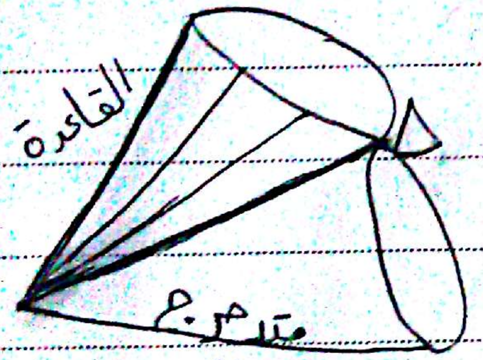
Subject : ....

المحاضرة السادسة:

التدحرج دون انزلاق.

إذا تحرك جسم صلب بالنسبة لجسم صلب ثابت وكانت سرعة نقاط التماس للجسمين معدومة في لحظة معينة فإن حركة الجسم في تلك اللحظة تدعى بحركة تدحرج دون انزلاق
وحامل نقطة التماس هو عبارة عن المحور الآني للدوران.
كما أنه حركة الجسم الصلب الدورانية حول النقطة الثابتة O هي حركة دورانية في كل لحظة حول محور يمر من هذه النقطة «محور آني للدوران».



ملاحظة:
في الجملة الثابتة يرسم ← مخروط القاعدة
وأيضاً في الجملة المتماسكة ← مخروط متدحرج

- إن Δ يمر من النقطة O ويغير موضعه مع مرور الزمن في الفراغ الثابت فيرسم سطح مخروطي يسمى بالقاعدة أو مخروط القاعدة

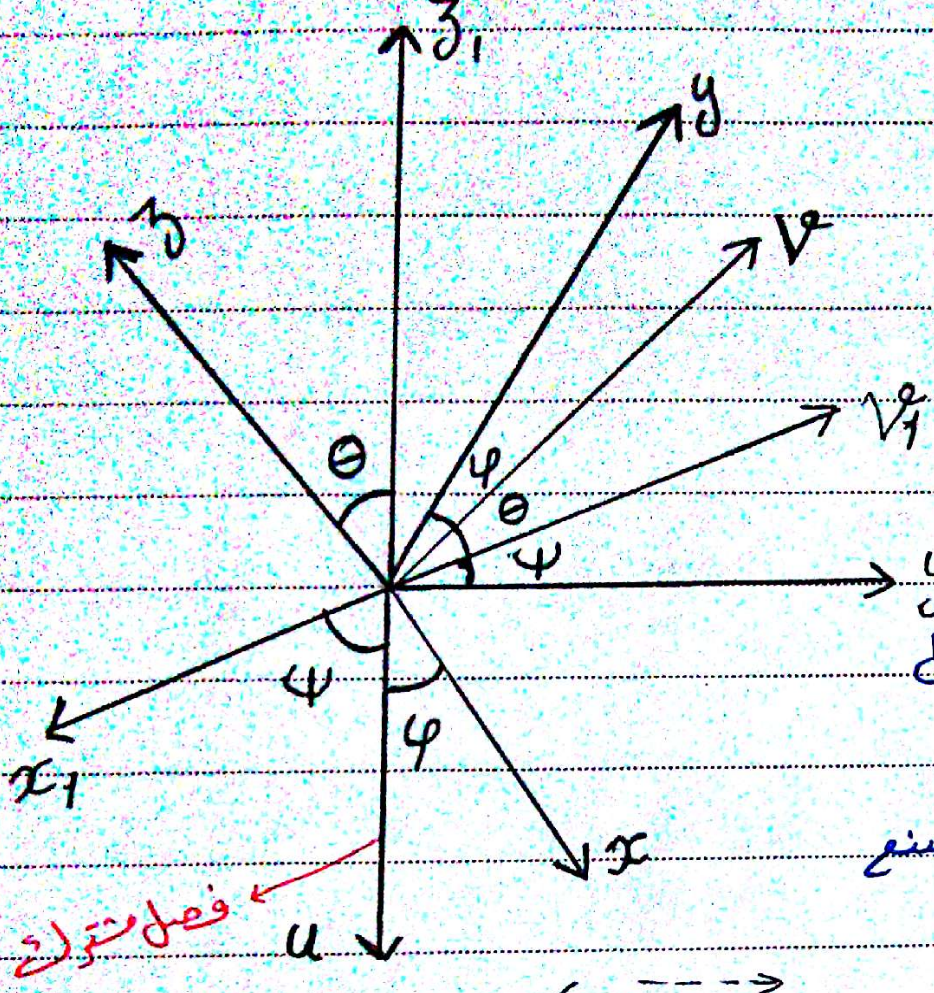
القاعدة:
هي المحل الهندسي للمحور الآني للدوران في الجملة الثابتة.

