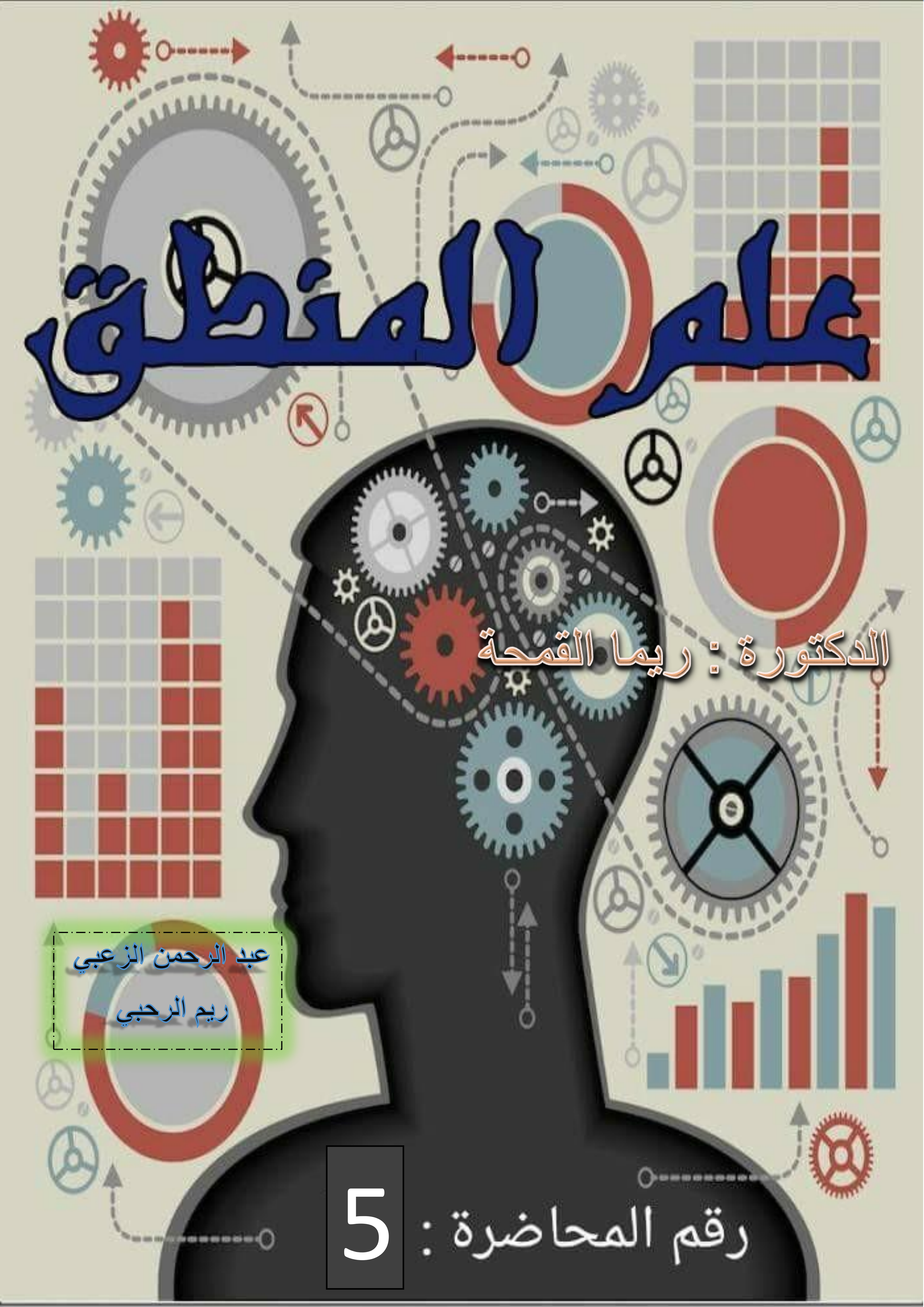


علم المنطق

الدكتورة : ريما القمحة

عبد الرحمن الزعبي
ريم الرحبي

رقم المحاضرة : 5

بسم الله الرحمن الرحيم

مثال : نرمي قطعة نقود فاذا ظهر كتابة أنت تخسر ، و اذا ظهرت صورة فأنا أربح

استخدام تقنية النقض بالفرض لأثبات أنا أربح دوما

الحل :

لنرمز لـF صورة

و T كتابة

و W أنا أربح

و L أنت تخسر

و المطلوب إثبات W.

