لا التصوال التي لم أقم بترجمتها غير مطلوبة

(1)

ص 3

الحلقات

مفاهيم اساسية:

group = زمرة

الحلقة هي موضوع جبري مع قانوني تشكيل:

الجمع (لتلك التي يكون فيها هذا الموضوع زمرة تبديلية) (3/74)

والضرب وهاتان العمليتان تتفاعلان مع بعضهما البعض بمفهوم محدد.

أنت على معرفة ببعض الحلقات إلى حد ما

مثل الاعداد العادية، الاعداد الحقيقية، الاعداد العقدية الاعداد الصحيحة.

ولكن ايضاً على سبيل المثال المصفوفة $n \times n$ مع الامثال المأخوذة في واحدة من الحلقات المذكورة سابقاً.

هذا هو التعريف الدقيق

تعريف: الحلقة $\mathbb{R}$ هي مجموعة مضاف اليها قانوني تشكيل معرفين على هذه المجموعة

الجمع: $x+y$

الضرب: $x.y$ $\quad x,y \in \mathbb{R}$

(سنكتب احياناً xy عوضاً عن $x.y$) (4/74)

وتكون الفرضيات التالية محققة:

الفرضية الاولى: $<R,+>$ زمرة جمعية تبديلية

وإن 0_R ترمز إلى حيادي الجمع

$-a$ هو معكوس الجمعية a

$a-b$ تدل على $a+(-b)$

Zeina Brown

integral domain = منطقة صحيحة

الفرضية الثانية: الضرب مغلق وتجميعي:

$\forall x, y, z \in R : x(yz) = (xy)z$

الفرضية الثالثة: يوجد حيادي ضرب "1_R" في R مع الخاصية التالية:

$\forall x \in R : 1_R \cdot x = x \cdot 1_R = x$

الفرضية الرابعة: التأثيرات التوزيعية:

$\forall x, y, z \in R$

عندها:

$x(y+z) = xy + x \cdot z$

و $(x+y)z = xz + yz$

يمكن برهنة بعض الخصائص المتوقعة للحلقة R على سبيل المثال:

•) $0_R \cdot x = x \cdot 0_R \quad \forall x \in R$ (5/74)

في الواقع من الفرضية 3) والفرضية 4) وباستخدام حقيقة أن 0_R هو حيادي الجمع يكون لدينا:

$0_R x + x = 0_R \cdot x + 1_R x = (0_R + 1_R) x = 1_R x$

$= x = 0_R + x$

وبما أنه يمكننا الحذف في زمرة الجمعية R فيكون لدينا:

$0_R x = 0_R$ وبشكل مشابه: $x \cdot 0_R = 0_R$

••) $(-x)y = -xy$: ((هنا $-x$ هو المعكوس الجمعي لـ x و $-(xy)$ هو المعكوس الجمعي لـ xy))

Zeina. Brown

في الواقع إن $xy + (-x)y = (x + (-x))y$
حسب الموضوعة 4

$= 0_R\, y = 0_R$

نجد أن: $(-x)y$ هو معاكس الجمع لـ xy حيث

$(-x)y = -(xy)$

(تحقق من ذلك $(-x)(-y) = xy$ ؛ $x(-y) = -(xy)$ ...)

الحلقة R بديهية إذا كانت $R = \{0_R\}$

(تمرين: إن R بديهية إذا كان $0_R = 1_R$)

الحلقة R يقال بأنها تبديلية إذا كان: $xy = yx$
$\forall x, y \in R$ (6/7u)

- العنصر $x \in R$ يدعى وحدة أو قابلة للعكس أو لديه مقلوب ضد بحيث إذا وجد $y \in R$ حيث

$xy = yx = 1_R$

نسمي لائحة R المؤلفة من كل الوحدات بـ R^*

$R^* = \{x \in R\ ;\ x \text{ هو وحدة}\}$

R^* إضافة إلى الضرب كما هو معرف في R هي زمرة كثيرة حدود مع الحيادي 1_R (تدريب)

وتدعى المجموعة الوحدات لـ R (أو مجموعة وحدة بسيطة من R)

الحلقة الغير بديهية $\mathbb{R}$ مثل:

$$\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0_R\}$$

(أي حلقة و التي لا مجموعة الوحدة مؤلفة من كل العناصر التي تغاير الصفر) تدعى حلقة القسمة

