30/11/2016 المحاضرة 16

جملة الإحداثيات المتحركة وأثرها على المتجهات ومشتقاتها

لتكن المجموعة المتماسكة S ولنعرف جملة الإحداثيات المتماسكة معها $oxyz$

ولتكن F ثابتة بالفراغ ولنعرف جملة الإحداثيات لها $o_1x_1y_1z_1$

وليكن $\vec{A}$ متجه ما متغير بالنسبة لـ S

على المتماسكة $\vec{A}\Big|_M = A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k}$ ①

في الثابتة $\vec{A}\Big|_F = A_{x_1}\vec{i_1} + A_{y_1}\vec{j_1} + A_{z_1}\vec{k_1}$ ②

إذن $\vec{i_1}, \vec{j_1}, \vec{k_1}$ ثابتين

لكن $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ متحركين

لنعين علاقة تربط المتغيرات الثابتة والمتماسكة بشكل عام:

$A_x \neq A_{x_1}$, $A_y \neq A_{y_1}$, $A_z \neq A_{z_1}$

أولاً: إذا تحركت الجملة M بالنسبة للجملة F بحركة انسحابية عندئذٍ:

$A_{x_1} = A_x$, $A_{y_1} = A_y$, $A_{z_1} = A_z$

$$\frac{d\vec{A}}{dt}\Big|_M = A'_x\vec{i} + A'_y\vec{j} + A'_z\vec{k}$$

بالمتماسكة لا أشتق

$$\frac{d\vec{A}}{dt}\Big|_F = A'_{x_1}\vec{i_1} + A'_{y_1}\vec{j_1} + A'_{z_1}\vec{k_1}$$

وبالتالي:

$$\frac{d\vec{A}}{dt}\Big|_F = \frac{d\vec{A}}{dt}\Big|_M$$

Scanned by CamScanner

ثانياً: حركة M بالنسبة لـ F دورانية:

$$\left.\frac{d\vec{A}}{dt}\right|_M = A'_x\,\vec{i} + A'_y\,\vec{j} + A'_z\,\vec{k}$$ بالمتماسكة لا أشتق

$$\left.\frac{d\vec{A}}{dt}\right|_F = A'_{x_1}\,\vec{i_1} + A'_{y_1}\,\vec{j_1} + A'_{z_1}\,\vec{k_1}$$

(مشتق أي شعاع بالثابتة = مشتقه بالمتماسكة + $\vec{w}$ خارجياً الشعاع)

$$\left.\frac{d\vec{A}}{dt}\right|_F = A'_x\,\vec{i} + A_x\,\vec{i'} + A'_y\,\vec{j} + A_y\,\vec{j'} + A'_z\,\vec{k} + A_z\,\vec{k'}$$

$$= \left(A'_x\,\vec{i} + A'_y\,\vec{j} + A'_z\,\vec{k}\right) + A_x\left(\vec{w}\wedge\vec{i}\right) + A_y\left(\vec{w}\wedge\vec{j}\right) + A_z\left(\vec{w}\wedge\vec{k}\right)$$

$$\Rightarrow \left.\frac{d\vec{A}}{dt}\right|_F = \left.\frac{d\vec{A}}{dt}\right|_M + \vec{w}\wedge\left(A_x\,\vec{i} + A_y\,\vec{j} + A_z\,\vec{k}\right)$$

$$\Rightarrow \left.\frac{d\vec{A}}{dt}\right|_F = \left.\frac{d\vec{A}}{dt}\right|_M + \vec{w}\wedge\vec{A}$$

* محصلة حركتين لنقطة مادية:

بفرض لدينا M نقطة مادية متحركة بالنسبة لـ xyz مع راصد متماسك مع xyz عندئذٍ نجد أن:

1- الحركة النسبية: هي حركة النقطة المادية M بالنسبة للجملة المتحركة ونرمز لها بـ S، ونفرض أن النقطة M ثابتة بالنسبة لـ S أي متماسكة معها، وتتحرك معها بالنسبة لجملة ثابتة ونرمز لها بـ S_1

2- الحركة الجرية : هي حركة نقطة مادية M متماسكة مع R_1 و تتحرك معها بالنسبة لـ R_1.

3- الحركة المطلقة : هي حركة نقطة مادية M بالنسبة لـ R_1 دون أن تكون متماسكة مع R_1

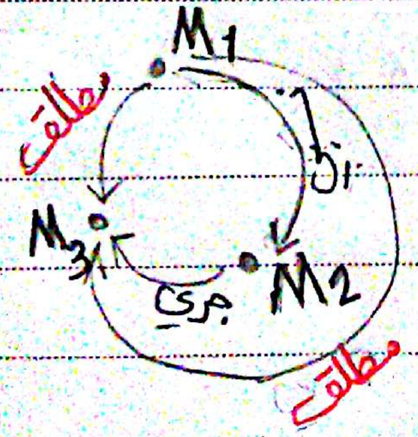
و تسمى أيضاً بالحركة المحصلة للحركة النسبية والحركة الجرية

مثال :

راكب يتحرك على باخرة عندها حركة بالنسبة لشيء ثابت في الباخرة هي حركة نسبية.

فإذا جلس الراكب و مرت الباخرة بجوار جزيرة فإن حركة الراكب مع الباخرة بالنسبة للجزيرة هي حركة جرية .

و الحركة المطلقة هي حركة الراكب عندما يمشي على الباخرة بالنسبة لراصد على الجزيرة .



فالمسار النسبي هو مسار M في الحركة النسبية

والمسار الجري هو مسار M في الحركة الجرية

والمسار المطلق هو مسار M في الحركة المطلقة.

كذلك الأمر بالنسبة للسرعة و التسارع.

شعاع الموضع :

$$\overrightarrow{O_1M} = \overrightarrow{O_1O} + \overrightarrow{OM}$$

إن M لها حركة نسبية بالنسبة للنقطة O ، لكن حركة O هي حركة مطلقة.

و $\overrightarrow{OM}$ يعين حركة M النسبية بالنسبة لـ xyz

إن $\overrightarrow{O_1O}$ يعين لنا جزء من الحركة الجرية لـ O .

إذاً O متغيرة وتتعين بثلاث وسطاء

$x(O)$ و $y(O)$ و $z(O)$

حيث : $\vec{O_1M} = x_0\vec{i_1} + y_0\vec{j_1} + z_0\vec{k_1} + x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

وإن z و y و x تعين ال النسبية لـ M

و $\vec{k}$ و $\vec{j}$ و $\vec{i}$ تعين لنا دوران كبالنسبة لـ ١ك فالحركة هنا

تتعين بثلاث وسطاء هي عبارة عن زوايا أولر (θ, φ, ψ)

- إذاً الوسطاء التي تعين حركة M هي زوايا أولر (θ, φ, ψ)

و z و y و x و $x(0), y(0), z(0)$

أي تتعين من إحداثيات القطب وزوايا أولر والإحداثيات النسبية

انتهت المحاضرة

بيان الباشا شي ٨٩

Scanned by CamScanner