2015 ف

الجمهورية العربية السورية

جامعة دمشق | امتحانات الفصل الثاني للعام الدراسي 2015/2014 | اسم الطالب:

كلية العلوم | مقرر نظرية البيان | المدة: ساعتان

قسم الرياضيات | لطلاب السنة الثالثة

اجب عن الاسئلة الآتية:

السؤال الأول: (10 درجات)

اثبت صحة العلاقة التالية:

$$\sum_{i=1}^{k} n_i^2 \le \left(\sum_{i=1}^{k} n_i\right)^2 - (k-1)*(2\sum_{i=1}^{k} n_i - k)$$ حيث $n_i \in Z, i = 1:k$

السؤال الثاني: (30 درجة)

اثبت صحة ما يلي:

1- اثبت انه اذا كانت T شجرة ثنائية فإن ما يلي محقق:

أ- عدد العقد عدد فردي

ب- عدد العقد المعلقة 1/2(n+1) .

2- ليكن لدينا البيان البسيط G(V;E) إذا وجد $x, y \in V$ و $x \neq y$ حيث يوجد ممران مختلفان من x إلى y فإن البيان يحتوي على دائرة

السؤال الثالث: (40 درجة)

لكن لدينا البيان الموجه الموزون $\vec{G}(V;\vec{E})$ مجموعة عقدة $V = \{v_1; v_2; v_3; v_4; v_5; v_6\}$ ومجموعة الأقواس

$\vec{E} = \{[v_1, v_2] = 35 ; [v_1, v_3] = 15 ; [v_1, v_4] = 14 ; [v_2, v_3] = 11 ; [v_2, v_4] = 25 ; [v_2, v_5] = 22 ; [v_3, v_4] = 36 ; [v_3, v_5] = 38 ; [v_3, v_6] = 68 ; [v_4, v_6] = 43 ; [v_5, v_6] = 16\}$.

1- ارسم البيان $\vec{G}(V;\vec{E})$.

2- استخدام خوارزمية كاسكادا لإيجاد اقصر مسافة بين v_1 و v_6.

3- استخدام خوارزمية ديجكستر لإيجاد المسار الأقصر بين v_1 و v_6.

السؤال الرابع: (20 درجة)

لكن لدينا البيان $G(V;E)$ مجموعة عقدة $V = \{v_1; v_2; v_3; v_4; v_5; v_6; v_7; v_8\}$ ومجموعة الأضلاع

$E = \{e_1 = (v_1, v_2); e_2 = (v_2, v_3); e_3 = (v_2, v_7); e_4 = (v_2, v_8);$

$e_5 = (v_3, v_4); e_6 = (v_3, v_7); e_7 = (v_4, v_6); e_8 = (v_5, v_6); e_9 = (v_6, v_7); e_{10} = (v_7, v_8)\}$

1. ارسم البيان G(V;E)
2. اوجد مصفوفة الدوائر الأساسية.
3. أرسم البيان المرافق للبيان G(V;E) *

دمشق في 2015/2/15

مع تمنياتي لكم بالنجاح

أستاذ المقرر

أ.د. خالد الخنيفس

حل دورة 2014-2015 الفصل الأول

السؤال الأول :

$$\forall n_1, n_2, \dots, n_k \in z^+ \Rightarrow (n_1-1), (n_2-1), \dots, (n_k-1) \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$$

إن :

$$\sum_{i=1}^{k}(n_i-1) = (n_1-1)+(n_2-1)+\cdots+(n_k-1)$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{k}(n_i-1) = \left(\sum_{i=1}^{k} n_i\right) - k \xrightarrow{\text{بالتربيع}} \left(\sum_{i=1}^{k}(n_i-1)\right)^2 = \left(\left(\sum_{i=1}^{k} n_i\right) - k\right)^2$$

$$\Rightarrow \underbrace{\left(\sum_{i}^{k}(n_i-1)\right)^2}_{P_1} = \underbrace{\left(\sum_{i=1}^{k} n_i\right)^2 - \left(2k\sum_{i=1}^{k} n_i + k^2\right)}_{P_2}$$