.. حلقة القسمة التبديلية تدعى حقلاً

.. العنصر x في الحلقة التبديلية تدعى قواسم الصفر إذا كان $x \neq 0_R$ ويوجد $y \neq 0_R$ بحيث $xy = 0_R$

مثال:

$R = \mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$ $\quad 2.3 = 0$ (7/74)

لذا فإن 2 و 3 هما قواسم الصفر

تقول عن الحلقة التبديلية $R \neq \{0_R\}$ انها ذات منطقة صحيحة إذا لم تحتوي هذا المجال على أي ((قواسم الصفر)) يكون

$$xy = 0_R \Rightarrow x = 0_R \text{ or } y = 0_R$$

نظرية 2.1.1 : في مجال تكاملي D ، إذا كان لدينا $a \neq 0_D$ عندها

$$ab = ac \Rightarrow b = c$$

(اختصار من اليسار)

$$ba = ca \Rightarrow b = c$$

(اختصار من اليمين)

ملاحظة في النظرية 2.1.1 : إن a لا تحتاج لأن تكون وحدة

مثال : إذا كانت R حقلاً عندها R هي مجال تكاملي

(تمرين) : الاعداد المنطقية $\mathbb{Q}$ ، الاعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

الاعداد العقدية $\mathbb{C}$ هي حقول

(8/74)

مثال : الاعداد الصحيحة $\mathbb{Z}$ تشكل مجالاً تكاملياً

$\mathbb{Z}^* = \{1, -1\}$

بشكل معين: $\mathbb{Z}$ ليست حقلاً عندما : $\mathbb{Z}^* \subsetneq \mathbb{Z} \setminus \{0\}$

أ يأتي لدينا التالي:

النظرية 2.1.2 : كل مجال تكاملي محدود هو حقل

البرهان : لتكن : $0_R , a_0 = 1_R , a_1 , \ldots , a_n$ (9/74)

هي عناصر لمجال تكاملي محدود R نحتاج أن نظهر

انه من اجل $a \in R$ عندما $a \neq 0_R$ يوجد هناك $b \in R$

عندها $ab = 1_R$

البرهان غير مطلوب للامتحان لكن يجب أن نفهم الكلمات المصبة

نفترض الآن :

$aa_0 , aa_1 , aa_2 , \ldots , aa_n$

والآن : $aa_i = aa_j$

يدل على أن $a_i = a_j$

(اختصار من اليسار)

واضحاً هذه العناصر متمايزة . كما أن و لا عنصر من

هذه العناصر يساوي 0_R ~~عنصر~~ حيث R هي ...

... منطقة تكاملية

يترتب على ذلك :

$\{a_0 = 1_R , a_1 , \ldots a_n\} = \{aa_0 = a1_R , aa_1 , \ldots aa_n\}$

بشكل خاص

لذا $1_R \in \{aa_0, aa_1, \ldots, aa_n\}$

$aa_k = 1_R \quad \forall k$

وهو المطلوب

مثال: سنأخذ $n \geq 2$ إن $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ مع الجمع والضرب

$\bmod n$ هي حلقة ، لدينا

$(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^* = \{k : \gcd(k,n)=1\}$ & $a \neq 0$

هي قواسم الصفر في $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ إذا

وفقط إذا كان $\gcd(a,n) \geq 1$ ، لذا ،

هي منطقة صحيحة $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \Leftrightarrow$ حقل $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$

$(10/7u)$ $\Leftrightarrow$ n أولي

ونرمز للحقل بـ F_p

مثال:

$(\mathbb{Z}/10\mathbb{Z})^* = \{1,3,7,9\}$

قواسم الصفر $2,4,5,6,8$

مثال: لتكن R و S حلقات عندها $R \times S$ هي حلقات

مع العمليات التالية

$(r_1, s_1) + (r_2, s_2) = (r_1 + r_2, s_1 + s_2)$

$(r_1, s_1)(r_2, s_2) = (r_1 . r_2, s_1 . s_2)$

يمكن أن نعمم هذا على $R_1 \times \ldots \times R_n$

جداء مباشر للحلقات

ملاحظة: $R \times S$ ليست منطقة صحيحة

مثال : $M_n(R)$ هي حلقة مع جمع المصفوفات

الاعتيادي وضرب المصفوفة وهي تبادلية إذا كان $n=1$

(يمكن عندها أن تكون معرفة على R)

