المحاضرة 18

حل المسألة $\boxed{1}$ الحركة عندي مستوية أي لدي إحداثيات قطب (x_0, y_0)

(1) وزاوية : $\theta(\widehat{Ox, Ox_1})$

O قطب الحركة ،

$$x_0 = \int v\,dt = vt + c \Rightarrow t = 0 \;,\; x_0 = 0$$

$$\Rightarrow c = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x_0 = v.t} \quad (1)$$

$$\boxed{y_0 = 0} \quad (2)$$

$$\theta' = w = 2t \Longrightarrow \theta' = 2t$$

$$\theta = t^2 + \theta_0$$

$$t = 0 \;,\; \theta = 0 \Longrightarrow \theta_0 = 0$$

$$\Longrightarrow \boxed{\theta = t^2} \quad (3)$$

(2) لتكن OXY جملة متحركة بحيث Ox ينطبق على OX :

$$\vec{V_r}(M) = x'\vec{i} + y'\vec{j}$$

$$\left.\begin{aligned} \vec{i} &= \vec{I} \\ \vec{j} &= \cos\frac{\pi}{4}\vec{I} + \sin\frac{\pi}{4}\vec{J} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{I} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{J} \end{aligned}\right\} \text{نعوض في } \vec{V_r}$$

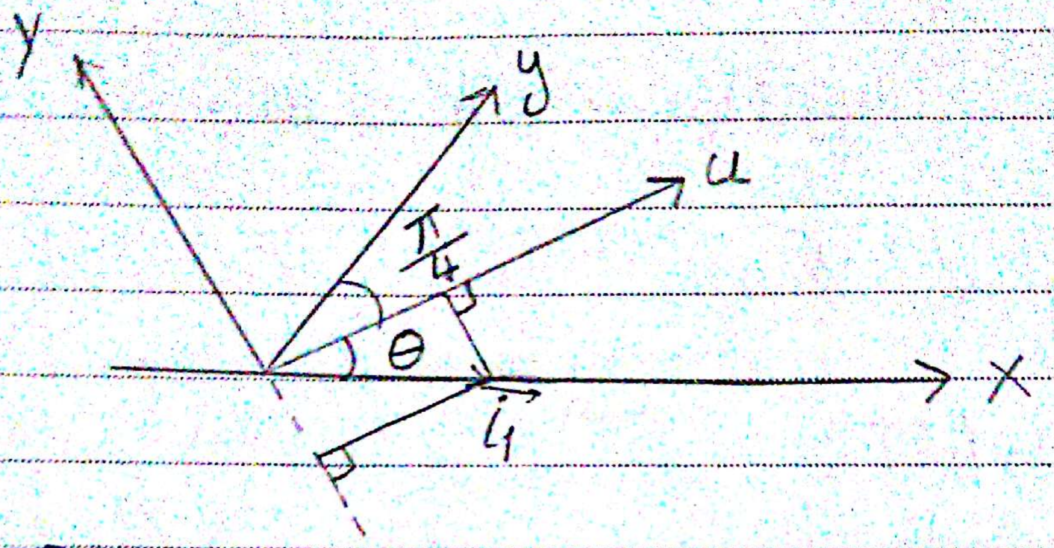
$$\vec{V_r}(M) = \left(x' + \frac{\sqrt{2}}{2}y'\right)\vec{I} + y'.\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{J}$$

$$\vec{V_e}(M) = \vec{V}(o) + \vec{w} \wedge \vec{OM}$$

$$= V.\vec{i_1} + \begin{vmatrix} \vec{I} & \vec{J} & \vec{K} \\ 0 & 0 & 2t \\ x + \frac{\sqrt{2}}{2}y & \frac{\sqrt{2}}{2}y & 0 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

$$= x\vec{I} + y\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{I} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{J}\right)$$



