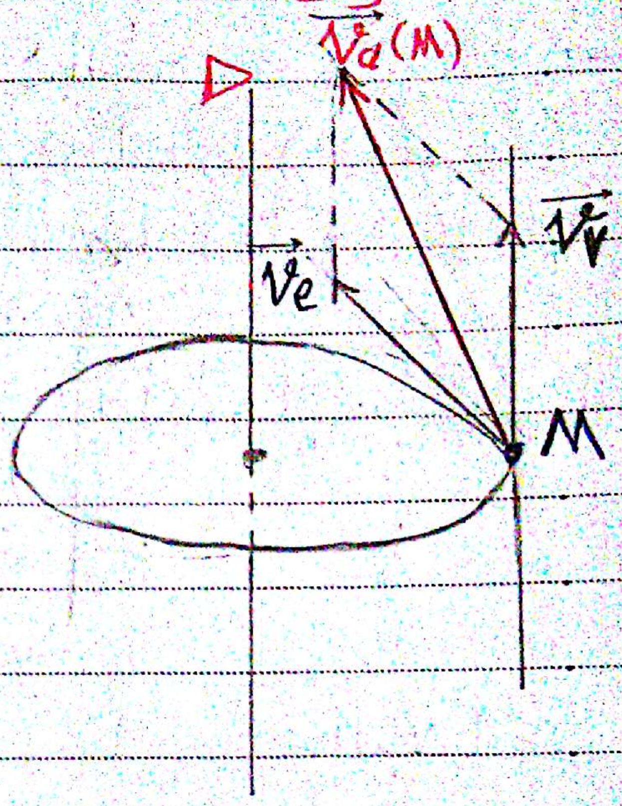
Subject : ____________ / /

7/12/2016

المحاضرة 17

• السرعة :



$$\vec V_a(M) = \frac{d\vec{O_1M}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\vec{O_1O} + \vec{OM}\right)$$

$$= \frac{d\vec{O_1O}}{dt}\Big|_F + \frac{d\vec{OM}}{dt}\Big|_F$$

$$= \vec V(O) + \frac{d\vec{OM}}{dt}\Big|_M + \vec\omega \wedge \vec{OM}$$

$$= \vec V(O) + \vec V_r(M) + \vec\omega \wedge \vec{OM}$$

$$\vec V_a(M) = \underbrace{\vec V_r(M)} + \underbrace{\vec V(O) + \vec\omega \wedge \vec{OM}}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\vec V_a(M)}_{\text{المطلقة}} = \underbrace{\vec V_r(M)}_{\text{نسبية}} + \underbrace{\vec V_e(M)}_{\text{جرية}}$$

• مثال :

M نقطة تتحرك على مستقيم Oz والذي بدوره يدور حول محور الدوران Δ
عندئذ :
حركة M النسبية هي حركتها على المستقيم وهي حركة انسحابية على Oz
وسرعتها النسبية هي محمولة على Oz .
أما حركة M الجرية هي دورانية حول المحور Δ وسرعتها الجرية حول Δ
محمولة على مماس الدائرة التي ترسمها M بالحركة الدورانية حول Δ .

• التسارع:

$$\vec{\Gamma_a}(M) = \frac{d\vec{V_a}(M)}{dt}\Big|_F = \frac{d\vec{V_r}(M)}{dt}\Big|_F + \frac{d\vec{V_e}(M)}{dt}\Big|_F$$

الاشتقاق في الثابت ← F

نعوض

$$= \frac{d\vec{V_r}(M)}{dt}\Big|_M + \vec{\omega_e}\wedge\vec{V_r}(M) + \frac{d}{dt}\left(\vec{V}(O) + \vec{\omega_e}\wedge\vec{OM}\right)\Big|_F$$

مشتق $\vec{\omega_e}$

$$\vec{\Gamma_a}(M) = \vec{\Gamma_r}(M) + \vec{\omega_e}\wedge\vec{V_r}(M) + \vec{\Gamma}(O) + \vec{\varepsilon}\wedge\vec{OM} + \vec{\omega_e}\wedge\frac{d\vec{OM}}{dt}\Big|_F$$

$$\vec{\Gamma_a}(M) = \vec{\Gamma_r}(M) + \vec{\omega_e}\wedge\vec{V_r}(M) + \vec{\Gamma}(O) + \vec{\varepsilon}\wedge\vec{OM}$$

$$+ \vec{\omega_e}\wedge\left(\frac{d\vec{OM}}{dt}\Big|_M + \vec{\omega_e}\wedge\vec{OM}\right)$$