$$P_1 = \left((n_1-1)+(n_2-1)+\cdots+(n_k-1)\right)^2$$

تذكرة : $(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2xy+2xz+2yz)$ وباستخدام تعميمها نجد أن :

$$P_1 = \sum_{i=1}^{k}(n_i-1) + 2\sum_{i=1}^{k}\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{k}\left((n_i-1)(n_j-1)\right)$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{k}(n_i-1)^2 + \underbrace{2\sum_{i=1}^{k}\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{k}(n_i-1)(n_j-1)}_{\text{موجب } (*)} = \left(\sum_{i=1}^{k} n_i\right)^2 - 2k\sum_{i=1}^{k} n_i + k^2$$

بحذف الحد (*) الموجب يصبح الحد الأيسر أصغر وتصبح لدينا المتراجحة :

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{k}(n_i-1)^2 \le \left(\sum_{i=1}^{k} n_i\right)^2 - 2k\sum_{i=1}^{k}(n_i) + k^2$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{k} {n_i}^2 - 2\sum_{1}^{k} n_i + k \le \left(\sum_{i=1}^{k} n_i\right)^2 - 2k\sum_{i=1}^{k}(n_i) + k^2$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{k} {n_i}^2 \le \left(\sum_{i=1}^{k} n_i\right)^2 - 2(k-1)\sum_{i=1}^{k}(n_i) + k^2 - k$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{k} {n_i}^2 \le \left(\sum_{i=1}^{k} n_i\right)^2 - 2(k-1)\sum_{i=1}^{k}(n_i) + k(k-1)$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{k} {n_i}^2 \le \left(\sum_{i=1}^{k} n_i\right)^2 - (k-1)\left(2\sum_{i=1}^{k}(n_i - k)\right)$$

السؤال الثاني :

1) أ) قدرة الجذر تساوي 2 ولنفرض أن العقد الداخلية k قدرة أي منها هو 3 ومنه عدد العقد المعلقة هو $n-(k+1)$ وقدرة أي منها هو 1 و $|E| = n-1$ وحسب مبرهنة سابقة فإن :

$$\sum_{v\in T}\deg(v) = 2|E|$$

$$\Rightarrow 1\times 2 + 3\times k + 1\times(n-k-1) = 2n-2$$

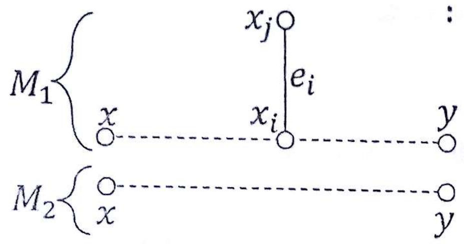
$$\Rightarrow\ 2+3k+n-k-1 = 2n-2 \Rightarrow\ n = 3+2k = \text{عدد فردي}$$

ب) نفرض أن m عدد العقد المعلقة بما أن T شجرة فإن $|E| = n-1$ عدد العقد الداخلة و قدرة أي عقدة هو 3 و قدرة الجذر هو 2 و لدينا :

$$\sum_{v\in T} deg\,(v) = 2|E|\ \Rightarrow\ 1\times 2 + 3(n-m-1) + 1\times m = 2(n-1)$$

$$\Rightarrow\ 2+3n-3m-3+m = 2n-2 \quad \Rightarrow\ 2m = 1+n \Rightarrow\ m = \frac{(n+1)}{2}$$

2) لنفرض أن $x, y \in V$, $x \neq y$ وبفرض لدينا الممرين المختلفين $M_1 \neq M_2$ ولنثبت أنه يوجد C بحيث $C \in G$ ، لنناقش الحالات التالية بالنسبة للمسارين :



