المحاضرة العاشرة: تعريف: مجموعة كل صفوف التكافؤ: مجموعة كل صفوف التكافؤ لـ A
لـ R يرمز لها بـ $A\backslash R = \{A\}_R$

$A\backslash R = \{[a] : a \in A\}$

ملاحظة: انطلاقاً من أي تجزئة $X = \{B_i ; i \in I\}$ للمجموعة A يمكن تزويد A بالعلاقة
التالية $\forall x,y \in A : \{xRy \Leftrightarrow \exists i \in I : x,y \in B_i\}$
عندئذٍ تكون R علاقة تكافؤ.

نتائج: لتكن R علاقة على مجموعة A، ولتكن R علاقة تكافؤ فيها:

1) $\forall a \in A \quad , a \in [a] \Rightarrow [a] \neq \emptyset$ // أي صف تكافؤ غير خالي //

2) $[a]=[b] \Leftrightarrow a \in [b] \wedge b \in [a]$

$$\forall a,b \in A : [a] \cap [b] = \begin{cases} \emptyset & a \not R b \\ [a]=[b] & aRb \end{cases}$$

3- $a \in A : A \cup [a]$

ومنه A/R تشكل تجزئة لـ A.

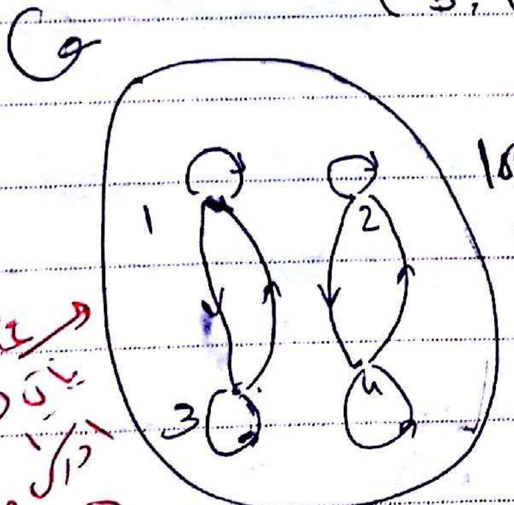
مثال: لتكن A مجموعة غير خالية نعرف عليها العلاقة:

$\forall x,y \in A \quad xRy \Leftrightarrow x+y=2k ; k \in \mathbb{Z}$

$A = \{1,2,3,4\}$

مثّل بيان العلاقة وليكن G، هل العلاقة R علاقة ترتيب أم تكافؤ ولماذا؟

$G = \{(1,1),(1,3)(2,2)(2,4)(3,3)(4,2)(4,4)$
$(3,1)\}$



مهم جداً يأتي سؤال أوجد كل صفوف هذا البيان

1- العلاقة انعكاسية لأن:
(القطر) $(1,1) - - (4,4) \in G$

2 العلاقة تناظرية: $1R3 \wedge 3R1 \quad (1,3) \wedge (3,1)$
$2R4 \wedge 4R2 \ (2,4) \wedge (4,2)$

3- متعدية:
$(1,1)(1,3) \Rightarrow (1,3)$
$(1,3)(3,3) \Rightarrow (1,3)$
$(3,3)(3,1) \Rightarrow (3,1)$
$\vdots$
$(2,2)(2,4) \Rightarrow (2,4)$

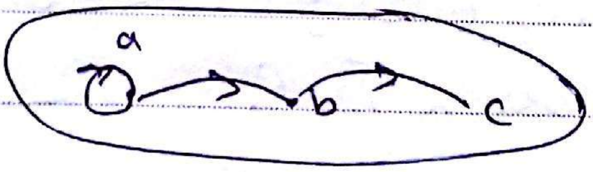
// لو كان موجود
(1,2) في العلاقة
غير متعدية //

4) R ليست تخالفية $(1,3)\wedge(3,1)$ ، $3\neq 1$

$1R3 \wedge 3R1$ ، $1\neq 3$

⇐ العلاقة R علاقة تكافؤ.