لدينا مجموعة الحقائق التالية

- فضاء العينة : إما F أو T أي $F \vee T$
- اذا ظهرت كتابة أنت تخسر $T \Rightarrow L$
- أنا أربح فأنت تخسر $L \Rightarrow W$
- أنت تخسر فأنا أربح $W \Rightarrow L$

١) ننفي الطلب W فيصبح ¬W و نضيفه إلى مجموعة حقائق بعد تحويلهم إلى شكل العطف النظامي

$F \vee T$ هي في شكل العطف النظامي

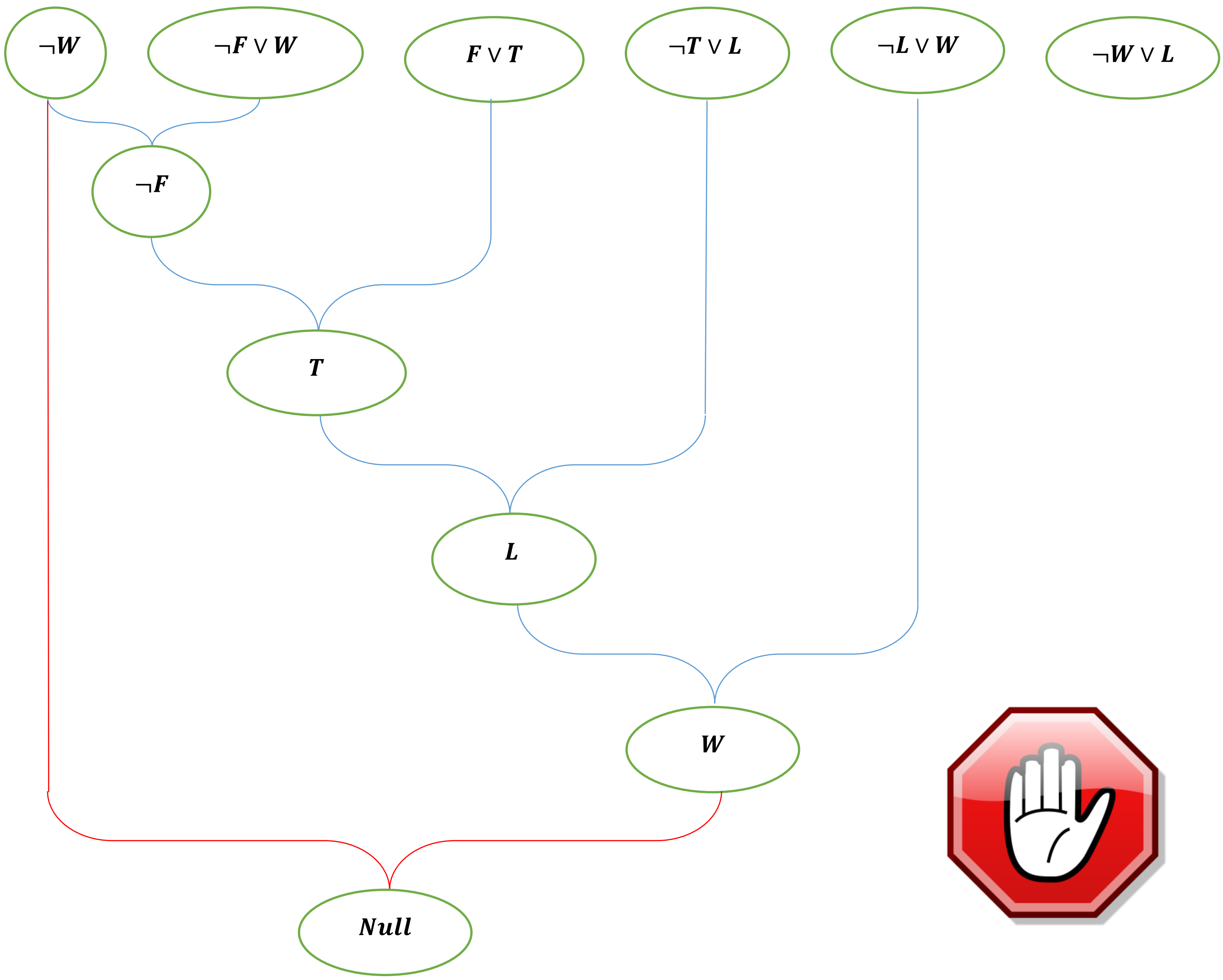
$T \Rightarrow L$ تصبح $\neg T \vee L$

$F \Rightarrow W$ تصبح $\neg F \vee W$

$W \Rightarrow L$ تصبح $\neg W \vee L$

$L \Rightarrow W$ تصبح $\neg L \vee W$

نطبق تقنية الحل



نستطيع استخدام القضية أكثر من مرة

عبارات هورن *Horn* : هي عبارة عن مجموعة من الذرات يفصل بينها ($\vee$) بحيث يكون من بين هذه الذرات واحدة **على الأكثر** موجبة (أي لا يوجد قبلها إشارة نفي ($\neg$))