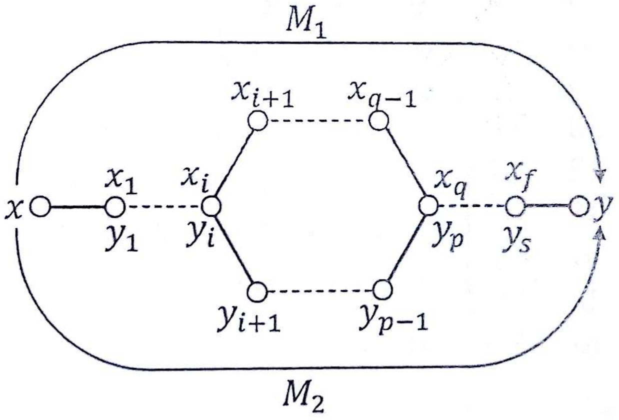
I) حالة الفرق بينهما هو عقدة (و ضلع) : هذه الحالة واضحة حيث الدائرة هي فقط : $< x_i, e_i, x_j, e_i, x_i >$

II) حالة الفرق بينهما أكثر من عقدة (أي أكثر أو يساوي 3 أضلاع) :

لنرقم المسار الأول $(1{:}f)$ والمسار الثاني $(1{:}s)$ ولنشكل المجموعة A بحيث :

$$A = \{r : i < r \leq f \ ; \ x_r = y_t \ : \ i < t \leq s \ ; \ x_{r-1} \neq y_{t-1}\}$$

(أي أن r متحول على دليل المسار M_1 والتي يتحقق عندها انطباق عقدتين من M_1 و M_2 و العقدتين اللتان قبلهما مباشرة مختلفتين) ،



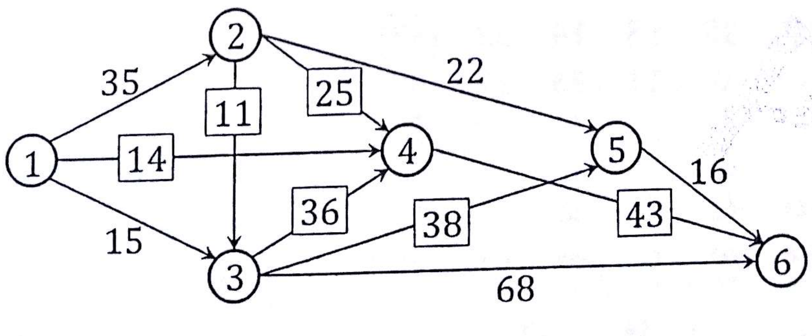
إن A غير خالية لأنه : بما أن $x_f = y_s$ و $i < s \leq s$ و $i < f \leq f$ فإن $f \in A$ ، ولنفرض أن دليل أول عقدة من المسار الأول و التي تطابق عقدة من المسار الثاني هو q أي $x_q = y_p$ فيكون لدينا المسارين

$$L_1 =< x_i, \dots, x_q = y_p > \text{ و } L_2 =< y_p, \dots, y_i = x_i >$$

ومنه يكون المسار $L = L_1 \cup L_2 =< x_i, \dots, x_q = y_p, \dots, y_i = x_i >$ دائرة .

السؤال الثالث :

(1



2) حسب خوارزمية كاسكادا :

$$B=\begin{pmatrix}0&35&15&14&\infty&\infty\\ \infty&0&11&25&22&\infty\\ \infty&\infty&0&36&38&68\\ \infty&\infty&\infty&0&\infty&43\\ \infty&\infty&\infty&\infty&0&16\\ \infty&\infty&\infty&\infty&\infty&0\end{pmatrix}\quad\Rightarrow\quad B^2=B\oplus B=$$

$$\begin{pmatrix}0&35&15&14&\infty&\infty\\ \infty&0&11&25&22&\infty\\ \infty&\infty&0&36&38&68\\ \infty&\infty&\infty&0&\infty&43\\ \infty&\infty&\infty&\infty&0&16\\ \infty&\infty&\infty&\infty&\infty&0\end{pmatrix}\oplus\begin{pmatrix}0&35&15&14&\infty&\infty\\ \infty&0&11&25&22&\infty\\ \infty&\infty&0&36&38&68\\ \infty&\infty&\infty&0&\infty&43\\ \infty&\infty&\infty&\infty&0&16\\ \infty&\infty&\infty&\infty&\infty&0\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}0&35&15&14&53&57\\ \infty&0&11&25&22&38\\ \infty&\infty&0&36&38&54\\ \infty&\infty&\infty&0&\infty&43\\ \infty&\infty&\infty&\infty&0&16\\ \infty&\infty&\infty&\infty&\infty&0\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow B^3=B^2\oplus B$$