أمثلة: ادرس صفات العلاقة R المعطاة بالبيان في كل من الحالات الآتية
تابع ونادا:



R ليست تابع لأن $(aRa)\wedge(aRb)$

R ليست انعكاسية لأن $b \not R b$

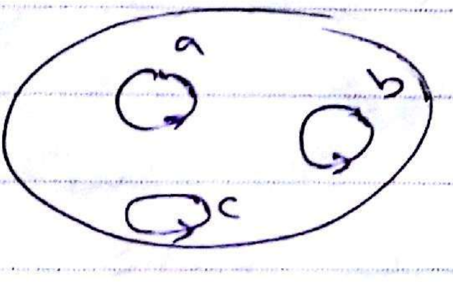
R ليست تناظرية لأن $aRb \wedge b\not R a$

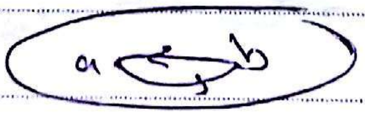
R تخالفية لأن $(aRb)\wedge(b\not R a)$
$(bRc)\wedge(c\not R b)$

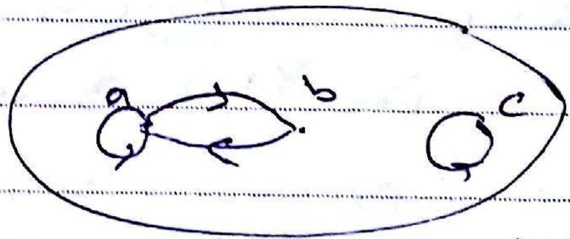
R ليست متعدية لأن $(aRb)\wedge(bRc)$
لكن $(a\not R c)$

//علماً أنه لسؤال أيضاً أوجد صفوف تكافؤ هذه العناصر//

وظيفة: ادرس العلاقات المعطاة بالبيانات:







• المثال السابق: أوجد صف تكافؤ $[1]$.

//صف التكافؤ// $[1]=\{x : xR1\} \Rightarrow [1]=\{1,3\}=[3]$

$[2]=\{2,4\}=[4]$

لنبين أن مجموعة كل صفوف التكافؤ تشكل تجزئة.

• سؤال دورة سابقة: $xR_1y \Leftrightarrow x+y+2=6$ $\forall x,y\in\mathbb{R}$

$xR_2y \Leftrightarrow x\cdot y=8$

أوجد $R_2\circ R_1$ ، $A=R_1\circ R_2$ ثم أوجد R علاقة على $A=\{1,2,3,4\}$

$x(R_1\circ R_2)y = x(R_1(R_2 y)) = R_1(R_2(x,y))$

$= R_1(x,\frac{8}{x}) = x+\frac{8}{x}+2=6$

نحل $x\neq 0$ ⇐ $x^2-4x+8=0$ ⇒ $x^2+8+2x=6x$

وكذلك . من $C_{o_1} \circ C_{o_2} = \phi$

$$x(R_2 \circ R_1)y = R_2 \circ R_1(x,y) = R_2(R_1(x,y)) =$$
$$R_2(x, 4-x) = x(4-x) = 8 \Rightarrow 4x - x^2 - 8 = 0$$

وهكذا . نجد مستحيلة ⇐ $C_{R_2} \circ C_{R_1} = \phi$.

المحاضرة الحادية عشر: شجرة القرار:

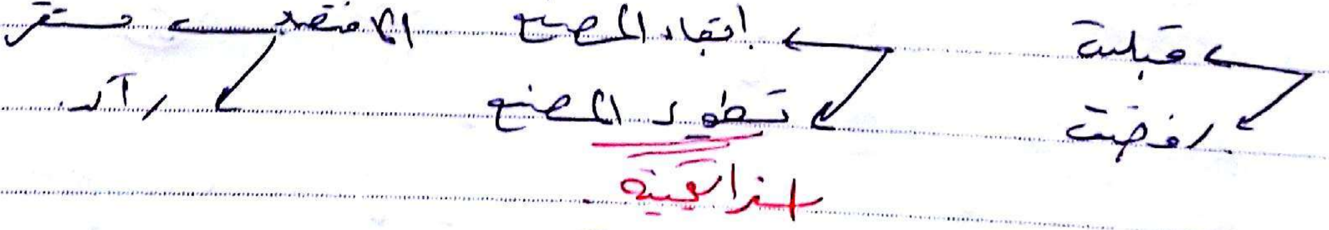
مسألة: تفكر شركة بالتقدم إلى مزايدة لشراء مصنع جديد لضمه إلى مصانعها تفكر الشركة ~~بالتقدم~~ بالتقدم لأحد العرضين، العرض الأول هو ~~[illegible]~~ دفع مبلغ 2 مليون ل.س ، العرض الثاني دفع مبلغ 3.5 مليون علمًا أنه ينجح العرض الأول بنسبة 30% والثاني بنسبة 40% أن تكلفة التقدم لهذه المزايدة نصف مليون. كما تفكر الشركة إذا نجحت بالمزايدة إما إبقاء المصنع كما هو أو تطويره.