مثال :

$\neg P \ \vee Q \vee \ \neg R$ هي عبارة عن مجموعة هورن(تحوي ذرة موجبة واحدة)

$\neg K \ \vee \neg L$ هي عبارة عن مجموعة هورن (لأنها لا تحوي على أي ذرة موجبة)

Alfred Horn
عالم رياضات أمريكي
(February 17, 1918 – April 16, 2001)

$\neg P \lor Q \lor L$ ليست مجموعة هورن (لأنها تحوي على ذرتين موجبتين)

ملاحظة : كل عبارة هورن يمكن كتابتها كـ اقتضاء مقدمته عطف من الذرات الموجبة و التي كانت سالبة في عبارة هورن ونتيجته هي الذرة الوحيدة الموجبة التي كانت في عبارة هورن

مثال :

$$\neg P \lor Q \lor \neg L \equiv$$
$$\neg P \lor \neg L \lor Q \equiv$$
$$\neg(P \lor L) \lor Q \equiv$$
$$\underbrace{(P \lor L)}_{\text{مقدمة الاقتضاء}} \Rightarrow \underbrace{Q}_{\text{نتيجة الاقتضاء}}$$

مثال :

$$\neg P \lor \neg L \equiv$$
$$\neg P \lor \neg L \equiv$$
$$\neg(P \lor L) \equiv$$
$$(P \lor L) \Rightarrow \textbf{Null}$$

لغة حساب الإسنادايات :

مكوناتها :

١- **الثوابت و الأغراض :** و هي تعبر عن شيء فيزيائي ما ، و غالباً تبدأ بأحرف كبيرة .
مثال : $Robot , Ahmad , Ali$

٢- **مجموعة المتغيرات :** تأخذ قيم عددية و نرمز لها بأحرف صغيرة
مثال : x , y

٣- **علاقات :** تربط بين الأغراض (الثوابت) و المتغيرات أي أن هذه العلاقات ممكن أن تكون بين ثابت و ثابت أو متغير و متغير أو ثابت و متغير

في الامتحان :
الدكتورة تذكر بشكل صريح من هو المتغير ومن الثابت ومن هي العلاقة

مثال :

لون عيون — علاقة
حسن — ثابت
أسود — متغير

$$Eye - color(Hasan, black)$$

في الامتحان تكتب الدكتورة بالشكل التالي : $Eye - color(x, y)$

حيث تعني بذلك أن لون عيون الشخص "x" هو "y"

حسن هو أخ سمير استخدم العلاقة : $Brother(x,y)$ تعني أن x هو أخ y

الحل : $Brother(Hasan, Samer)$

حسن هو ابن سمير استخدم العلاقة $Son(x,y)$ حيث x هو ابن y

الحل : $Son(Hasan, Samer)$

ولو كانت y ابن x لكان الحل : $Son(Samer, Hasan)$

ليس بالضرورة أن تكون العلاقة ذات مسقطين فقط ، يوجد نوع خاص من العلاقات تدعى التوابع و تُستخدم عادةً في الأمور الرياضية

٤- مجموعة الروابط :

وهي : $(\,), [\,], \equiv, \Rightarrow, \Leftrightarrow, \vee, \wedge, \neg$

ومن الروابط لدينا المكممات

مكمم الشمول $\forall$

مكمم الوجود $\exists$

الصيغ جيدة التركيب في لغة حساب الإسناديات :

سندعو كل متغير أو توابع أو علاقة أو ثابت **<u>بذرة</u>** ، وكل ذرة هي صيغة جيدة التركيب و كل تعبير مكون من الذرات المربوطة بمجموعة الروابط السابقة (المربوطة بشكل مناسب) هي صيغة جيدة التركيب

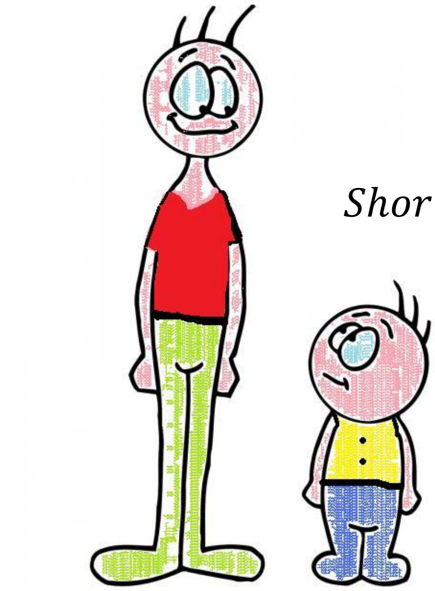
مثال : إن كل من الصيغ الآتية هي صيغ جيدة التركيب