$$=\begin{pmatrix}0&35&15&14&53&57\\ \infty&0&11&25&22&38\\ \infty&\infty&0&36&38&54\\ \infty&\infty&\infty&0&\infty&43\\ \infty&\infty&\infty&\infty&0&16\\ \infty&\infty&\infty&\infty&\infty&0\end{pmatrix}\oplus\begin{pmatrix}0&35&15&14&\infty&\infty\\ \infty&0&11&25&22&\infty\\ \infty&\infty&0&36&38&68\\ \infty&\infty&\infty&0&\infty&43\\ \infty&\infty&\infty&\infty&0&16\\ \infty&\infty&\infty&\infty&\infty&0\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}0&35&15&14&53&\boxed{57}\\ \infty&0&11&25&22&38\\ \infty&\infty&0&36&38&54\\ \infty&\infty&\infty&0&\infty&43\\ \infty&\infty&\infty&\infty&0&16\\ \infty&\infty&\infty&\infty&\infty&0\end{pmatrix}=B^2$$

ومنه المسار المطلوب هو : $v_1\xrightarrow{14}v_4\xrightarrow{43}v_6$ وطوله هو 57 .

3) حسب خوارزمية ديجكستر :

نفرض أن $P(1)=0$ وأن $T(k)=\infty : k=2,3,4,5,6$ ولنحسب قيمة $P(2)$:

نعلم أن : $d_{1\,2}=35$ و $d_{1\,3}=15$ و $d_{1\,4}=14$ ومنه :

$$T(2)=\min\{T(2)\,,P(1)+d_{1\,2}\}=\min\{\infty\,,0+35\}=35$$
$$T(3)=\min\{T(3)\,,P(1)+d_{1\,3}\}=\min\{\infty\,,0+15\}=15$$
$$T(4)=\min\{T(4)\,,P(1)+d_{1\,4}\}=\min\{\infty\,,0+14\}=14$$
$$T(5)=\min\{T(5)\}=\infty$$
$$T(6)=\min\{T(6)\}=\infty$$
$$\Rightarrow P(2)=\min\{T(2)\,,T(3)\,,T(4)\,,T(5)\,,T(6)\}$$
$$=\min\{35\,,15\,,14\,,\infty,\infty\}=14$$

لنحسب $P(3)$: نعلم أن $d_{2\,3}=11$ و $d_{2\,4}=25$ و $d_{2\,5}=22$ ومنه :

$$T(3)=\min\{T(3),P(2)+d_{2\,3}\}=\min\{15\,,14+11\}=15$$
$$T(4)=\min\{T(4),P(2)+d_{2\,4}\}=\min\{14\,,14+25\}=14$$
$$T(5)=\min\{T(5),P(2)+d_{2\,5}\}=\min\{\infty\,,14+22\}=36$$
$$T(6)=\min\{T(6)\}=\infty$$
$$\Rightarrow P(3)=\min\{T(3)\,,T(4)\,,T(5)\,,T(6)\}=\min\{15\,,14\,,36,\infty\}=14$$

لنحسب $P(4)$: نعلم أن $d_{3\,4}=36$ و $d_{3\,5}=38$ و $d_{3\,6}=68$ ومنه :

$$T(4)=\min\{T(4),P(3)+d_{3\,4}\}=\min\{14\,,14+36\}=14$$
$$T(5)=\min\{T(5),P(3)+d_{3\,5}\}=\min\{36\,,14+38\}=36$$
$$T(6)=\min\{T(6),P(1)+d_{3\,6}\}=\min\{\infty,14+68\}=82$$
$$\Rightarrow P(4)=\min\{T(4)\,,T(5)\,,T(6)\}=\min\{14\,,36,82\}=14$$

