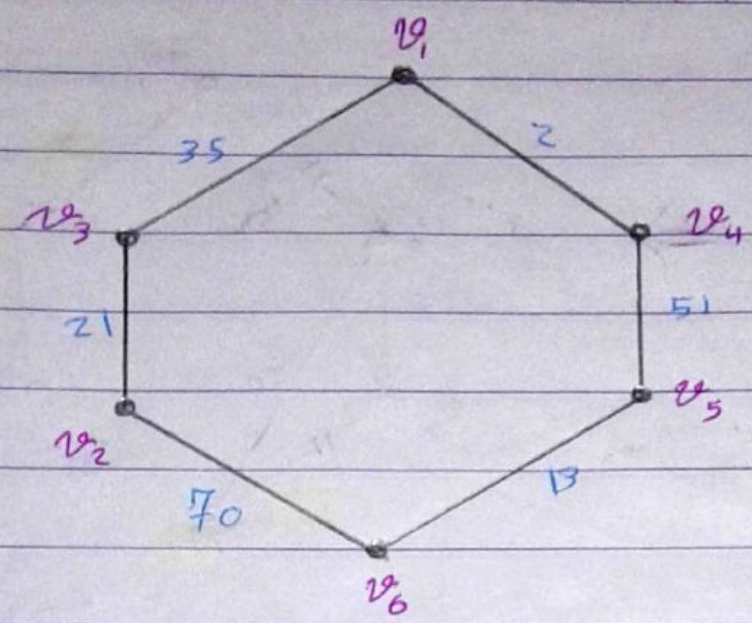
ونلاحظ أن شرط التعديل تحقق أي أن:

$$cost(v_5, v_4) + cost(v_1, v_3) < cost(v_5, v_1) + cost(v_4, v_3)$$

$$51 + 35 < 51 + 36$$

فتصبح الدائرة بالشكل:

SABBAGH STATIONERY



في هذا التمرين أجرينا ثلاث تعديلات على الدائرة، ولكن هناك تعديلات أخرى من الممكن إجراء هذه المتابعة في حلها للوصول إلى دائرة هاملتون ذات التكلفة الأصغرية

في الامتحان:

إذا جاء مثل هذا السؤال فإن التبديلات تكون واضحة وتكون هي تبديلات بسيطة ويطلب أن تقوم بتعديلين أو تعديل واحد فقط ويكون هذا التعديل واضح. ☺

☺ انتهت المحاضرة السابقة ☺

كتابة: نور ظاهر