- إن Δ ينتقل في الفراغ المتماسك مع الجسم مع مرور الزمن بحيث يبقى ماراً من النقطة O الثابتة فيرسم سطح مخروطي نسميه (المخروط المتدحرج) أو المتدحرج.

المتدحرج:
هو المحل الهندسي للمحور الآني للدوران في جملة متماسكة مع جسم الحركة.

إن المخروطان المتدحرج والقاعدة يشتركان بمولد يمر من نقطة O في كل لحظة من الزمن تكون سرع نقاطه معدومة
أي المولد هو المحور الآني للدوران
وتكون حركة الجسم الصلب تدحرج المتدحرج دون انزلاق على مخروط القاعدة

زوايا أولر :



نختار جملة محاور ثابتة $O_1x_1y_1z_1$
وأخرى متماسكة مع الجسم $Oxyz$.
حيث O منطبق على O_1.
وحيث Oy موجودة في Ox_1y_1.

- إن المستويين Ox_1y_1 و Oxy مشتركان بالنقطة O فهما مشتركان بالفصل المشترك Ou.

حيث Ou موجود في المستوي Ox_1y_1 ويصنع مع x_1 زاوية ψ (بساي).

- ψ $(\widehat{Ox_1, Ou})$ (ترتيب الزاوية مهم $\overrightarrow{\psi, \theta, \varphi}$)

ثم حدد بقية الزوايا كما يلي:

- θ $(\widehat{Oz, Oz_1})$ تقع في المستوي Ozz_1
- φ $(\widehat{Ou, Ox})$ تقع في المستوي Oxy

تدعى هذه الزوايا بزوايا أولر (لأنه دورانية حول نقطة ثابتة لذلك اخترنا أولر)

* لنفرض أن الجملة المتماسكة منطبقة على الجملة الثابتة في لحظة البدء.

- ولنثبت أن الدورانات لهذه الزوايا هي كافية لنقل الجملة $Oxyz$ من موضع الانطباق إلى موضع جديد.

$$Ox_1y_1z_1 \xrightarrow[\text{بزاوية } \psi]{\text{دوران حول } Oz_1} Ouv_1z_1 \xrightarrow[\text{بزاوية } \theta]{\text{دوران حول } Ou} Ouvz \xrightarrow[\text{بزاوية } \varphi]{\text{دوران حول } Oz} Oxyz$$

حيث:

$\vec{u} \perp \vec{v_1}$ في المستوي Ox_1y_1

$\vec{u} \perp \vec{v}$ في المستوي Oxy

Ou هو الفصل المشترك للمستويين Ox_1y_1 و Oxy

توزع السرعة:

$\forall M \in S \quad : \quad \vec{V}(M) = \vec{\omega} \wedge \vec{OM}$

(متغير في المنحى والقيمة) آني ← ؛ نقطة ثابتة

ω غير ثابتة لـ M لأن شعاع الدوران لجميع النقط.

مبرهنة:

إن شعاع الدوران الآني لا يتعلق بالنقطة M

الإثبات:

نفرض أن سرعة النقطة تتعلق بـ ω

$\forall A, B \in S$:

$$\vec{V}(B) = \vec{\omega}_B \wedge \vec{OB}$$
$$\vec{V}(A) = \vec{\omega}_A \wedge \vec{OA}$$

و بما أن $A, B \in S$ فإن نظرية المساقط محققة:

$$\underset{AB}{\text{proj}}\, \vec{V}(A) = \underset{AB}{\text{proj}}\, \vec{V}(B)$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{V}(A) = \vec{AB} \cdot \vec{V}(B)$$

$$\underbrace{\vec{AB} \cdot}_{\text{جداء عددي}} (\underbrace{\vec{\omega}_A \wedge \vec{OA}}_{\text{جداء خارجي}}) = \vec{AB} \cdot (\vec{\omega}_B \wedge \vec{OB})$$