لنحسب $P(5)$: نعلم أن $d_{4\,6}=43$ ومنه :

$$T(5)=\min\{T(5)\}=\min\{36\}=36$$
$$T(6)=\min\{T(6),P(4)+d_{4\,6}\}=\min\{82\,,14+43\}=57$$
$$\Rightarrow P(5)=\min\{T(5)\,,T(6)\}=\min\{36\,,57\}=36$$

لنحسب $P(6)$: نعلم أن $d_{5\,6}=16$ ومنه :

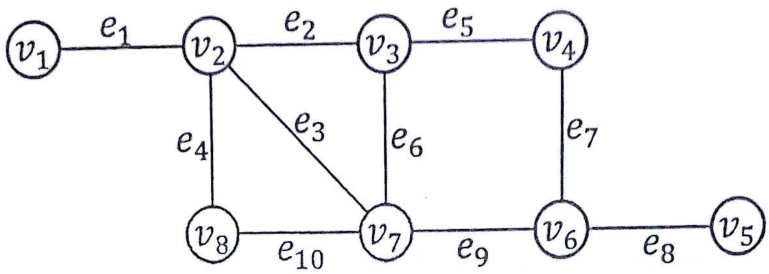
$$T(6)=\min\{T(6),P(5)+d_{5\,6}\}=\min\{57\,,36+16\}=\min\{57\,,52\}$$

نلاحظ أن 52 لا تمثل طول لمسار ما بين العقدتين $v_1\,,v_6$ لأنها ناتجة عن الأقواس $d_{1\,4}\,,d_{2\,5}\,,d_{5\,6}$ لكن هذه الأقواس غير متصلة ببعضها لذا نرفض القيمة 52 كطول للمسار الأقصر .

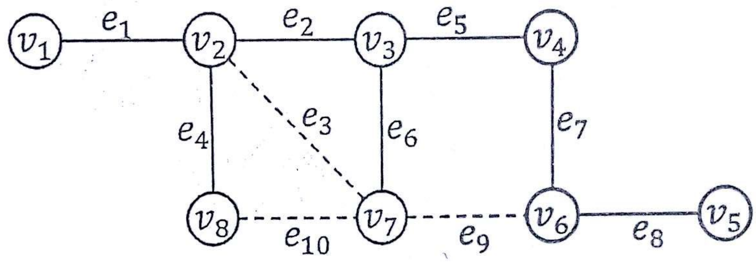
بينما 57 تمثل طول لمسار هو : $v_1\xrightarrow{14}v_4\xrightarrow{43}v_6$ ومنه هو المسار المطلوب .

السؤال الرابع :

1) الرسم :



2) لإيجاد مصفوفة الدوائر الاساسية لابد من تحديد شجرة مشدودة على البيان ، إن الشكل التالي يمثل شجرة مشدودة على هذا البيان حيث الاضلاع المنقطة هي الأوتار



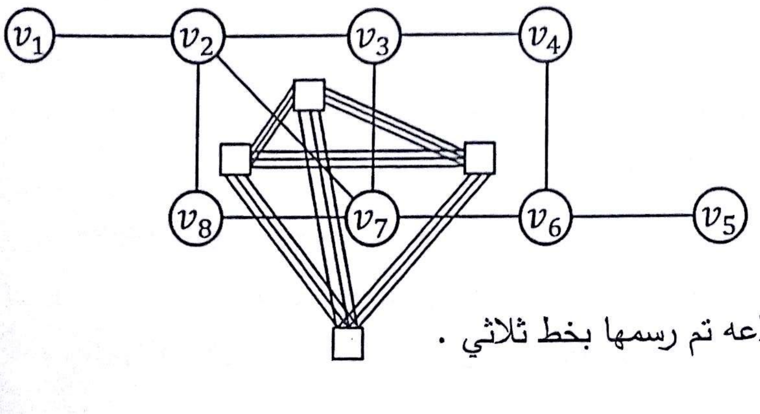
إن الدوائر الموجودة في البيان هي :

$$C_1 =< e_3, e_4, e_{10} > \ , \quad C_2 =< e_2, e_3, e_6 > \quad , \quad C_3 =< e_5, e_6, e_9, e_7 >$$
$$C_4 =< e_2, e_4, e_{10}, e_6 > \ , \quad C_5 =< e_2, e_5, e_7, e_9, e_{10}, e_4 >$$