إذا كان الاقتصاد مستقر فإن الشركة ستربح في حال إبقاء المصنع كما هو 15 مليون وفي حال تطويره 40 مليون. أما إذا كان الاقتصاد راكد فإن الشركة ستخسر في حال إبقاء المصنع كما هو 10 مليون وفي حال تطويره 25 مليون.

تتنبأ الشركة أن الاقتصاد سيكون مستقر بنسبة 50% عند دراسة هذه المزايدة.

الحل . العرض الأول مبلغ 2 مليون - ربح بنسبة 30%

الثاني " 3.5 " " 40%

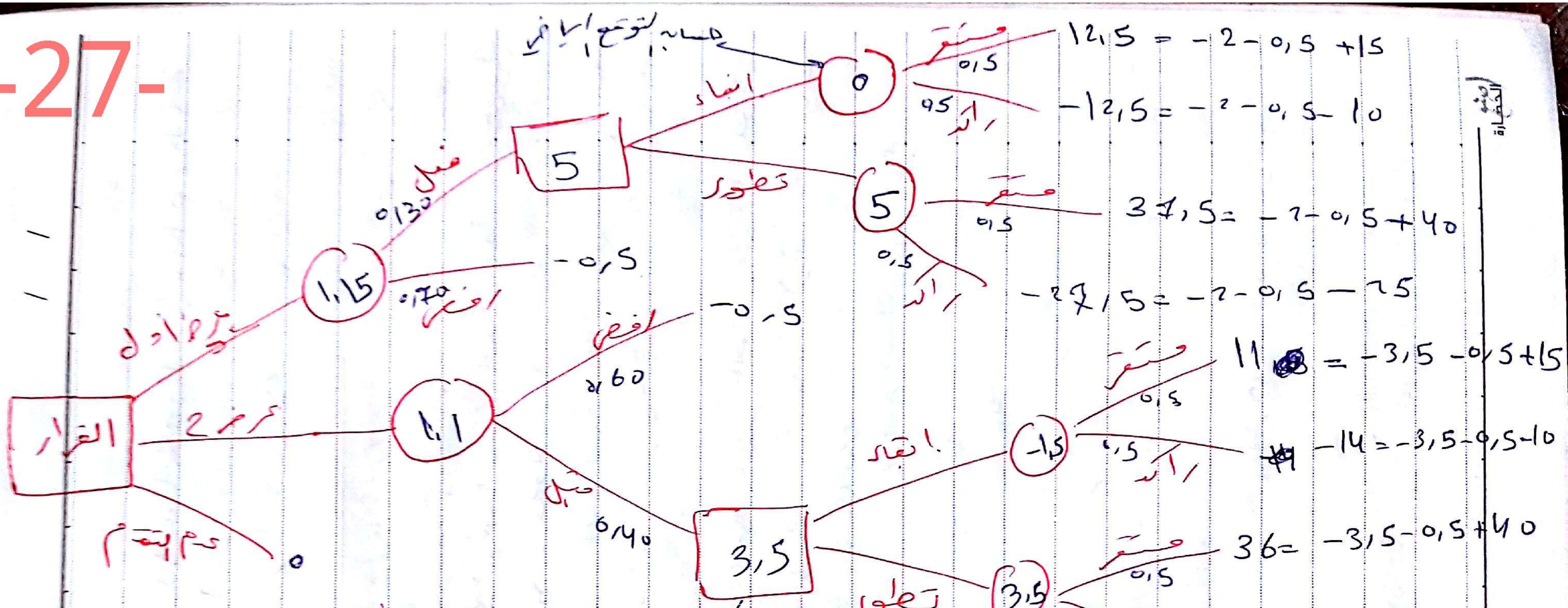


يجب تحديد جميع الاستراتيجيات الممكنة للمسألة.

