فريق: سيريانات

المحاضرة الثانية ن

2017/3/28

3- تحليل المبرهنات بمساعدة الهندسة التحليلية:

تمارين:

1) برهن أن $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}) = 1$ حيث $\vec{i} = (1,0,0)$ $\vec{j} = (0,1,0)$ $\vec{k} = (0,0,1)$

$$(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

2) لتكن لدينا $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ ثلاثة أشعة غير صفرية، $\vec{g}$ شعاع يحقق: $\vec{g}\vec{u} = 1$ ، $\vec{g}\vec{v} = \vec{g}\vec{w} = 0$ فبكون

شعاع $\vec{g} = \vec{v} \wedge \vec{w}$ عدد $\vec{v}, \vec{w}, \vec{u}$

$$\vec{g} \perp \vec{v} \Leftarrow \vec{g} \cdot \vec{v} = 0$$
$$\vec{g} \perp \vec{w} \Leftarrow \vec{g} \cdot \vec{w} = 0$$
$$\vec{g} \parallel \vec{v} \wedge \vec{w}$$

* $\exists \alpha \in \mathbb{R}; \vec{g} = \alpha(\vec{w} \wedge \vec{v})$

نضرب $\vec{u}$ داخليا

$$\vec{g} \cdot \vec{u} = \alpha(\vec{v} \wedge \vec{w}) \cdot \vec{u}$$

$$1 = \alpha(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$$

$$\alpha = \frac{1}{(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})}$$

نعوض: *

$$\vec{g} = \frac{\vec{v} \wedge \vec{w}}{(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})}$$

نقطة

Scanned by CamScanner

اذا كان $\vec{u}=\vec{i}$ ، $\vec{v}=\vec{j}$ ، $\vec{w}=\vec{k}$

اوجد $\vec{g}$

$$\vec{g}=\frac{\vec{j}\wedge\vec{k}}{1}$$

$$\vec{g}=\vec{i}$$

٣) $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ اشعة غير صفرية ، غير متوازية تحقق برهن ان $\vec{u}\wedge\vec{v}+\vec{v}\wedge\vec{w}+\vec{w}\wedge\vec{u}=0$

$\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ تقع في مستوٍ واحد

* هذا السؤال برهن سابقاً

٤) اوجد مساحة المثلث الذي رؤوسه $A(2,5,0)$
$B(11,3,2)$
$C(5,1,11)$

$$S=\frac{1}{2}\left|\vec{AB}\wedge\vec{AC}\right|$$

لدينا $\vec{AB}=(9,-2,2)$ $\vec{AC}=(3,-4,11)$

$$\vec{AB}\wedge\vec{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 9 & -2 & 2\\ 3 & -4 & 11\end{vmatrix}=(10,-75,42)$$

$$S=\frac{1}{2}\sqrt{(10)^2+(-72)^2+(42)^2}$$

٥) اوجد حجم الهرم المار بالرؤوس
$A(1,2,0)$ $B(2,3,1)$ $C(1,5,3)$ $D(1,2,6)$

حجم الهرم $=\frac{1}{6}$ حجم متوازي السطوح

Scanned by CamScanner

ممكن ان تجد في صيغة السؤال مثل ارجد قيمة α التي تجعل الشكل التالي هرما" فنقوم بتعويض النقاط مثل $D=(1,\alpha,6)$ ثم في نهاية التمرين نضع العلم في فرن والجاهيل في فرن ونفضل على قيمة α التي تمثل الشكل هرما".

$$V=\frac{1}{6}(\vec{AB},\vec{AC},\vec{AD})$$

$$V=\frac{1}{6}\begin{vmatrix}1&1&3\\0&3&3\\0&0&6\end{vmatrix}=\frac{18}{6}=3$$

وهو المطلوب !!

6) حل التمرين الثاني من المحاضرة السابقة :

$A(0,2,0)$

$C(0,0,5)$ $\quad \vec{n}(0,1,3)$

$H(7,-7,0)$ المحور Δ يمر من C ويوازي

$$g=\vec{g}.\vec{u}$$

$$g=(\vec{n}\wedge\vec{CA}).\vec{u}$$

$$\vec{u}=\frac{\vec{H}}{|\vec{H}|}\Rightarrow|\vec{H}|=\sqrt{(7)^2+(-7)^2+(0)^2}$$

$$|\vec{H}|=7\sqrt{2}$$

$$\vec{u}=\left(\frac{7}{7\sqrt{2}},\frac{-7}{7\sqrt{2}},0\right)$$

$$\vec{V}\wedge\vec{A}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\0&1&3\\0&2&-5\end{vmatrix}=(-5,0,0)$$

$$g=(-5,0,0).\left(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}},0\right)=\frac{-5}{\sqrt{2}}$$

اعداد : جيهان مصطفى

فريق : سيريا ماث ❤

Scanned by CamScanner