الاساسية منها هي : C_2 , C_3, C_4 ومنه مصفوفة الدوائر الاساسية هي :

$$C_{G_f} = \begin{array}{c} C_{f_1} \\ C_{f_2} \\ C_{f_3} \end{array} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3) البيان المرافق (لم يتم اعطائه في العام الدراسي 2015/2014) :



ان المربعات هي عقد البيان المرافق واضلاعه تم رسمها بخط ثلاثي .

انتهى حل دورة 2015-2014 الفصل الأول

2015

الجمهورية العربية السورية
جامعـــة دمشـــق
كليــة العـلوم
قســم الرياضيات

امتحانات الدورة الاضافية للعام الدراسي
2015/2014
مقرر: نظرية البيان
لطلاب السنة الثالثة

اسم الطالب: دعاء
المدة : ساعتان

اجب عن الاسئلة التالية

السؤال الأول:(10 درجة):

ليكن لدينا البيان المستوي المترابط G=(V;E) قدرات عقدة 2,4,2,2,5,3,3,3,2,4,6 أوجد عدد أوجه البيان.

السؤال الثاني:(50 درجة):

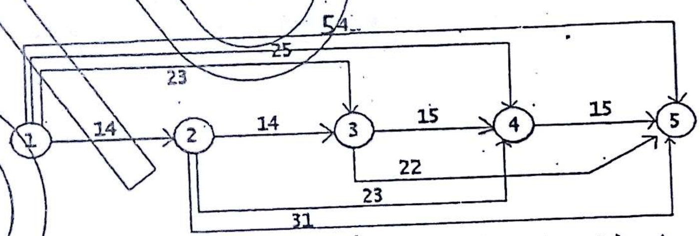
1- ليكن لدينا البيان البسيط G=(V;E) ولتكن R علاقة معرفة على V كالتالي : xRy اذا وفقط إذا $(x,y)\in E$
أثبت أن R غير انعكاسية ومتناظرة.

2- ليكن لدينا لبيان المترابط G=(V;E) يحوي دائرة $x=x_1,e_1,\dots\dots,e_{n-1},x_n=x$ وليكن لدينا البيان $H=(V;E-\{e_1,\dots\dots,e_{n-1}\})$ وليكن البيان $G'=(V';E-\{e_1,\dots\dots,e_{n-1}\})$ بحيث $V'=\{v\in V;H$ عقدة غير معزولة $v\}$ عندئذ فأن : $V'\neq\phi$ و $V'\cap\{x_1,\dots\dots,x_n\}\neq\phi$

3- اثبت انه إذا كانت T=(V;E) شجرة ثنائية منتظمة فإن ما يلي محقق:
أ- عدد العقد عدد فردي
ب- عدد العقد المعلقة 1/2(n+1) .

السؤال الثالث: (40 درجة)

ليكن لدينا البيان الموجه الموزون G(V;E) التالي:



1- طبق خوارزمية كاسكادا لإيجاد أصغر مسار من العقدة v_1 إلى العقدة v_5 .
2- طبق خوارزمية ديجكستر لإيجاد أصغر مسار من العقدة v_1 إلى العقدة v_5 .

دمشـــق في 2015/7/5 .