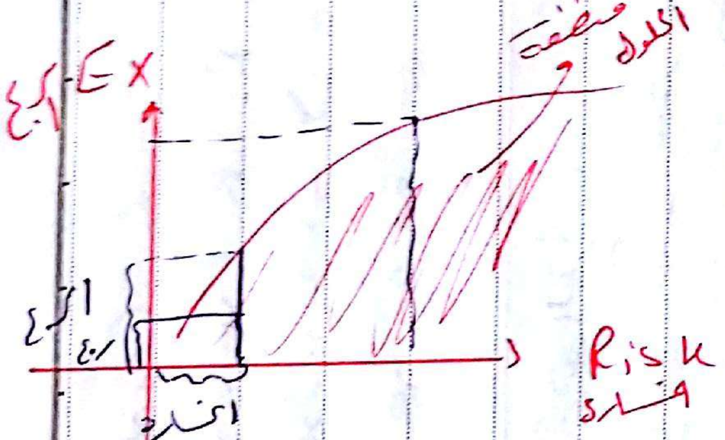
- تحديد جميع الحالات (الظروف الممكنة) تحديد جميع الخيارات لأجل الاستراتيجيات أ
في حال الظروف (الحالة) ن.

مثل: قبلت بعرضنا 2 مليون والاقتصاد راكد الإبقاء.

شجرة القرار: تقدم الترتيبات للحالات لمتخذ القرار، واتخاذ القرار للحالات بعد الظروف (الحالة) الممكنة في المستقبل.


القرار
مرحلة أول
مرحلة 2
عدم التقدم
0
1,15
قبول 0,30
رفض 0,70
-0,5
1,1
رفض 0,60
-0,5
قبول 0,40
5
3,5
إلغاء
تطوير
حساب التوقع أولاً
0
5
-1,5
3,5
مستقر 0,5
راكد 0,5
12,5 = -2-0,5+15
-12,5 = -2-0,5-10
37,5 = -2-0,5+40
-27,5 = -2-0,5-25
11 = -3,5-0,5+15
-14 = -3,5-0,5-10
36 = -3,5-0,5+40
-29 = -3,5-0,5-25

نأخذ التوقع الأكبر



مستقر، إلغاء:

+15-0,5-2

// لعند كل عقدة دائرة نوجد الاحتمال //

• يوجد معايير: أحسن الأسوء: إذا أخذ مرضى الفرص ما هو أسوء شيء ممكن أن أحصل عليه

ملاحظات: ①- نحسب التوقع في العقد الدائرية الأوراق.

②- في الرغبات نختار التوقع الأكبر.

③- نكرر حتى الوصول إلى عقدة البداية

مثال: 50 50 50

$EX = 50$ ، $Risk = 0$

تشتت

$$Risk = \frac{\sqrt{(x_1 - EX)^2 + (x_2 - EX)^2 \dots}}{n}$$

مثال 40 10 100

$EX = 50$

$$Risk = \frac{\sqrt{(100-50)^2 + (10-50)^2 + (40-50)^2}}{3}$$

// كل عقدة قرار ينتج منها سهم واحد فقط //

/ /

الاستراتيجية المثلى حسب EMV هي التقدم للزاوية بالعرض الأول وتطوير المصنع في حال قبل العرض. هذا يعطي توقع ربح قدره 1.15 مليون وحسب هذا الشبكة ن التوقع و القرار الذي سوف نأخذه أعلاه.

// إذا كان المطلوب أقل ما يمكن أخسار الربح بالمقدار الدائرة وبالمرتبات أخذ الأصغر.

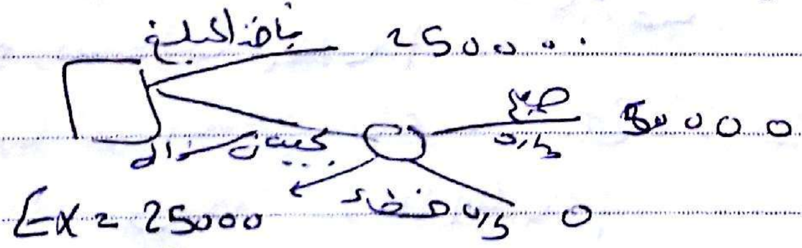
- معيار التوقع الأكبر EMV :

توقع القيمة المالية لا يمثل كل أحيان الظروف.