وغير تبادلية (ليست منطقة صحيحة) إذا كانت (11/74)

$n>1$ مثال

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

بينما

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

الوحدات في $M_n(R)$ هي فقط مصفوفة يمكن عكسها

في المفهوم الاعتيادي

$$M_n(R)^* = GL_n(\mathbb{R}) \rightarrow$$ (رمز المجموعة
المصفوفات التي لها مقلوب)

مثال : لتكن S مجموعة غير خالية ولتكن A حلقة لنعرف

دالة أو تطبيق

$$R = Map(S,A) = \{all\ maps\ S \to A\}$$

نعرف الناتج fg و الجمع $f+g$ من

الدوال كالآتي : (12/74)

$$\forall x \in S \quad : \quad fg(x) := f(x)g(x)$$

$$(f+g)(x) := f(x) + g(x)$$

والآن نتحقق بسهولة أن R إضافة إلى هذا الضرب

والجمع هي حلقة

الحيادي الجمعي يعطى بالتطبيق :

$0_R : S \to A : x \to 0_A \quad (\forall x \in S)$

الحيادي
... الضربي معطاة بالشكل:

$1_R : S \to A , x \to 1_A \quad (\forall x \in S)$

لدينا

مجموعة كل التوابع التي لها مقلوب ← $R^* = \{ f : S \to A : f(x) \in A^* \quad \forall x \in S \}$

مثال: this yields four maps
هذا يعطي أربع توابع (13/74)

مثال لتكن R حلقة. إذا كان X غير محدد عندها يدعى $R[X]$ حلقة ~~كثيرة~~ كثيرات الحدود مع المعاملات في R (بالمتحول X في R)

$R[X] = \{ \quad \}$ (14/74)

جمع وضرب كثيرات الحدود بالطريقة "الاعتيادية"

عندها يمكن للشخص أن يتحقق بسهولة أن $R[X]$:
إضافة إلى هذا الجمع وهذا الضرب على كثيرة الحدود تصبح حلقة

$0_{R[X]} = 0_R \quad \& \quad 1_{R[X]} = 1_R$

ملاحظة: R تبديلية إذا $R[X]$ تبديلية.

$R[X]$ ليست حلقة قسمة من أجل أي حلقة R
بالتحديد $R[X]$ ليست ابدًا حقل. (15/74)

نظرية 2.1.3: إذا كانت R منطقة صحيحة عندها
(i) $R[X]$ هي منطقة صحيحة.

و (ii) $R[X]^* = R^*$ البرهان غير مطلوب في الفصل

الاثبات هنا محذوف الصفحة لكن تحت فهم الكلمات

اثبات (i) و (ii) بشكل واضح فإن كل وحدة في R هي وحدة في $R[X]$ لذا فإن $R^* \subseteq R[X]^*$

لتكن $P(x) \in R[x]^*$ لذا

$$P(X)\, Q(X) = 1_R$$

من أجل $Q(x) \in R[X]^*$

لكن $P(X) = \dots$

$Q(X) = \dots$

إذا

$m = 0$ then $P(X) \in R^*$

وانتهينا نفترض أن

$m > 0$

ولذا

$m + n \geq 1$

لكن $P(X)\, Q(X) = 1_R$

تُجبر أن يكون

$$a_m b_n X^{m+n} = 0_R \Rightarrow a_m b_n = 0_R \Rightarrow a_m = 0_R \text{ or } b_n = 0_R$$

هو تناقض

<u>مثال</u>: $\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}[X]$ $(1+4X)(1+4X) = 1$

نظهر أن

$1 + 4X \in (\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}[X])^*$

لست منطقة تكاملية $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}8$ ∀

تعريف: لتكن R حلقة: إن المجموعة الجزئية S من R

تدعى الحلقة الجزئية من R إذا تحققت البديهيات التالية:

(SR_1) : S هي مجموعة جزئية من المجموعة الجمعية $\langle R, + \rangle$

(SR_2) : مغلقة بالنسبة للضرب في R (16/74)

$\forall a, b \in S : ab \in S$

(SR_3) $1_R \in S$

ملاحظة: للتحقق من (SR_1) فإنه يكفي أن نتأكد من أن S تحتوي 0_R التي عندها S مغلقة w.r.t

معكوس الجمع

مثال: R هي حلقة جزئية من $\mathbb{C}$ ، $\mathbb{Q}$ هي حلقة جزئية من R

ومن $\mathbb{C}$. $\mathbb{Z}$ هي حلقة جزئية من $\mathbb{Q}$ وهكذا!