Have a wonderful vacation
أستاذ المقرر
أ. د. خالد الخنيفس

-٤-

PLUS	السنة : الثالثة	الرياضيات	PLUS
	حل أسئلة دورات مقرر نظرية البيان		

حل دورة 2014-2015 الفصل الثاني

السؤال الأول :

بما أن البيان مترابط فهو بسيط ومنه :

$$\sum_{i=1}^{n} \deg(x_i) = 2|E| \Rightarrow 2|E| = 2+4+2+2+5+3+3+3+2+4+6 = 36$$

$$\Rightarrow |E| = \frac{36}{2} = 18$$

ولكن لأن البيان مترابط ومنه حسب القانون : $|V| - |E| + f = 2$ (حيث f هو عدد الوجوه) يكون :

$$11 - 18 + f = 2 \Rightarrow f = 9$$

السؤال الثاني :

1) إن R انعكاسية لأن : إن البيان بسيط أي لا يحوي عرى ومنه لا يوجد ضلع بين x ونفسها أي أن $(x,x) \in E$ ومنه فإن xRx غير محققة لأجل $\forall x \in V$.

كما أن R متناظرة لأن : لتكن $x, y \in V$ اذا وجد ضلع يربط x مع y فإن الضلع ذاته يربط y مع x ومنه $(x,y) \in E$ تقتضي $(y,x) \in E$ أي $xRy \Rightarrow yRx$ وذلك $\forall x, y \in V$.

2) ليكن لدينا العقدتين x, y بحيث $x \in \{x_1, \dots, x_n\}$ وَ $y \in V$ وَ $x \neq y$ ، بما أن البيان G مترابط فإنه يوجد ممر بين العقدة x والعقدة y نفرضه $W := < y_1, e_1, \dots, e_{m-1}, y_m >$ حيث $y_m \equiv y$ و $y_1 \equiv x$ ، عندئذٍ مجموعة عقد هذا الممر تنتمي إلى عقد الدائرة C ، وليكن $1 \leq r \leq m$ بحيث يكون r أكبر عدد صحيح يكون فيه $y_r \in \{x_1, \dots, x_n\}$ ولنميز حالتين :

1) $r = m$: $\Leftarrow$ $y_r \equiv y_m$ ومنه (لأن G مترابط) $y_r \in V'$ ومنه $y_r \in V' \cap \{x_1, \dots, x_n\}$.

2) $1 < r < m$: أي $y_r \in \{x_1, \dots, x_n\}$ ومنه $y_{r+1} \notin \{x_1, \dots, x_n\}$ ومنه $e' = (y_r, y_{r+1}) \notin \{e_1, \dots, e_{n-1}\}$ ومنه $e' \in G'$ ومنه y_r غير معزولة ومنه $y_r \in V'$ ومنه $V' \cap \{x_1, \dots, x_n\} \neq \phi$.

3) أ) قدرة الجذر تساوي 2 ولنفرض أن العقد الداخلية k قدرة أي منها هو 3 ومنه عدد العقد المعلقة هو $n-(k+1)$ وقدرة أي منها هو 1 و $|E| = n-1$ وحسب مبرهنة سابقة فإن :

$$\sum_{v \in T} \deg(v) = 2|E|$$

$$\Rightarrow 1 \times 2 + 3 \times k + 1 \times (n-k-1) = 2n-2$$

$$\Rightarrow \quad 2 + 3k + n - k - 1 = 2n-2 \Rightarrow \quad n = 3 + 2k = \text{عدد فردي}$$

ب) نفرض أن m عدد العقد المعلقة بما أن T شجرة فإن $|E| = n-1$ عدد العقد الداخلة و قدرة أي عقدة هو 3 و قدرة الجذر هو 2 و لدينا :

$$\sum_{v \in T} deg\,(v) = 2|E| \;\Rightarrow\; 1 \times 2 + 3(n-m-1) + 1 \times m = 2(n-1)$$

$$\Rightarrow \; 2 + 3n - 3m - 3 + m = 2n - 2 \qquad \Rightarrow \quad 2m = 1 + n \;\Rightarrow\; m = \frac{(n+1)}{2}$$

السؤال الثالث :

1) أولاً لنوجد مصفوفة الابعاد :