$John$	(ثابت)
$Damascus$	(ثابت)
x, y	(متغيرات)
$Son(John, Smith)$	علاقة
$Son(John, Smith) \wedge \mathrm{Eye-color(John, Blue\,)}$	تعبير

مثال : عبر عن كل ما يلي بلغة حساب الإسناديات

John is tall يمكن التعبير عنها بلغة حساب الإسناديات بالشكل التالي :

$$Tall(John)$$



John is Short تصبح : $\neg Tall(John)$ أو $Short(John)$

John is Person تصبح : $Person(John)$

John is tall and John is Person تصبح : $Person(John) \wedge Tall(John)$

كل مزارع يحب الشمس استخدم

$Farmer(x)$ تعني أن x مزارع

$Like(x,y)$ تعني أن x يحب y

الحل : $\forall x : Farmer(x) \Longrightarrow Like(x.Sun)$

ملاحظة : بشكل عام إذا وجدت كلمة "كل" تترجم إلى مهما ($\forall$) و يأتي بعدها اقتضاء ($\Longrightarrow$)

و أما كلمة "يوجد" تترجم إلى ($\exists$) و يأتي بعدها عطف ($\wedge$)

يوجد مزارع يحب الشمس : $\exists x : Farmer(x) \wedge Like(x.Sun)$

مؤسسة بريطانية ترفيهية تضم الكثير من الخدمات بما فيها الرياضة و الكتب و المرافق السياحية و الكثير ... تأسست عام ٢٠٠٢

موقعها الرسمي :

www.kal.org.uk

كل شخص منتسب إلى KAL ذكي

استخدم العلاقات التالية :

$Person(x)$ تعني أن x شخص

$Alttend(x,y)$ تعني أن x ينتسب إلى y

$Smart(x)$ تعني أن x شخص ذكي

$$\forall x : \big(Person(x) \wedge Alttend(x, KAL)\big) \Longrightarrow Smart(x)$$

إذا لم نضع $Person(x)$ تصبح

$$\forall x : Alttend(x, KAL) \Longrightarrow Smart(x)$$

إذا علمت أن سمير منتسب إلى KAL ماذا تستنتج ؟

نستنتج أن : $Smart(Samer)$

يوجد شخص منتسب إلى KAL ذكي

$$\exists x : Person(x) \wedge Alttend(x, KAL) \wedge Smart(x)$$

كل الملوك أشخاص

$$\forall x : King(x) \Longrightarrow Person(x)$$

كل شخص يحب شخص ما

استخدم العلاقة $Loves(x,y)$ تعني أن x يحب y

$$\forall x : \exists y : Loves(x,y)$$

يوجد شخص محبوب من الكل

$$\exists y : \forall x : Loves(x,y)$$

$$\exists x : \forall y : Loves(x,y)$$

كل شخص له طول استخدم $Length(x,y)$ تعني أن الشخص x طوله y

$$\exists y : \forall x : Length(x,y)$$

$$\exists x : \forall y : Length(x,y)$$

كل شخص طويل يصدم رأسه بمحطة طوكيو باستخدام العلاقات $Tall(x)$ تعني أن x شخص طويل

$\boldsymbol{bang - head(x, y)}$ تعني أن x يصدم رأسه بـ y

$$\forall\, x : Tall(x) \Rightarrow bang - head(x, Tokyo)$$

جميع الطرود الموجودة في الغرفة ٢٧ أصغر من أي طرد موجود في الغرفة ٢٨ باستخدام العلاقات :

$\boldsymbol{packag(x)}$ تعني أن $\boldsymbol{x}$ هو طرد

$\boldsymbol{In - room(x, y)}$ تعني أن الطرد $\boldsymbol{x}$ موجود في الغرفة $\boldsymbol{y}$

$\boldsymbol{Smaller(x, y)}$ تعني أن $\boldsymbol{x}$ أصغر من $\boldsymbol{y}$

الحل :

$$\forall x : \forall y : \\ (\,package(x) \wedge package(y) \wedge In - room(x, 27) \wedge In - room(y, 28)) \\ \Rightarrow Smaller(x, y)$$