المحاضرة الثامنة عشر : مسألة: في مسابقة ما ربح المشترك 25 ألف وطلب من المشترك أن يتخذ قرار بأن يأخذ هذا المبلغ أو أنه يجيب عن سؤال إضافي ويربح 50 ألف في حال جوابه كان صحيحاً وإلا سيخسر المبلغ.

مثال: 25000 ⟶ 50000 صح

0 خطأ



(التوقع ليس دائماً المعيار الأنسب).

مثال 2: في مسابقة يعطى للمشترك مع خطر 50% أنه يكون صفر.
دولار واحد للمشاركة في لعبة ما ربح المشترك 3 أضعاف المبلغ الذي لديه إذا ظهرت كتابة عندما نرمي قطعة نقد ويخسر ما لديه إذا ظهرت صورة.
يسأل المشترك في كل دور فيما إذا كان يريد الاستمرار أو التوقف (وفي كل دور عليه أنه يشارك بكامل المبلغ الذي لديه) احسب توقع الربح للاعب

$EX = ?$ الحل في الدور n : $EX = \frac{1}{2} \times 0 + \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot 3^n \times 1$

$= \left(\frac{3}{2}\right)^n$ يكون الربح أكبر عندما $n \to \infty$

ولكن هناك خطر كبير 50%

مسألة: يقوم مصنع بصناعة أفران الليزر حيث يقوم بتعبئة الأفران في صناديق. إذا أرسلت الصناعة إلى الشركة وكانت الأفران جيدة سيربح المصنع $ 11000 بالصندوق الواحد وسيخسر 1000 بالصندوق

ذا كانت البضاعة سيئة كل الصندوق من الأقراص فإنه يجب تصنيعه بكلفة صناعية أعلى (إعادة التصنيع تضمن أن تكون الأقراص جيدة) أو فإنه تختبر بكلفة معينة و لكن الاختبار ليس موثوق حيث أن احتمال أن ينجح الاختبار علماً أن الأقراص جيدة هو 90% واحتمال أن ينجح الاختبار علماً أن الأقراص سيئة 50%.

ا أفضل استراتيجية للمصنع لتحقيق أكبر ربح علماً أن 80% من البضاعة التي ينتجها المصنع جيدة.

حل لتكن G: الحدث الدال أن البضاعة جيدة.

B: " " " " سيئة.

A_1: " " " " الاختبار ينجح

A_2: " " " " الاختبار يفشل.

من السؤال $P(G) = 0,8 \Leftarrow P(B) = 0,2$

ولدينا احتمال أن ينجح الاختبار علماً أن الأقراص جيدة $0,9 =$ احتمال يفشل علماً أنها جيدة $- 1$.

$P(A_1|G) = 0,9$

احتمال أن ينجح الاختبار علماً أن الأقراص سيئة $0,5 =$ احتمال أن يفشل علماً أنها سيئة $- 1$.