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 14 & 23 & 25 & 54 \\ \infty & 0 & 14 & 23 & 31 \\ \infty & \infty & 0 & 15 & 22 \\ \infty & \infty & \infty & 0 & 15 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad B^2 = B \oplus B =$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 14 & 23 & 25 & 54 \\ \infty & 0 & 14 & 23 & 31 \\ \infty & \infty & 0 & 15 & 22 \\ \infty & \infty & \infty & 0 & 15 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 0 & 14 & 23 & 25 & 54 \\ \infty & 0 & 14 & 23 & 31 \\ \infty & \infty & 0 & 15 & 22 \\ \infty & \infty & \infty & 0 & 15 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 14 & 23 & 25 & 40 \\ \infty & 0 & 14 & 23 & 31 \\ \infty & \infty & 0 & 15 & 22 \\ \infty & \infty & \infty & 0 & 15 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow B^3 = B^2 \oplus B = \begin{pmatrix} 0 & 14 & 23 & 25 & 40 \\ \infty & 0 & 14 & 23 & 31 \\ \infty & \infty & 0 & 15 & 22 \\ \infty & \infty & \infty & 0 & 15 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 0 & 14 & 23 & 25 & 54 \\ \infty & 0 & 14 & 23 & 31 \\ \infty & \infty & 0 & 15 & 22 \\ \infty & \infty & \infty & 0 & 15 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 14 & 23 & 25 & \boxed{40} \\ \infty & 0 & 14 & 23 & 31 \\ \infty & \infty & 0 & 15 & 22 \\ \infty & \infty & \infty & 0 & 15 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix} = B^2$$

ومنه المسار المطلوب هو : $v_1 \xrightarrow{25} v_4 \xrightarrow{15} v_5$. وطوله هو 40 .

2) نفرض أن $P(1) = 0$ وأن $T(k) = \infty : k = 2,3,4,5$ ولنحسب قيمة $P(2)$:

نعلم أن : $d_{1\,2} = 14$ و $d_{1\,3} = 23$ و $d_{1\,4} = 25$ و $d_{1\,5} = 54$ ومنه :

$$T(2) = \min\{ T(2) , P(1) + d_{1\,2}\} = \min\{ \infty , 0 + 14 \} = 14$$
$$T(3) = \min\{ T(3) , P(1) + d_{1\,3}\} = \min\{ \infty , 0 + 23 \} = 23$$
$$T(4) = \min\{ T(4) , P(1) + d_{1\,4}\} = \min\{ \infty , 0 + 25 \} = 25$$
$$T(5) = \min\{ T(5) , P(1) + d_{1\,5}\} = \min\{ \infty , 0 + 54 \} = 54$$
$$\Rightarrow P(2) = \min\{T(2) ; T(3) , T(4) , T(5) \}$$
$$= \min\{14 , 23 , 25 , 54\} = 14$$

لنحسب $P(3)$: نعلم أن $d_{2\,3} = 14$ و $d_{2\,4} = 23$ و $d_{2\,5} = 31$ ومنه :

$$T(3) = \min\{23 , 14 + 14\} = 23 \quad \& \quad T(4) = \min\{25 , 14 + 23\} = 25$$
$$T(5) = \min\{54 , 14 + 31\} = 45 \quad \Rightarrow P(3) = \min\{23 , 25 , 45\} = 23$$

لنحسب $P(4)$: نعلم أن $d_{3\,4} = 15$ و $d_{3\,5} = 22$ ومنه :

$$T(4) = \min\{25 , 23 + 15\} = 25 \quad \& \quad T(5) = \min\{45 , 23 + 22\} = 45$$
$$\Rightarrow P(4) = \min\{25 , 45\} = 25$$

لنحسب $P(5)$: نعلم أن $d_{4\,5} = 15$ ومنه :

$$T(5) = \min\{45 , 25 + 15\} = 40 \quad \Rightarrow P(5) = \min\{ T(5)\} = 40$$

ومنه المسار المطلوب هو : $v_1 \xrightarrow{25} v_4 \xrightarrow{15} v_5$.

انتهى حل دورة 2014-2015 الفصل الثاني