أيضاً R من $\mathbb{C}$ (17/74)

مثال: $\mathbb{Z}[\sqrt{2}] = \{ \quad \}$

هي حلقة جزئية من R ، لكنها ليست حلقة جزئية من $\mathbb{Q}$

في الواقع فإن:

$\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ لكن $\sqrt{2} = 0 + 1 \cdot \sqrt{2} \in \mathbb{Z}[\sqrt{2}]$

مثال: إذا كانت R حلقة عندها R هي حلقة جزئية من

$R[X]$

حلقة كثيرة الحدود (18/74)

مثال: لتكن $D = \{ \qquad \}$

هي مجموعة مصفوفات قطرية في $M_n(R)$ عندها D

هي حلقة جزئية تبديلية من $M_n(R)$

(والتي بدورها تكون غير تبديلية إذا كانت $n \geq 2$)

D^* مكونة من كل المصفوفات القطرية والتي تملك فقط عناصر غير صفرية على الخط القطري

مثال: لتكن $Sym(R) = \{ \qquad \}$

(19/74) عندها $Sym(R)$ هي حلقة جزئية تبديلية من $M_2(R)$

إذا عرفنا $Sym(\mathbb{Z})$ بطريقة مماثلة ولكن نسمح فقط بالمعامل في $\mathbb{Z}$ (لذا فإن u, v في الأعلى هي اعداد صحيحة)

عندها $Sym(\mathbb{Z})$ هي حلقة جزئية من $Sym(R)$ (ولذا من $M_2(R)$)

لدينا: $Sym(R)^* = \{ \qquad \}$

$Sym(\mathbb{Z})^* = \{ \qquad \}$

تعريف: نقول عن الحلقة R إن لديها مُميّز $n > 0$

إذا كانت n العدد الصحيح الأصغر الموجب مثل $n . 1_R = 0_R$

إذا لم يكن هناك n كهذه موجودة عندها R الخاصية 0 (20/74)

مثل $a \in R$.

$n.a := a + a + \dots + a$ (n مرة)

مثال: $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ لديها المميّز n

$\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, R, C$

لديها المميّز 0

نظرية 2.1.4 : المنطقة الصحيحة لديها خاصية الصفر

أو عدد أولي p "أثبت ذلك"

مثال: $F_p[x]$ هي حلقة غير محدودة من الخاصية p

ملاحظة: الحلقة من الآن وصاعداً تستفني حلقة تبديلية

(21/74)

تعريف: لتكن R حلقة ، I مجموعة غير خالية من R

يدعى مثالي في R إذا كانت الخصائص التالية محققة:

1) I مغلقة عند الجمع $a+b \in I$ for $a,b \in I$

2) I مغلقة بالنسبة للضرب بالعناصر في R

: $ra \in I$ for all $r \in R$ and for all $a \in I$

ملاحظة: إذا كان I مثالي عندها $\langle I,+\rangle \leq \langle R,+\rangle$

وأيضاً جزئياً $0_R \in I$

في الواقع إذا كانت $a \in I$ عندها

$\therefore$ $(-1_R)a \in I$

لكن $(-1_R)a = -(1_R a) = -a$

المقلوب (المعكوس) الجمعي لـ a

مثال: كل الزمر الجزئية الجمعية المختلفة من $\mathbb{Z}$ معطاة بشكل

كالي $n\mathbb{Z}$ حيث $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

(22/74) يتحقق بسرعة ان كل هذه المجموعات تحقق (12)

لذا هذه أيضاً بشكل دقيق كل المثاليات المختلفة

من $\mathbb{Z}$ بالملاحظة أعلاه

لاحظ أن $n\mathbb{Z}$ ليست حلقة جزئية من أجل $n \neq 1$

نظرية 2.2.1 : (i) إذا كانت I ، J مثاليان من R عندها أيضاً يكون $I + J = \{ \quad \}$

(ii) إذا كانت I مثالية في R عندها $I = R$ إذا $1_R \in I$ إذا I زمرة جزئية من R

ملاحظة: ينتج من (i) إنه إذا كانت I_j $(1 \leq j \leq k)$ مثاليون : عندها أيضاً تكون $I_1 + \dots + I_k$

نظرية 2.2.2 : لتكن R حلقة عندها R هي حقل إذا كانت المثاليات الوحيدة في R هي $(0_R) = \{0_R\}$ و $(1_R) = R$ (24/74)

الاثبات غير مطلوب.