$P(A_1|B) = 0,5$

$$\Rightarrow P(G|A_1) = \frac{P(A_1|G) \cdot P(G)}{P(A_1)}$$

$$P(A_1) = P(A_1|G) \cdot P(G) + P(A_1|B) \cdot P(B)$$

$$= (0,9)(0,8) + 0,5(0,2) = 0,82$$

$$P(A_2) = P(A_2|G)\,P(G) + P(A_2|B) \cdot P(B) = 1 - P(A_1) = 0,18$$

$$\Rightarrow P(G|A_1) = \frac{0,9 \times 0,8}{0,82} = \frac{36}{41}$$

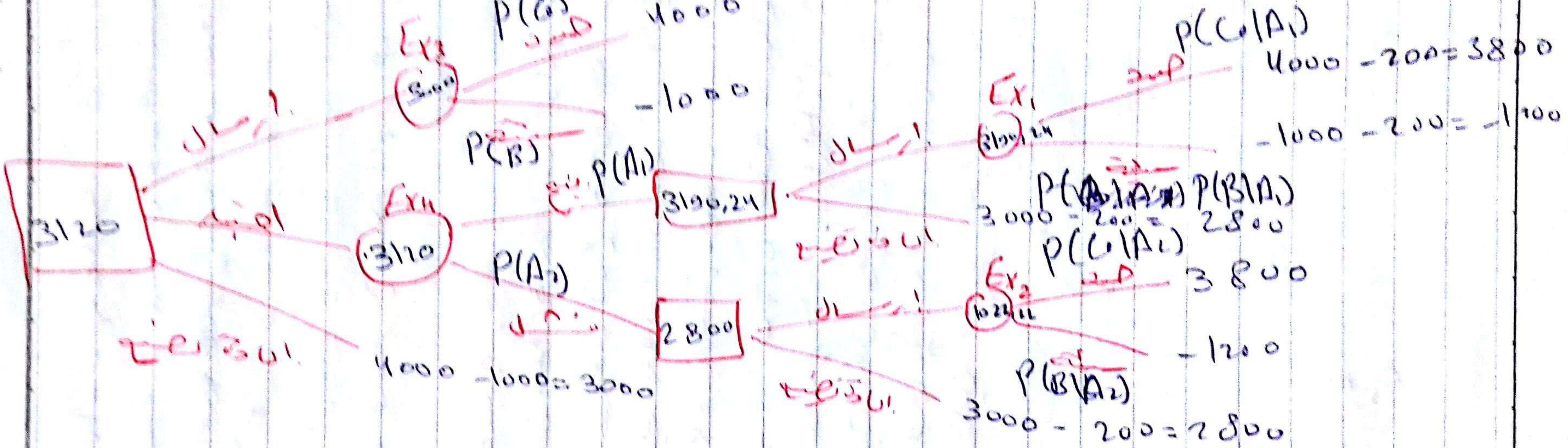
$$P(B|A_1) = \frac{P(A_1|B) \cdot P(B)}{P(A_1)} = 1 - P(G|A_1) = \frac{5}{41}$$

$$P(G|A_2) = \frac{P(A_2|G) \cdot P(G)}{P(A_2)} = \frac{(1-0,9)(0,8)}{0,18} = \frac{4}{9}$$

$P(B|A_2) = \frac{5}{9} = \frac{P(A_2|B)\cdot P(B)}{P(A_2)}$

حساب التوقع عند العقدة الأولى

(نجح الاختبار وارسال) $EX = 3840 \times \frac{36}{41} - 1200 \times \frac{5}{41}$


3120
ارسال
اختبار
اعادة تصنيع
EX_3
3000
EX_4
3170
P(G) صالح
P(B) تالف
4000
-1000
نجح P(A₁)
فشل P(A₂)
4000 - 1000 = 3000
3190,24
2800
ارسال
اعادة تصنيع
ارسال
اعادة تصنيع
EX_1
3190,24
EX_2
1022,22
P(G|A₁) صالح
P(B|A₁) تالف
P(G|A₂) صالح
P(B|A₂) تالف
4000 - 200 = 3800
-1000 - 200 = -1200
3000 - 200 = 2800
3800
-1200
3000 - 200 = 2800

تكملة حساب التوقع الرياضي عند العقد الدوائر ثم نختار القيمة الأكبر عند العقد المربعة

$EX_1 = 3800 \times \frac{36}{41} + (-1200)\,\frac{5}{41} = 3190,24$

$EX_2 = 3800 \times \frac{4}{9} - 1200 \times \frac{5}{9} = 1022,22$

$EX_3 = 3000$

$EX_4 = 3120$

من المخطط الناتج :

ملاحظة: الاختبار لا يرفع نوع الصنعة هو فقط بيعطي احتمالات لكن بدقة نسبة أكبر إذا تم الاختبار

*- الاستراتيجية المثلى التي تحقق أكبر توقع ربح هي اختبار، ثم في حال نجاح الاختبار سنقوم بإرسال الصناعة وفي حال فشل الاختبار سنقوم بإعادة تصنيع، وكون توقع الربح لهذه الاستراتيجية 3170

الحالة الثالثة عشر : ملاحظة : من الممكن أن نتطلب المعيار بدل أكبر توقع ربح أن نتطلب أصغر تكلفة وتتعلق فقط التكلفة بالسؤال في هذه الحالة بالعقد المربعات نختار القيمة الأصغر. (في العقد الدوائر نفس القيمة) أو نعطي دالة ونجدها حسب f(ri) ونجد أكبر أو أصغر.