$$\vec{\Gamma_a}(M) = \vec{\Gamma_r}(M) + \vec{\omega_e}\wedge\vec{V_r}(M) + \vec{\Gamma}(O) + \vec{\varepsilon}\wedge\vec{OM} + \vec{\omega_e}\wedge\vec{V_r}(M)$$

$$+ \vec{\omega_e}\wedge\left(\vec{\omega_e}\wedge\vec{OM}\right)$$

$$\vec{\Gamma_a}(M) = \underbrace{\vec{\Gamma_r}(M)}_{\text{نسبي}} + \underbrace{\vec{\Gamma}(O) + \vec{\varepsilon}\wedge\vec{OM} + \vec{\omega_e}\wedge(\vec{\omega_e}\wedge\vec{OM})}_{\text{جري}} + \underbrace{2\,(\vec{\omega_e}\wedge\vec{V_r}(M))}_{\text{متمم}}$$

$$\Rightarrow \vec{\Gamma_a}(M) = \vec{\Gamma_r}(M) + \vec{\Gamma_e}(M) + \vec{\Gamma_c}(M)$$

تسارع متمم أو (تسارع كوريوليس).

ينعدم التسارع المتمم عندما:

$\vec{\Gamma_c} = 0$ →

- $\vec{\omega_e} \parallel \vec{V_r}$
- $\vec{\omega_e} = 0$
- $\vec{V_r} = 0$

Scanned by CamScanner

• الدراسة التحليلية :

لدينا $O_1x_1y_1z_1$ جملة محاور ثابتة ، $Oxyz$ جملة متماسكة

• $\overrightarrow{O_1M} = \overrightarrow{O_1O} + \overrightarrow{OM}$
$= \overrightarrow{O_1O} + x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

(x, y, z) تعيين الحركة النسبية

(x_0, y_0, z_0) مع $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ تعيين الحركة الجرية

$$\left.\begin{array}{l}\vec{i}\,(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)\\ \vec{j}\,(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)\\ \vec{k}\,(\alpha_3, \beta_3, \gamma_3)\end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = x_0 + x\alpha_1 + y\,\alpha_2 + z\,\alpha_3\\ y_1 = y_0 + x\,\beta_1 + y\,\beta_2 + z\,\beta_3 \\ z_1 = z_0 + x\gamma_1 + y\gamma_2 + z\,\gamma_3\end{array}$$

• $\overrightarrow{V_a}(M) = (x_1', y_1', z_1')$

• $\overrightarrow{V_a}(M) = \underbrace{(x_0', y_0', z_0') + x\vec{i'} + y\vec{j'} + z\vec{k'}}_{\text{الجرية}} + \underbrace{x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}}_{\text{النسبية}}$

• $\overrightarrow{\Gamma_a}(M) = \overbrace{(x_0'', y_0'', z_0'') + x\vec{i''} + y\vec{j''} + z\vec{k''}}^{\Gamma_e} + \overbrace{x''\vec{i} + y''\vec{j} + z''\vec{k}}^{\Gamma_r}$
$+ 2\underbrace{(x'\vec{i'} + y'\vec{j'} + z'\vec{k'})}_{\Gamma_c}$

• دساتير جور :

$$\overrightarrow{V_a} = \overrightarrow{V_r} + \overrightarrow{V_e}$$

$$\Gamma_a = \left.\frac{d\overrightarrow{V_a}}{dt}\right|_F = \left.\frac{d\overrightarrow{V_a}}{dt}\right|_M + \vec{W} \wedge \overrightarrow{V_a}$$

$$T_x = \frac{d(V_a)_x}{dt} + q\,(V_a)_z - r\,(V_a)_y$$

$$T_y = \frac{d(V_a)_y}{dt} + r\,(V_a)_x - p\,(V_a)_z$$

$$T_z = \frac{d(V_a)_z}{dt} + p\,(V_a)_y - q\,(V_a)_x$$

وهي دساتير بور.

شروط تدحرج دون انزلاق بالحركة المستوية :

- إن حركة المركز الآني للدوران على المتدحرج بالنسبة للمستوي المتحرك هي حركة نسبية.
- • وسرعة انتقالها على المتدحرج هي سرعة نسبية $\vec{V_r}(I)$
- وحركة نقطة مثل P في المستوي المتحرك والتي تنطبق على I في لحظة ما بالنسبة للمستوي الثابت هي حركة جرية.
- • والسرعة في هذه الحركة تساوي الصفر أي :

$\vec{V_e}(I) = \vec{0}$ (حسب تعريف المركز الآني للدوران)

- أما حركة النقطة I بالنسبة لـ (x_1, y_1) هي حركة مطلقة.
- • وسرعتها المطلقة هي :

$\vec{V_a}(I) = \vec{V_r}(I)$ (سرعة انتقال I على القاعدة هي نفسها على المتدحرج)

وبالمكاملة نجد المسافة التي تقطعها I على المتدحرج تساوي المسافة التي تقطعها I على القاعدة.