(جداء عددي مع جداء خارجي يساوي جداء مختلط)

$$(\vec{AB}, \vec{\omega}_A, \vec{OA}) = (\vec{AB}, \vec{\omega}_B, \vec{OB}) \rightarrow \text{جداء مختلط}$$

نجري تبديل دوراني للأشعة:

$$\Rightarrow (\vec{OA}, \vec{AB}, \vec{\omega}_A) = (\vec{OB}, \vec{AB}, \vec{\omega}_B)$$

$$\Rightarrow (\vec{OA} \wedge \vec{AB}) \cdot \vec{\omega}_A = (\vec{OB} \wedge \vec{AB}) \cdot \vec{\omega}_B$$

$$\Rightarrow (\vec{OA} \wedge \vec{AB}) \cdot \vec{\omega}_A = \left(\underbrace{(\vec{OA} + \vec{AB})}_{\vec{OB}} \wedge \vec{AB} \right) \cdot \vec{\omega}_B$$

$$\left[(\vec{OA} \wedge \vec{AB}) + \underbrace{(\vec{AB} \wedge \vec{AB})}_{=0}\right] \cdot \vec{\omega}_B = (\vec{OA} \wedge \vec{AB}) \cdot \vec{\omega}_A$$

$$(\vec{OA} \wedge \vec{AB}) \cdot \vec{\omega}_B = (\vec{OA} \wedge \vec{AB}) \cdot \vec{\omega}_A$$

$$\Rightarrow \vec{C} \cdot \vec{\omega}_B = \vec{C} \cdot \vec{\omega}_A \Rightarrow \vec{\omega}_B = \vec{\omega}_A$$

$$\underbrace{|\vec{OA} \wedge \vec{AB}|}_{\vec{C}\ \text{ثابت}} \cdot |\vec{\omega}_B| \cdot \sin\theta = \underbrace{|\vec{OA} \wedge \vec{AB}|}_{\vec{C}\ \text{ثابت}} \cdot |\vec{\omega}_A| \cdot \sin\theta$$

نفس الزاوية

بما أن $\vec{\omega}_A \parallel \vec{\omega}_B$ (محمولات على محور الدوران الآني Δ، فهما يصنعان نفس الزاوية)

$$|\vec{C}| \cdot |\vec{\omega}_B| \cdot \cancel{\sin\theta} = |\vec{C}| \cdot |\vec{\omega}_A| \cdot \cancel{\sin\theta}$$

$\vec{\omega}_A \parallel \vec{\omega}_B$ محمولان على محور الدوران الآني Δ

إذاً ؛

$$\vec{\omega}_A = \vec{\omega}_B = \vec{\omega}$$

$$\forall M \in S \ , \ \vec{V}(M) = \vec{\omega} \wedge \vec{OM}$$

شعاع الدوران الآني ، نقطة ثابتة

حيث أن $\vec{\omega}$ هو شعاع الدوران الآني وهو محمول على المحور الآني للدوران الذي يمر دوماً من النقطة الثابتة O

قيمة $\vec{\omega}$ ومنحاه ثابتان للزمن ولا يتغيران من نقطة لأخرى في الجسم.

توزع التسارعات :

هو المشتق الزمني لشعاع السرعة لأي نقطة M

$$\forall M \in S : \vec{\Gamma}(M) = \frac{d\vec{V}(M)}{dt} = \frac{d(\vec{\omega} \wedge \vec{OM})}{dt}$$

$$= \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{OM} + \vec{\omega} \wedge \frac{d\vec{OM}}{dt}$$

Scanned by CamScanner

($\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$ شعاع التسارع الزاوي الآني)

$$\vec{\Gamma}(M) = \vec{\varepsilon} \wedge \vec{OM} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{OM})$$

$$= \vec{\varepsilon} \wedge \vec{OM} + \vec{\omega} \wedge \vec{V}(M)$$

لكن ليس من الضروري أن $\vec{\omega} \parallel \vec{\varepsilon}$ في الحالة العامة.

$$\overset{\text{آني}}{=} \vec{\varepsilon} \wedge \vec{OM} - \omega^2 \cdot \vec{mM}$$

حيث m هي المسقط القائم للنقطة M على محور الدوران الآني.

