Syria Math

مبادى الإحصاء والاحتمالات

الدكتور : احمد يونسو

المحاضرة : الحادية عشر

إعداد : زهرة + شهيناز

الإحصاء .. المحاضرة الحادية عشر

طرائق العد :

1) المبدأ الأساسي في العد :

إذا كان لدينا ~~اختيار~~ يتم على r مرحلة، في كل مرحلة i يختار الشخص اختياراً واحداً من أصل m_i اختيار حيث $i=1,\dots,r$ وبالتالي يكون عدد الاختيارات الممكنة :

$$m_1 \times m_2 \times \dots \times m_r$$

كم اختيار سؤال أو اختيار

مثال

رمي قطعة نقود وحجر نرد هو عدد نتائج التجربة (نطبق مبدأ أساسي بالعد) المرحلة الأولى : ما يظهر على قطعة النقود

المرحلة الثانية : ما يظهر على حجر النرد .

$$\left.\begin{aligned} m_1 &= 2 \\ m_2 &= 6 \end{aligned}\right\} \xrightarrow{\text{المبدأ الأساسي بالعد}} m_1 \times m_2 = 2 \times 6 = 12$$

$$\underset{\text{نتائج التجربة}}{\Omega} = \left\{ \begin{array}{l} (H,1)\ (H,2)\ (H,3), \dots, (H,6) \\ (T,1)\ (T,2)\ (T,3), \dots, (T,6) \end{array} \right\}$$

مثال

قاعة احتفال لها أربع أبواب. بكم طريقة مختلفة يمكن الزوج الدخول والخروج بشرط عدم استخدام الباب ذاته في الدخول والخروج

الحل .

المرحلة الأولى : دخول القاعة $m_1 = 4$

المرحلة الثانية : خروج من القاعة $m_2 = 3$

عدد أوامر $r(2)$

عدد طرق المختلفة

$$m_1 \times m_2 = 4 \times 3 = 12$$

2) التباديل : مثال :

يسمى كل تقابل لمجموعة E تحوي n عنصراً على نفسها يسمى "تبديلاً" للمجموعة

وتوجد ... التباديل الممكنة أو المكنة $P(n) = P$ ((1))

لتكن $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ 　　$f: E \to E$ تقابل

يتم تعيين $f(e_1)$ بـ n

يتم تعيين $f(e_2)$ بـ $n-1$

$\vdots$

يتم تعيين $f(e_{n-1})$ بـ 2

" " $f(e_n)$ بـ 1

وفق المبدأ الأساسي بالعد :

$$P(n) = n \times (n-1) \times \dots \times 2 \times 1 = n!$$

$$\boxed{P_n = n!}$$

$E = \{a, b\}$

كم طريقة تقابل

2

مثال ..

كم عدداً مؤلفاً من ~~خمسة~~ أرقام يمكن تشكيله من الأرقام $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ بشرط ألا يتكرر الرقم في العدد أكثر من مرة ...

الحل ...

$$P_5 = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

3) التراتيب :

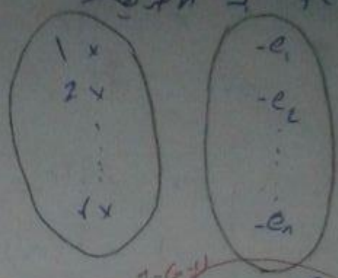
تعريف : إذا كانت E مجموعة في حالة نهائية مؤلفة من n عنصراً وكانت $D = \{1, 2, \dots, r\}$ حيث $r \le n$ وكانت ~~[illegible]~~ $f: D \to E$ دالة متباينة

نسمي "ترتيباً" $(f(1), f(2), \dots, f(r))$ لـ r عنصراً مأخوذ من مجموعة مؤلفة من n عنصر

نرمز لعدد التراتيب الممكنة بـ $A(n, r)$:

شرح :

$f(1) \to n$ طريقة $\quad n-(1-1)$



$f(2) \to n-1$ طريقة $\quad n-(2-1)$

$f(3) \to n-2$ طريقة $\quad n-(3-1)$

$\vdots$

$f(r) \to n-r+1$ طريقة $\quad n-(r+1)$

وفق المبدأ الأساسي في العد يكون :

$$A(n,r) = n \times (n-1) \times \cdots \times (n-r+1)$$

قانون الترتيب

ملاحظة (1)

$$\Longrightarrow A(n,r) = n \times (n-1) \times \cdots \times (n-r+1) \times \frac{(n-r) \times \cdots \times 2 \times 1}{(n-r) \times \cdots \times 2 \times 1}$$

$$\boxed{A(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}}$$

مثال

كم طريقة يمكن توزيع 4 مناصب مختلفة على 6 مرشحين

$$A(6,4) = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$$

أو بتطبيق القانون

$$A(6,4) = \frac{6!}{2!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!} = 360$$

ملاحظة (2) ...

يوجد طريقتين مختلفتين لتشكيل ترتيب جزئي r مأخوذ من مجموعة E تحوي n عنصراً

① الطريقة المباشرة التي تم شرحها سابقاً

② نشكل مجموعة جزئية (أو عدد عناصرها) r : مرحلة أولى

أرتب عناصر المجموعة : مرحلة ثانية

بالتالي وفق المبدأ الأساسي بالعد

$A(n,r) =$ (عدد طرق المرحلة الأولى) $\times$ (عدد طرق المرحلة الثانية)

$$A(n,r) = \left(\underbrace{\text{عدد طرائق المرحلة الأولى}}_{C(n,r)}\right) \times \left(\underbrace{\text{عدد طرق تبديل مجموعة مؤلفة من } r \text{ عنصراً}}_{r!}\right)$$

التوافيق

مثال : لتكن $E \neq \emptyset$ تحوي n عنصراً تمايزاً ولتكن r عدداً طبيعياً حيث $r \leq n$ نسمي كل مجموعة جزئية تحوي r عنصراً في E توفيقاً حجمه r. ونرمز لعدد التوافيق الممكنة بـ $C(n,r)$,

$$A(n,r) = C(n,r) \times r!$$

$$\Longrightarrow C(n,r) = \frac{A(n,r)}{r!}$$

$$= \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

((2))