مثال: Q حلقة جزئية من R ولكنها ليست مثالية.

الآن لنفرض أن I هو مثالي في R عندها I بشكل خاص هي زمرة جزئية عمومية $(R, +)$ لذا بإمكاننا صياغة (تشكيل) الزمرة خارج القسمة

$R/I = \{ \quad \}$ (25/74)

(من المهم أن نكتب $a + I$ وليس aI)

الجمع في هذه الزمرة خارج القسمة هي كما معطاة في السابق

$(a + I) + (b + I) = \dots$

نعرف الضرب على R/I من

$(a + I) * (b + I) = \dots$

يجب أن نكون حريصين أن الضرب للمجموعات المرافقة معرفة بشكل جيد. إنا النتيجة لا تعتمد على خيار الممثلين المتعلقين بـ a و b

---

لذا نفرض $a+I = a'+I$ و $b+I = b'+I$

(26/74) لكي يكون معرف جيداً يجب أن نظهر أن $ab+I = a'b'+I$ أو بشكل مكافئ أن $ab \in a'b'+I$

الآن $a+I = a'+I$ هي مكافئة لـ $a \in a'+I$ والذي يعني أنه يوجد $x \in I$ مع $a = a'+x$

بشكل مشابه $b+I = b'+I$ إذا مكافئ لوجود نعلن $y \in I$ مع $b = b'+y$ لكن عندها:

$ab = \ldots$

بما أن $x, y \in I$ لدينا $xy \in I$ و $a'y$ ، $b'x$

بالخاصية (12) ومن هنا:

بالخاصية (11) $Z = \ldots \in I$

هكذا $ab = a'b' + \ldots$

وبالتالي هذا الجداء معرف جيد

(27/74) اقنع لنا أن R/I مع هذه "العرف" الواضحة للجمع والضرب وهي أيضاً حلقة

الاثبات محذوف

نظرية 2.2.3 : لتكن R حلقة ولتكن I مثالي في R

عندها $R/I = \{ \quad \}$ إضافة إلى الجمع $(a+I)+(b+I) = \ldots$

والضرب

$(a+I)(b+I) = ab+I$

هي حلقة مع الحيادي الضربي $1_{R/I}$ الحيادي الجمعي $0_{R/I}$

هذه الحلقة R/I تدعى حلقة خارج القسمة (أو معامل) من R مع مراعاة I

تعريف: لتكن A و B حلقات

التطبيق $f: A \to B$

يدعى تشاكل حلقي إذا حقق الشروط الثلاث التالية (28/74)

(RH_1) الجمعية

(RH_2) الضربية

(RH_3)

إذا كانت الحلقة التشاكلية $f: A \to B$ هي متباينة

عندئذ ندعو f بـ حلقة تماثل

الحلقتين A و B هما متماثلتين (كحلقات) ترمز بـ $A \cong B$

إذا كان يوجد حلقة تماثل $f: A \to B$

من أجل أي حلقة تشاكل $f: A \to B$

نعرف النواة $\ker$ والصورة Im كما يلي

نظرية 2.2.4 : لتكن A و B حلقات ولتكن $f: A \to B$

حلقة تشاكلية ولتكن I مثالية من A (29/74)

a) النواة لـ f هي مثالي من A

b) صورة f هي حلقة جزئية من B

c) $f(I)$ هي مثالي من $Im(f)$

d) f هي متباين إذا $\ker(f) = \{0_A\}$

e) إذا كان $f: A \to B$ حلقة تماثلية و $\tilde{f}$ تطبيق عكسي عندها $\hat{f}$ هو ايضاً حلقة تماثل

f) إذا كان c هي حلقة أخرى و $g: B \to$ هي حلقة تشاكل عندها التركيب التوابع $g \circ f$ هو حلقة تشاكل