ماري تحب لوناً واحداً من ربطات عنق جون

$\boldsymbol{color(x)}$ يعني أن $\boldsymbol{x}$ لون

$\boldsymbol{Tie(x)}$ يعني أن $\boldsymbol{x}$ ربطة عنق

$\boldsymbol{Owner(x, y)}$ تعني أن $\boldsymbol{y}$ يملك $\boldsymbol{x}$

$\boldsymbol{Like(x, y)}$ تعني أن $\boldsymbol{x}$ يحب $\boldsymbol{y}$

الحل :

$$\boldsymbol{\exists\, x : \\ Tie(x) \wedge Owner(x, John) \wedge Like(Mary, color(x))}$$

مثال :

كل الناس لا تحب البوظة

هذه العبارة تكافئ أنه لا يوجد شخص يحب البوظة

Note ^_^

$$\forall x\ \forall y \equiv \forall y\ \forall x$$

$$\exists x\ \exists y \equiv \exists y\ \exists x$$

$$\neg(\forall x : S) \equiv \exists \boldsymbol{x} : \neg S$$

$$\neg(\exists x : S) \equiv \forall \boldsymbol{x} : \neg S$$

$$\neg(\forall x : \neg S) \equiv \exists \boldsymbol{x} : S$$

$$\neg(\exists x : \neg S) \equiv \forall \boldsymbol{x} : S$$

باستخدام العلاقة $Like(x, IceCream)$ حيث أن x تعني شخص يحب البوظة

الحل :

$$\neg(\exists x : Like(x, IceCream)) \equiv \forall x : \neg Like(x, IceCream)$$

يوجد شخص لا يحب البوظة

هذه العبارة تكافئ : ليس كل الناس لا تحب البوظة

الحل :

$$\neg(\forall x : Like(x, IceCream)) \equiv \exists \boldsymbol{x} : \neg Like(x, IceCream)$$

لا يوجد شخص لا يحب البوظة

هذه العبارة تكافئ : كل الناس تحب البوظة

الحل :

$$\neg(\exists x : \neg Like(x, IceCream)) \equiv \forall \boldsymbol{x} : Like(x, IceCream)$$

ليس كل الناس لا تحب البوظة

هذه العبارة تكافئ : يوجد شخص يحب البوظة

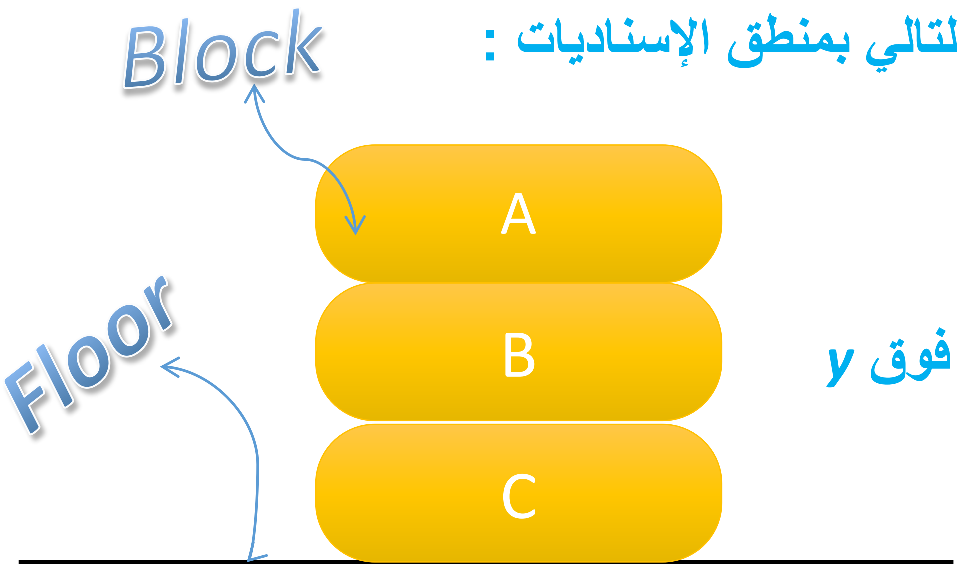
الحل :

$$\neg(\forall x : \neg Like(x, IceCream)) \equiv \exists \boldsymbol{x} : Like(x, IceCream)$$

مثال : عبر عن الشكل التالي بمنطق الإسناديات :

لنفرض أن :

$Block(x)$ تعني أن
x مكعب إسمنت
$on(x,y)$ تعني أن x فوق y



الحل :

$$Block(A) \wedge Block(B) \wedge Block(C) \wedge on(C, Floor) \wedge on(B, C) \wedge on(A, B)$$

انتهت المحاضرة الخامسة