$$\vec{i_1} = \cos\theta\,\vec{I} - \sin\theta\,\vec{J}$$

$$= \cos t^2\,\vec{I} - \sin t^2\,\vec{J}$$

$$\Rightarrow \bullet\ \vec{V_e}(M) = (v.\cos t^2 - \sqrt{2}.y.t)\vec{I}$$

$$+ \left(-v\sin t^2 + 2\left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}yt\right)\right)\vec{J}$$

$$\star\ \vec{V_a}(M) = \left(x' + \frac{\sqrt{2}}{2}y' + v.\cos t^2 - \sqrt{2}y - \sqrt{2}y't\right)\vec{I}$$

$$+ \left(y'\frac{\sqrt{2}}{2} - v\sin t^2 + 2\left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}y\right)t\right)\vec{J}$$

$$\star\ \vec{\Gamma_a} = \left.\frac{d\vec{V_a}}{dt}\right|_M + \vec{\omega} \wedge \vec{V_a}$$

$$= \left[x'' + \frac{\sqrt{2}}{2}y'' - 2t\,v.\sin t^2 - \sqrt{2}y - \sqrt{2}y't\right]\vec{I}$$

$$+ \left[y''\frac{\sqrt{2}}{2} - 2t\,v.\cos t^2 + 2\left(x' + \frac{\sqrt{2}}{2}y'\right)t + (2x + \sqrt{2}y)\right]\vec{J}$$

$$+\begin{vmatrix} \vec{I} & \vec{J} & \vec{K} \\ 0 & 0 & 2t \\ (V_a)_x & (V_a)_y & 0 \end{vmatrix} = \boxed{}$$

③ مركز التسارع المعدوم

شرح

$\vec{V}(M) = \vec{V}(0) + \vec{\omega} \wedge \vec{OM}$

$= \vec{\omega} \wedge \vec{IM}$

نفرض • $\vec{V}(0) = \vec{\omega} \wedge \vec{I0}$

$\vec{\omega} \wedge \vec{V}(0) = \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{I0})$

$= -\omega^2 . \vec{I0}$

$= \omega^2 . \vec{0I}$

$\Longrightarrow \vec{0I} = \frac{1}{\omega^2} . \vec{\omega} \wedge \vec{V}(0)$

• $\vec{OI} = \frac{1}{\omega^2} . \omega \wedge \underbrace{\vec{V}(0)}_{\text{سرعة القطب}}$

$I\ (X_1(I), Y_1(I))$

في جملة ثابتة

ولدينا $(x_0, y_0) = (vt, 0)$

$$(X_1 - vt, Y_1 - 0) = \frac{1}{\omega^2} . \begin{vmatrix} \vec{i_1} & \vec{j_1} & \vec{k_2} \\ 0 & 0 & \omega = 2t \\ v & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$X_1 - vt = 0 \qquad X_1 = vt$

$$Y_1 = \frac{2t . v}{(2t)^2} = \frac{v \times v}{2t \times v} \Longrightarrow Y_1 = \frac{v^2}{2X_1}$$

$$\Longrightarrow \boxed{Y_1 . X_1 = \frac{v^2}{2}}$$

القاعدة

دائ المحل الهندسي لها

هو قطع زائد متساوي الساقين

Scanned by CamScanner

نفرض $I(X(I), Y(I))$ في الجملة المتماسكة
و $O(0,0)$ هو نفسه المبدأ في المتماسكة

$$(X-0, Y-0) = \frac{1}{w^2} \cdot \begin{vmatrix} \vec{I} & \vec{J} & \vec{k} \\ 0 & 0 & w \\ v\cos t^2 & -v\sin t^2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{v\cdot\sin t^2}{w} = \frac{v\cdot\sin t^2}{2t} \\ Y &= \frac{v\cdot\cos t^2}{w} = \frac{v\cdot\cos t^2}{2t} \end{aligned}\right\}$$ وهي المعادلات الوسيطية المتدحرج

- O هي مركز التسارع المعدوم
(هي نقطة من المتماسكة ينعدم تسارعها بالنسبة للجملة الثابتة)