مركبات شعاع الدوران هي:

$$\boxed{\vec{\omega} = \psi' \vec{k_1} + \theta' \vec{u} + \varphi' \vec{k}}$$

من الدورانات الثلاث السابقة ⓞ

(هنا لا يوجد جملة متماسكة ولا يوجد جملة ثابتة)

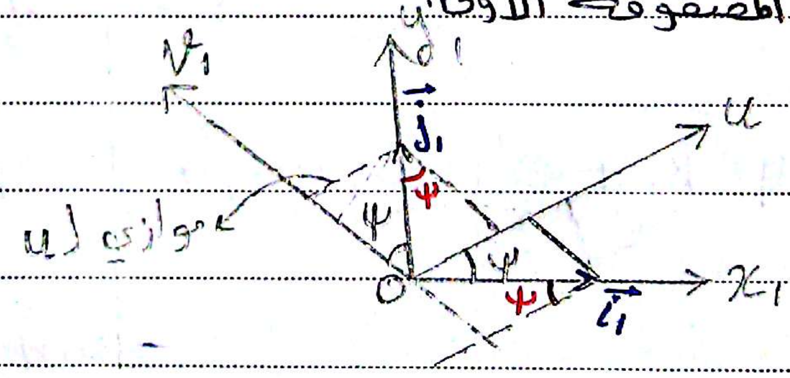
على جملة ثابتة: يوجد ثلاث مصفوفات للتحويل

(نريد أن نحول u و K)

• المصفوفة الأولى:

القطر يصبح عمود

ψ	$\vec{u}$	$\vec{V_1}$	$\vec{k_1}$
$\vec{i_1}$	$\cos\psi$	$-\sin\psi$	0
$\vec{j_1}$	$\sin\psi$	$\cos\psi$	0
$\vec{k_1}$	0	0	1



• المصفوفة الثانية:

θ	$\vec{u}$	$\vec{V}$	$\vec{k}$
$\vec{u}$	1	0	0
$\vec{V_1}$	0	$\cos\theta$	$-\sin\theta$
$\vec{k_1}$	0	$\sin\theta$	$\cos\theta$

المصفوفة تنقلنا من جملة ثابتة إلى متماسكة ومن متماسكة إلى ثابتة.

المصفوفة الثالثة

φ	$\vec{i}$	$\vec{j}$	$\vec{k}$
$\vec{u}$	$\cos\varphi$	$-\sin\varphi$	0
$\vec{v}$	$\sin\varphi$	$\cos\varphi$	0
$\vec{k}$	0	0	1

تعيين شعاع الدوران

$$\vec{\omega} = \psi' \vec{k}_1 + \theta' \vec{u} + \varphi' \vec{k} \quad (*)$$

• على الجملة الثابتة.

- نكتب عبارة $\vec{u}$ من المصفوفة الأولى:

$$\vec{u} = \cos\psi\, \vec{i}_1 + \sin\psi\, \vec{j}_1 \quad (1)$$

وعبارة $\vec{k}$ من المصفوفة الثانية:

$$\vec{k} = -\sin\theta\, \vec{v}_1 + \cos\theta\, \vec{k}_1$$

بتعويض $\vec{v}_1$ بقيمتها من المصفوفة الأولى (مصفوفة ψ) نجد:

$$\vec{k} = -\sin\theta\,(-\sin\psi\, \vec{i}_1 + \cos\psi\, \vec{j}_1) + \cos\theta\, \vec{k}_1$$

$$\vec{k} = \sin\theta\cdot\sin\psi\, \vec{i}_1 - \sin\theta\cdot\cos\psi\, \vec{j}_1 + \cos\theta\, \vec{k}_1 \quad (2)$$

نعوض (1) و (2) في $(*)$ فنجد:

$$\vec{\omega} = \psi' \vec{k}_1 + \theta'(\cos\psi\, \vec{i}_1 + \sin\psi\, \vec{j}_1) + \varphi'(\sin\theta\cdot\sin\psi\, \vec{i}_1 - \sin\theta\cdot\cos\psi\, \vec{j}_1 + \cos\theta\, k_1)$$

$$\vec{\omega} = p_1 \vec{i}_1 + q_1 \vec{j}_1 + r_1 \vec{k}_1$$

$$\left.\begin{aligned} p_1 &= \theta'\cos\psi + \varphi'\sin\theta\cdot\sin\psi \\ q_1 &= \theta'\sin\psi - \varphi'\sin\theta\cdot\cos\psi \\ r_1 &= \psi' + \varphi'\cos\theta \end{aligned}\right\}$$ مركبات شعاع الدوران في الجملة الثابتة