مثال: لتكن $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Q}$ معرفة بـ $f(x) = x$ عندما $n\mathbb{Z}$ (32/74 مثالي من $\mathbb{Z}$ لكن $f(n\mathbb{Z}) = n\mathbb{Z}$ ليس مثالي من $\mathbb{Q}$

مثال: الحالات المهمة التي تواجهنا غالباً لحلقة تشاكلية هي التالي: لتكن R حلقة و I مثالي في R لنعتبر التطبيق التالي:

$\pi: \ldots$

من R الى الحلقة خارج القسمة R/I وهذا بشكل واضح تشاكل حلقي. بشكل الطرق تعرف الجمع والضرب في R/I و π من الواضح أنه غامر

يمكننا التحقق بسهولة (مباشرةً) أن $\ker(\pi) = I$

التشاكل الحلقي الغامر يدعى بعض الاحيان بـ القسم القانوني من الحلقة R الى حلقة خارج القسمة

مثال: لتكن A حلقة جزئية من الحلقة B ولتكن $b \in B$ ولتكن

$P(X) = \dots$ كثيرة حدود في حلقة كثيرة الحدود

عندها يمكن أن: كثيرة الحدود هذه على ما للحصول على عنصر حسب قيمة

في B : $P(b) = \dots$ (33/74)

هكذا نحصل على تطبيق حسابات

ev_b :

ليس صعباً التحقق أن هذه الحلقة في هذا التطبيق

هي في الواقع حلقة تشاكل نواتها:

$\ker(ev_b) =$

بمعنى آخر تتألف النواة من كل كثيرات الحدود

والتي ... b ... جذر لها

(37/74) كل علاقات رياضية لن أكتبها

النتيجة التالية هي نسخة الحلقة النظرية من "نظرية التماثل الأولى للمجموعات"

النظرية 2.2.5 : (نظرية التماثل الأساسية للحلقات). (35/74)

لتكن A و B حلقات ولتكن $f : A \to B$ حلقة تشاكلية

لتكن I مثالي في A حيث: $I \subseteq \ker(f)$

$\bar{f} : A/I \to Im(f) : a+I \mapsto f(a)$

عندها التطبيق هو تشاكل حلقي تام

معرفة بشكل جيد: $\bar{f}$ هي متباينة

إذا كانت $I = \ker(f)$

وفي هذه الحالة $\bar{f}$ هي: تماثل حلقي.

بشكل خاص $A/\ker(f) \cong Im(f)$

(36/74) **مثال:** لتكن لدينا الحلقة الشاكلية المعطاة بتطبيق الحسابات

من الواضح أن هذه الحلقة الشاكلية غامرة .. من أجل أي $c \in \mathbb{C}$

برهن بوضوح .. - .. أن: $ev_0(c)=c$ ، انتبه .. $\ker(ev_0)=$ .. !

من نظرية التماثل الأساسية للحلقات نحصل على:

(37/74) بشكل مشابه إذا اعتبرنا $ev_1: R[X] \to R$

نحصل مجدداً على .. تشاكل حلقي غامر طالما أن $ev_1(c)=c$

مثال: إذا اعتبرنا .. تطبيق الحسابات

يمكن أن نُظهر أن:

(23/74) **مثال:** لتكن R حلقة و $a \in R$ سنفترض المجموعة الجزئية

$Ra = \{ \ldots \}$

Ra ليست خالية لأنها تحوي $0_R = 0_R \cdot a$ ، الإثبات سيرثة نُظهر أن Ra تحقق

الخواص (11) و(12) لذا فإن Ra هي مثالية في R

سنستخدم غالباً الرمز التالي $a := Ra$ ، والمثالي الذي يمكن

كتابته بنفس الطريقة (مثل كل العناصر التي تضربهم بعنصر محدد)

سندعوه مثالي رئيسي. سوف ندرس خصائص هذا المثالي

الرئيسي عن قرب لاحقاً ...

نمط الأسئلة:

الأسئلة ستكون مؤتمتة، وهي على النمط التالي:

إما ترجمة - تعريف (اختيار التعريف المناسب) - فراغات (برهنة

ونحن نكملها من الخيارات المعطاة) - اختيار الإجابة الصحيحة

أو الخاطئة ((Choose the wrong answer (خاطئة)

or " " right " (صحيحة)

or " " best " (الأكثر صحة)

وسيأتي 25 سؤال - تواجد الدكتورة يومي الأربعاء والخميس