حل المسألة $\boxed{2}$:

~~تركيب حركتين نسبية وجرية~~

~~إن دوران المخروط حول O_1O حركة نسبية، ودوران المخروط حول حركة حركة جرية~~

حركة دورانية حول نقطة ثابتة نعتبرها حركة دورانية حول محور آني يمر من هذه النقطة بشرط ذهاب أحد الحركات الدورانية فتبقى الحركة عبارة عن تركيب حركتين، نسبية وجرية

إن دوران المخروط حول O_1O حركة نسبية، ودوران المخروط حول $O_1 z_1$ حركة جرية.

ملاحظة: φ معدومة لأن المخروط ملازم للمستوي.

- بما أن الحركة تدحرج دون انزلاق فرع نقط التماس بين المخروط والمستوي الثابت O, x, y, z معدومة.

سرعة المولد O_1O تساوي الصفر: $\vec{V}(O_1O) = 0$

$\Longleftarrow$ O_1O هو المحور الآني للدوران.

$\psi' = \omega_e$

O_1z_1 عامودي عل المستوي $O_1x_1y_1$ فهو محور على O_1O (محور المخروط)

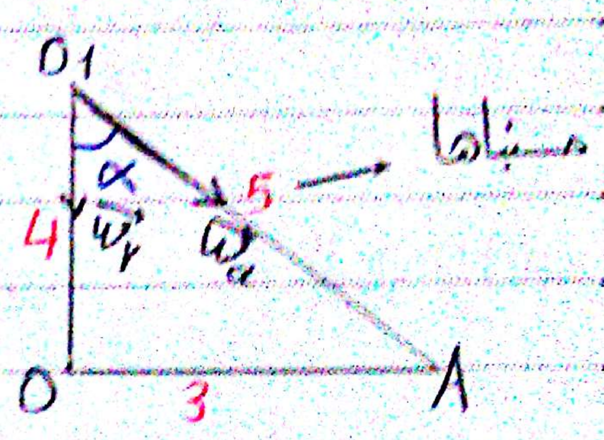
$$\vec{V}(O) = \vec{\omega}_a \wedge \overrightarrow{O_1O}$$

$$48 = |\vec{\omega}_a| \cdot |\overrightarrow{O_1O}| \cdot \sin(\widehat{\vec{\omega}_a, \overrightarrow{O_1O}})$$

$O_1A = 5$

$\cos\alpha = \frac{4}{5}$

$\sin\alpha = \frac{3}{5}$



$$48 = |\vec{\omega}_a| \cdot (4) \cdot \frac{3}{5}$$

$$|\vec{\omega}_a| = 20$$

$$\vec{V}(O) = \vec{\omega}_a \wedge \overrightarrow{O_1O}$$
$$= (\vec{\omega}_e + \vec{\omega}_r) \wedge \overrightarrow{O_1O}$$

$$\vec{V}(O) = \vec{\omega}_e \wedge \overrightarrow{O_1O} + \underbrace{\vec{\omega}_r \wedge \overrightarrow{O_1O}}_{=0}$$

$$48 = |\vec{\omega}_e| \cdot (4) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$48 = |\vec{\omega}_e| \cdot (4) \cdot \left(\frac{4}{5}\right)$$

$$|\vec{\omega}_e| = 15 \implies \psi = 15t + \psi_0$$

$t=0 \quad , \psi=0 \Longrightarrow \psi_0=0$

$$\boxed{\psi = 15t}$$

$$\vec{w_e} = 15\,\vec{k_1}$$

$$\vec{w_a} = 20\,\vec{i}$$
$$= 20\,(\cos\psi\,\vec{i_1} + \sin\psi\,\vec{j_1})$$
$$= 20\,(\cos 15t\,\vec{i_1} + \sin 15t\,\vec{j_1})$$

انتهت المحاضرة

بيان الباشا ^^

Scanned by CamScanner