في الجملة المتماسكة:

نكتب عبارة $\vec{u}$ في المصفوفة الثالثة (مصفوفة φ)؛

$$\vec{u} = \cos\varphi\,\vec{i} - \sin\varphi\,\vec{j} \qquad (3)$$

نكتب عبارة $\vec{k_1}$ من المصفوفة الثانية (مصفوفة θ)

$$\vec{k_1} = \sin\theta.\vec{v} + \cos\theta\,\vec{k}$$

نعوض قيمة $\vec{v}$ من المصفوفة الثالثة (مصفوفة φ):

$$\vec{k_1} = \sin\theta(\sin\varphi\,\vec{i} + \cos\varphi\,\vec{j}) + \cos\theta\,\vec{k} \qquad (4)$$

نعوض (3) و (4) في (*) فنجد:

$$\vec{w} = \psi'(\sin\theta.\sin\varphi\,\vec{i} + \sin\theta\cos\varphi\,\vec{j} + \cos\theta\,\vec{k}) + \theta'(\cos\varphi\,\vec{i} - \sin\varphi\,\vec{j}) + \varphi'\,\vec{k}$$

$$\vec{w} = (\psi'\sin\theta.\sin\varphi + \theta'\cos\varphi)\vec{i} + (\psi'\sin\theta\cos\varphi - \theta'\sin\varphi)\vec{j} + (\psi'\cos\theta + \varphi')\vec{k}$$

$$\vec{w} = p\,\vec{i} + q\,\vec{j} + r\,\vec{k}$$

$$\left.\begin{aligned} p &= \psi'\sin\theta.\sin\varphi + \theta'\cos\varphi \\ q &= \psi'\sin\theta.\cos\varphi - \theta'\sin\varphi \\ r &= \psi'\cos\theta + \varphi' \end{aligned}\right\}$$ مركبات شعاع الدوران في الجملة المتماسكة

شعاع السرعة: على المتماسكة: $\vec{v}(M) = \vec{w} \wedge \vec{OM}$

$$\forall M \in S : \vec{v}(M) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix}$$

شعاع التسارع:

$$\vec{\Gamma}(M) = \vec{\varepsilon} \wedge \vec{OM} + \vec{\omega} \wedge \vec{V}(M)$$

$$= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ p' & q' & r' \\ x & y & z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ p & q & r \\ V_x(M) & V_y(M) & V_z(M) \end{vmatrix}$$

(شعاع التسارع الزاوي)

ملاحظة:

في الحركة الدورانية حول نقطة ثابتة إن $\vec{\varepsilon}$ هي مشتق شعاع الدوران الآني بنفس الجملة:

$\vec{\varepsilon}\,(p', q', r')$ ثابتة على المتماسكة

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d}{dt}(p\vec{i} + q\vec{j} + r\vec{k})$$

مشتق جداء = مشتق الأول بالثاني + مشتق الثاني بالأول

إن كل من $\vec{i}$ و $\vec{j}$ و $\vec{k}$ متغيرات مع الزمن.

$$= p'\vec{i} + q'\vec{j} + r'\vec{k} + p\frac{d\vec{i}}{dt} + q\frac{d\vec{j}}{dt} + r\frac{d\vec{k}}{dt}$$

$$= p'\vec{i} + q'\vec{j} + r'\vec{k} + p(\vec{\omega} \wedge \vec{i}) + q(\vec{\omega} \wedge \vec{j}) + r(\vec{\omega} \wedge \vec{k})$$

$$= p'\vec{i} + q'\vec{j} + r'\vec{k} + \vec{\omega} \wedge (p\vec{i} + q\vec{j} + r\vec{k})$$

$$= p'\vec{i} + q'\vec{j} + r'\vec{k} + \underbrace{\vec{\omega} \wedge \vec{\omega}}_{=0}$$

لأن $\vec{\omega} \parallel \vec{\omega}$

$$\Longrightarrow \vec{\varepsilon} = (p', q', r')$$

ملاحظة:

أياً كان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعين ما بحيث $\vec{u} \parallel \vec{v}$ (متوازيين) فإن

$\vec{u} \wedge \vec{v} = 0$ خارجياً

$\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$ كدرياً

السؤال على ما سبق يأتي كما يلي: (الملاحظة)

برهن أن شعاع التسارع الزاوي في الجملة المتماسكة يساوي إلى مشتق شعاع الدوران الآني (في المتماسكة)؟

Scanned by CamScanner

السرعة والتسارع تحليلياً على الثابتة:

- $\vec{V}(M) = \vec{\omega} \wedge \vec{OM}$

$$= \begin{vmatrix} \vec{i_1} & \vec{j_1} & \vec{k_1} \\ p_1 & q_1 & r_1 \\ x_1 & y_1 & z_1 \end{vmatrix}$$ على الثابتة

$$\vec{V}(M) = \underbrace{(q_1 z_1 - r_1 y_1)}_{V_{x_1}}\vec{i_1} + \underbrace{(r_1 x_1 - z_1 p_1)}_{V_{y_1}}\vec{j_1} + \underbrace{(p_1 y_1 - q_1 x_1)}_{V_{z_1}}\vec{k_1}$$

- $\vec{\Gamma}(M) = \vec{\varepsilon} \wedge \vec{OM} + \vec{\omega} \wedge \vec{V}(M)$ على الثابتة

$$= \begin{vmatrix} \vec{i_1} & \vec{j_1} & \vec{k_1} \\ p_1' & q_1' & r_1' \\ x_1 & y_1 & z_1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{i_1} & \vec{j_1} & \vec{k_1} \\ p_1 & q_1 & r_1 \\ V_{x_1}(M) & V_{y_1}(M) & V_{z_1}(M) \end{vmatrix}$$

أوجد القاعدة والمتدحرج تحليلياً أي:

تعيين الحل الهندسي للمحور الآني للدوران تحليلياً:

$\forall M \in S \; : \; \vec{OM} \parallel \vec{\omega}$

في جملة متماسكة $\left\{ \dfrac{x}{p} = \dfrac{y}{q} = \dfrac{z}{r} \right\} \Leftarrow$ معادلتين

- تعطي معادلتين وسيطيتين للمتدحرج وبحذف الزمن نحصل على المعادلة الديكارتية للمتدحرج (p و q و r تابعين للزمن)

(إذا لم نحذف الزمن منهم نحصل على المعادلة الوسيطية للمتدحرج)

((إذا استطعنا نحذف وإذا لم نستطع لا نحذف الزمن))

في الجملة الثابتة $\left\{ \frac{x_1}{p_1} = \frac{y_1}{q_1} = \frac{z_1}{r_1} \right\}$ $\Longleftarrow$ معادلتين

* نحذف الزمن نحصل على المعادلة الديكارتية للقاعدة
* وإذا لم نستطع حذف الزمن نحصل على المعادلات الوسيطية للقاعدة

مسألة:

زوايا أولر

$OABC$ صفيحة على شكل مستطيل تدور حول رأسها الثابت O
بحيث يبقى ضلعها OA ملازماً للمستوي الثابت Ox_1y_1

يعطوا عدد درجات حرية الجسم

والمطلوب:

(1) تعيين وسطاء الحركة المستقلة،

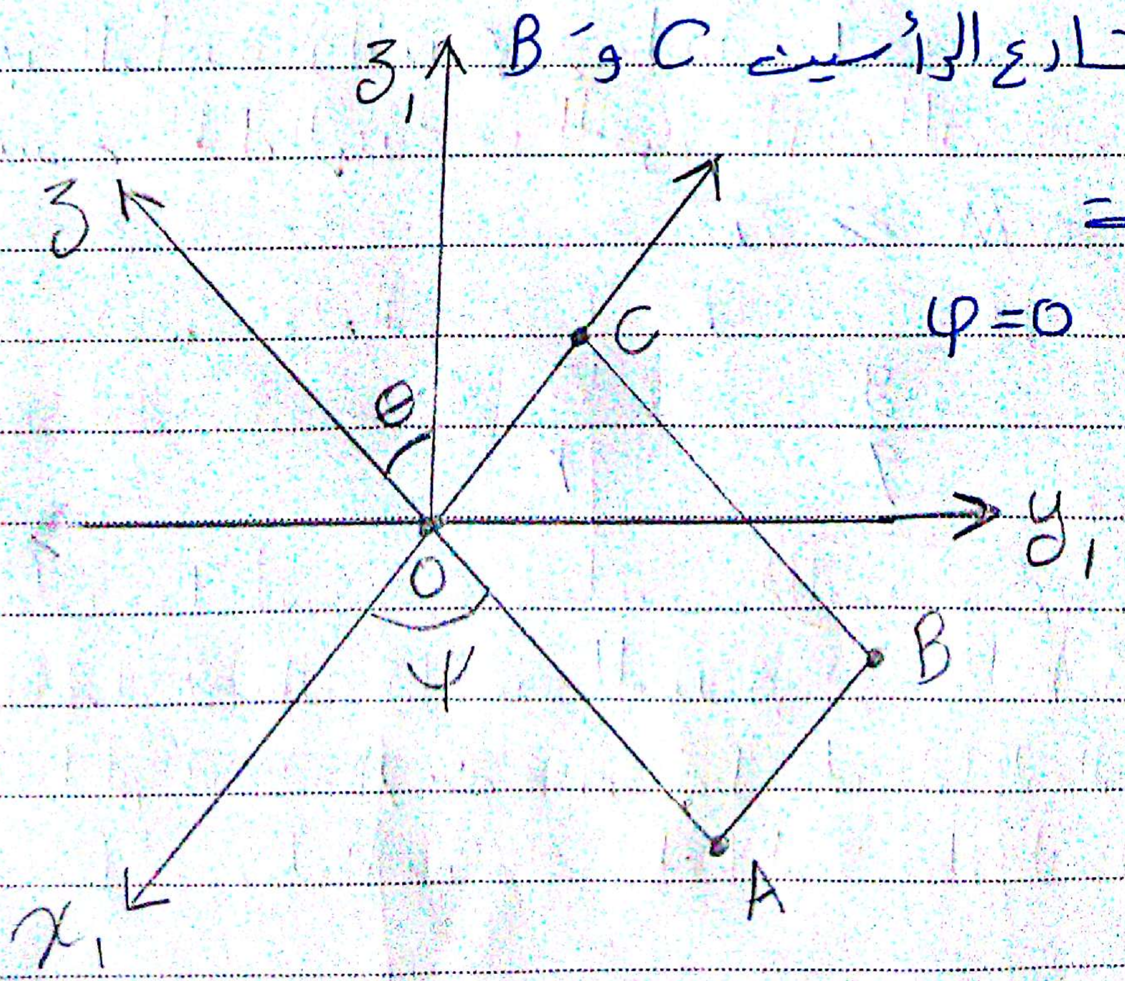
(2) تعيين شعاع الدوران الآني $|\vec{\omega}| = a$

(3) بفرض أن طول شعاع الدوران الآني ثابت ويساوي إلى a
وأن القيمة العددية لسرعة النقطة A تساوي إلى a أيضاً
وأن طول OA يساوي إلى 2 وطول $AB = 1$

والمطلوب:

P- تعيين معادلات حركة الصفيحة

ب- سرعة وتسارع الرأسين B و C



الحل:

(1) وسطاء الحركة

θ , ψ و $\varphi = 0$

$$\vec{\omega} = \psi'\vec{k_1} + \theta'\vec{u} + \underbrace{\varphi'\vec{k}}_{=0}$$ 2

$$= \psi'\vec{k_1} + \theta'\vec{u} = \psi'\vec{k_1} + \underbrace{\theta'\vec{i}}$$

التعليل :

في الجملة المتماسكة لدينا $\vec{u} = \cos\varphi\,\vec{i} - \sin\varphi\,\vec{j}$

وهنا $\varphi = 0 \Leftarrow \cos\varphi = 1$ و $\sin\varphi = 0$

ومنه $\vec{u} = 1.\vec{i}$

ولدينا : $k_1 = \underbrace{\sin\theta.\sin\varphi\,\vec{i}}_{=0} + \sin\theta.\cos\varphi\,\vec{j} + \cos\theta\,\vec{k}$

$$\Longrightarrow k_1 = \sin\theta\,\vec{j} + \cos\theta\,\vec{k}$$

نعوض :

$$\vec{\omega} = \theta'\vec{i} + \psi'\sin\theta\,\vec{j} + \psi'\cos\theta\,\vec{k} \quad (*)$$