خلاصة :

إن العبارات متكافئة وتعد كل منها هو شرط لتدحرج دون انزلاق للمنحني C على منحني ثابت C_1 في مستوي معين والعبارات هي :

1- إن نقطة التماس بين منحنى C_1 و C هي مركز آني للدوران.
2- السرعة الجرية لنقطة التماس معدومة.
3- السرعة المطلقة تساوي السرعة النسبية لنقطة التماس I.
4- المسافة التي تقطعها نقطة التماس على منحنى C تساوي المسافة التي تقطعها على المنحنى C_1 في فترة زمنية واحدة.

مسألة $\boxed{1}$:

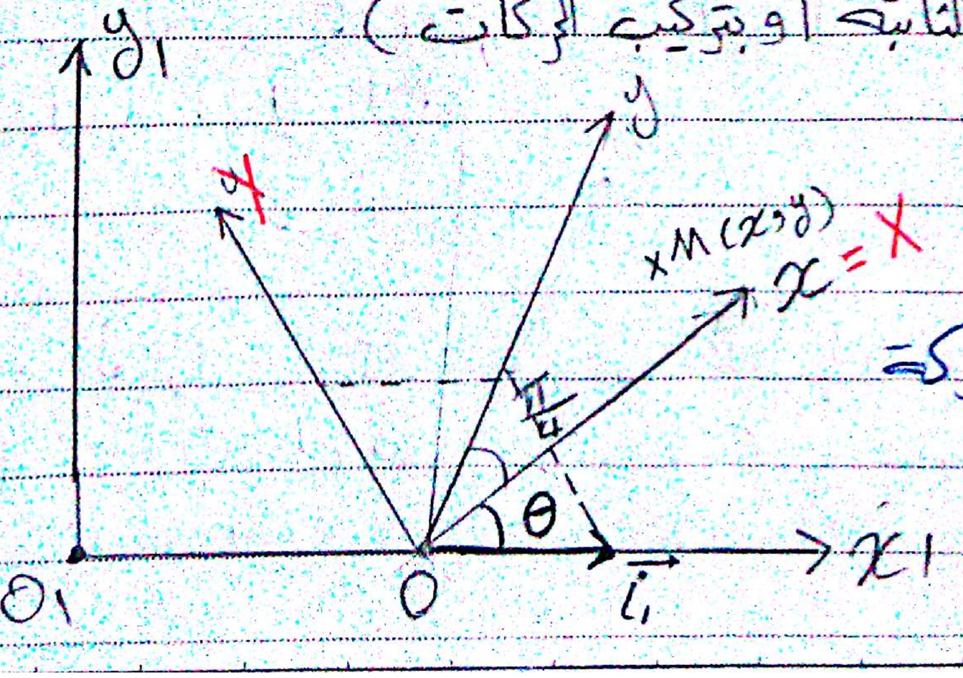
$o_1x_1y_1$ جملة إحداثيات ثابتة ومباشرة وقائمة،
$x\hat{o}y$ زاوية متماسكة قياسها $\frac{\pi}{4}$ تدور في المستوى الثابت
$o_1x_1y_1$ حول رأسها o بسرعة زاوية $w=2t$
ويتحرك رأسها O على المستقيم الثابت o_1x_1 بسرعة قيمتها العددية ثابتة وتساوي v.
M نقطة تتحرك بالنسبة للزاوية $x\hat{o}y$ إحداثياتها بالنسبة للجملة xoy هي (x,y) والمطلوب:

① عين معادلات حركة النقطة M.