3 تعيين معادلات حركة الصفيحة :

$$\vec{V}(A) = \vec{\omega} \wedge \vec{OA}$$

$$= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \theta' & \psi'\sin\theta & \psi'\cos\theta \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{V}(A) = 2\psi'\cos\theta\,\vec{j} + 2\psi'\sin\theta\,\vec{k} \overset{\text{فرضا}}{=} a$$

بالتربيع :

$$|\vec{V}(A)|^2 = 4\psi'^2 = a^2$$

$$\Longrightarrow \psi' = \mp\frac{a}{2}$$

$$\Longrightarrow \psi = \frac{a}{2}t + \psi_0$$

$\psi_0 = 0 \Longleftarrow \psi = 0 , t = 0$

$$\boxed{\psi = \frac{a}{2}t} \quad (1)$$

$$w^2 = \theta'^2 + \psi'^2 \sin^2\theta + \psi'^2 \cos^2\theta$$

من الفرض

$$|\vec{w}| = a \Rightarrow w^2 = a^2$$

$$\Rightarrow a^2 = \theta'^2 + \psi'^2$$

$$\Rightarrow \theta'^2 = a^2 - \psi'^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$\Rightarrow \theta'^2 = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow \theta' = \mp \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} a t + \theta_0$$

$$\theta_0 = 0 \Longleftarrow \theta = 0 \ , \ t = 0$$

$$\boxed{\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} a t} \quad (2)$$

ب- سرعة وتسارع B و C (لهاتين السرعة والتسارع)

$$\vec{V}(B) = \vec{w} \wedge \vec{OB}$$

مركبات $\vec{w}$ بعد تعويض θ و θ' و ψ و ψ'

$$= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} a & \frac{a}{2} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} a t & \frac{a}{2} \cos \frac{\sqrt{3}}{2} a t \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{V}(B) = \underbrace{-\left(\frac{a}{2} \cos \frac{\sqrt{3}}{2} a t\right)}_{V_x(B)} \vec{i} + \underbrace{\left(\cancel{2} \frac{a}{\cancel{2}} \cos \frac{\sqrt{3}}{2} a t\right)}_{V_y(B)} \vec{j} + \underbrace{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} a - \cancel{2} \frac{a}{\cancel{2}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} . a t\right)}_{V_z(B)} \vec{k}$$

Scanned by CamScanner

$$\vec{\Gamma}(B) = \vec{\varepsilon} \wedge \vec{OB} + \vec{\omega} \wedge \vec{V}(B)$$

$$= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} a & \frac{a}{2} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} at & \frac{a}{2} \cos \frac{\sqrt{3}}{2} at \\ V_x(B) & V_y(B) & V_z(B) \end{vmatrix}$$

$$= \left[\left(\frac{a}{2} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} at\right) \cdot V_z(B) - \left(\frac{a}{2} \cos \frac{\sqrt{3}}{2} at\right) \cdot V_y(B) \right] \vec{i}$$

$$+ \left[\left(\frac{a}{2} \cos \frac{\sqrt{3}}{2} a.t\right) \cdot V_x(B) - \left(\frac{\sqrt{3}}{2} a\right) \cdot V_z(B) \right] \cdot \vec{j}$$

$$+ \left[\left(\frac{\sqrt{3}}{2} a\right) \cdot V_y(B) - \left(\frac{a}{2} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} a.t\right) \cdot V_x(B) \right] \vec{k}$$

تطبيق وظيفة :

يتحرك جسم صلب S في الفراغ بحيث تبقى النقطة O منه ثابتة، $Oxyz$ جملة إحداثيات متعامدة ومباشرة ومتماسكة مع S فإذا كانت مركبات متجه السرعة في النقطة $M_1(0,0,2)$ هي $\vec{V}(M_1) = (t, 2t^2, 0)$ ومتجه سرعة $M_2(0,1,2)$ بالنسبة للجملة المتماسكة هي $\vec{V}(M_2) = (-2, 0, -1)$

عين شعاع تسارع الدوران الآني والتسارع الزاوي الآني والمعادلة الديكارتية للمتدحرج.

انتهت المحاضرة

بيان اليشاشي ٨١