② عين مركبات متجه السرعة المطلقة ومتجه التسارع المطلق للنقطة M بدلالة الزمن t وبدلالة الإحداثيات (x,y) ومشتقاتها

$$(x',y') = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right)$$

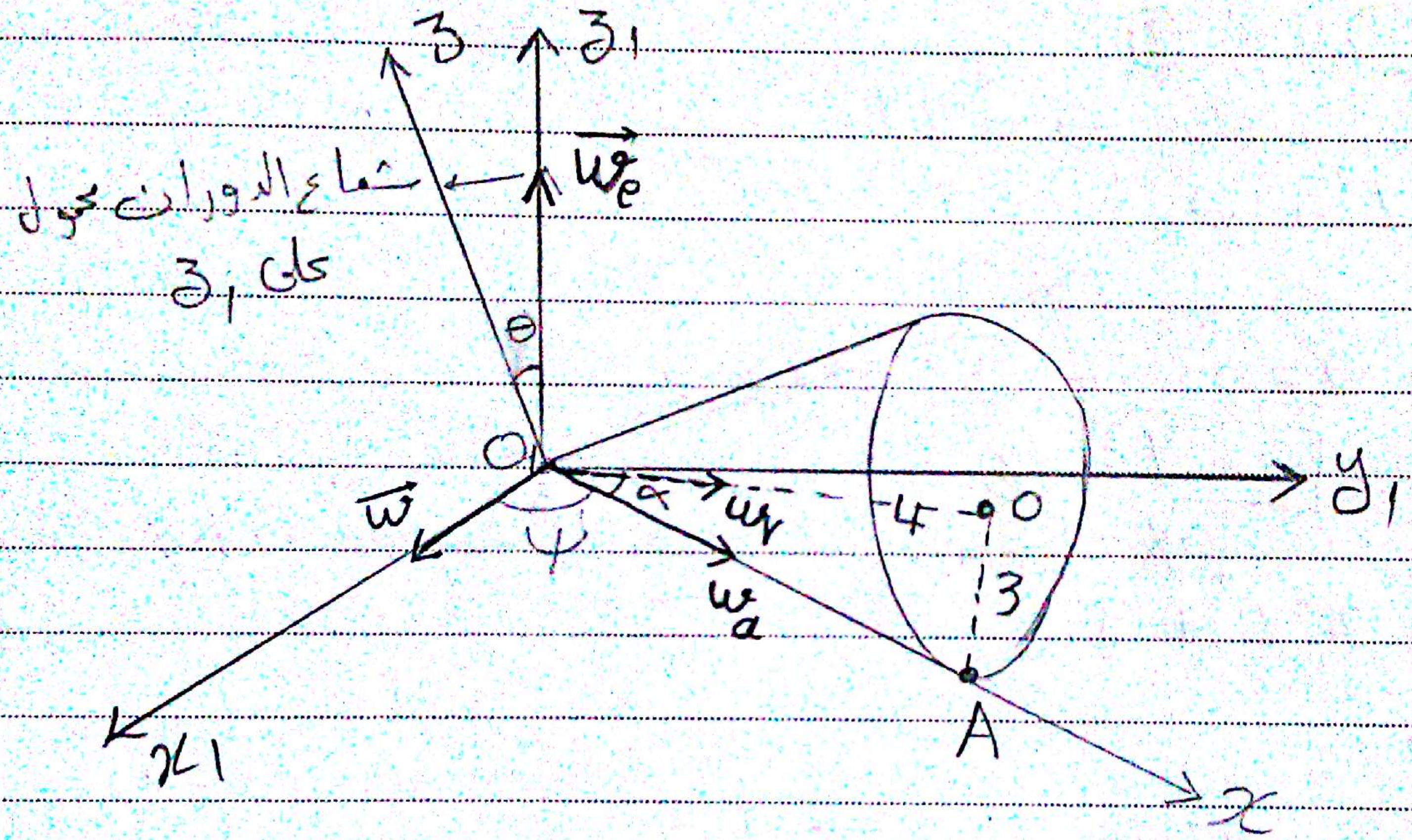
③ عين التسارع والمتجرج ومركز التسارع المعدوم.
(نلها بالنسبة للجملة الثابتة أو بتركيب الحركات)



x أحد المحاور
والـ y عامودي عليها

• حركة M بالنسبة للزاوية حركة نسبية
• وحركة M مع الزاوية هي جرية

$\boxed{2}$ يتدحرج مخروط دوراني $h = 4\,cm$ ونصف قطر قاعدته $R = 3$
دون انزلاق على المستوي الأفقي $x_1 O y_1$ مثبت بحيث يبقى
رأسه O ثابت (دورانية حول نقطة ثابتة)
نعلم بأن القيمة العددية لسرعة مركز قاعدته O ثابتة وتساوي
$V(O) = 48$ والمطلوب:
تعيين شعاع الدوران الجزئي للمخروط حول Oz
وشعاع الدوران الآني له بدلالة الزمن.



انتهت المحاضرة

بيان البشاش ٨٩