مثال : 7+ع = f(m) تتطلب أن نحسب الاستراتيجية التي تحقق أكبر f(EX) ((هنا القيمة لـ f(EX) نحسبها بالدائرة وبالمربع نختار أصغر أو أكبر حسب المطلوب))

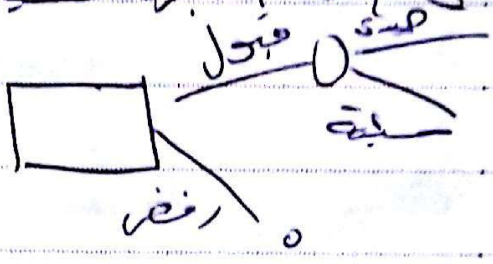
* الاختبارات المتتالية :

// تكرار عقدة البداية n مرة عند الاختبار n مرة //

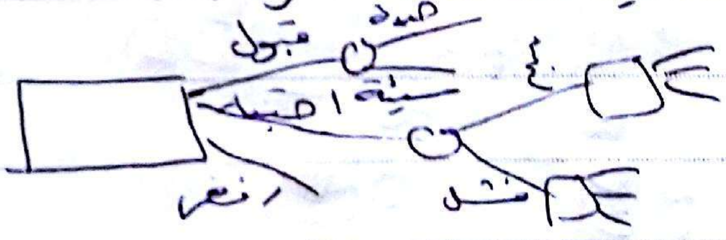
مسألة : يقوم مصنع بإنتاج رقاقات الذاكرة للهواتف المحمولة بحيث يتم قبول الرقاقة أو رفضها إذا قبلت سيكون الربح 6 للرقاقة الواحدة إذا كانت جيدة و 12- إذا كانت سيئة أما إذا رفضت سيكون الربح صفر. يمكن اختبار الرقاقة بكلفة 0,1 لكن الاختبار ليس مضمون. حيث أن احتمال أن ينجح الاختبار علما أن البطاقة جيدة 0,75 بينما احتمال أن ينجح الاختبار علما أن الرقاقة سيئة 0,5 // $P(A_1|G)$, $P(A_1|B)$ //

ما هي أفضل استراتيجية للمصنع لتحقيق أكبر توقع ربح علما بأن 60% من البطاقة التي يصنعها المصنع جيدة وكما يمكن اختبار الرقاقة 3 مرات على الأكثر.

الحل: في هذه الفترة سيكون هناك شكلين لعقد القرار.



و



. لتكن T احتمال أن تكون جيدة.

. لتكن G حدث أن البطاقة جيدة.

B الحدث الدال أن البطاقة سيئة

A_1 〃 〃 〃 الاختبار نجح

A_2 〃 〃 〃 فشل

$$P(G|A_1) = \frac{P(A_1|G) . P(G)}{P(A_1)} , \quad P(G|A_2) = \frac{P(A_2|G) . P(G)}{P(A_2)}$$

$$P(A_1) = P(A_1|G) . P(G) + P(A_1|B) . P(B)$$

$$= 0,75 \underline{T} + 0,5 \underline{(1-T)} = 0,5 + 0,25T$$

// هذه اعرف بأنه مرحلة فحصنا   احتمال السيئة

T احتمال جيدة بالمرحلة الي بعدها

$$P(A_2) = P(A_2|G) . P(G) + P(A_2|B) . P(B)$$

$$= 1 - P(A_1) = 0,5 - 0,25T$$

$$\Rightarrow P(G|A_1) = \frac{0,75T}{0,5+0,25T} = \frac{3T}{2+T}$$

$$P(G|A_2) = \frac{(1-0,75)T}{0,5-0,25T} = \frac{T}{2-T}$$

// سوف نستغني عن الشجرة وذلك باستنتاج تابع يعبر عن نفس القرار // ليكن $V^{(n)}(T)$ أكبر توقع ربح إذا كان احتمال أن تكون البضاعة جيدة الآن هو T و لدي n اختبار ممكن.

// بما أن الفترة تكرر نفسها فيكون لدي أيضاً $V^{n-1}(T)$ وهكذا حتى نصل لآخر عقدة

$V^0(T)$ // اختبار ، رفض ، قبول

هام!!!

$$V^n(T) = \underset{\text{أكبر توقع ربح}}{\underline{Max}} \left\{ 6T - 12(1-t) , \; 0 , \; \underbrace{(0,5+0,25T)}_{P(A_1)} V^{n-1}\Big(\underbrace{\frac{3T}{2+t}}_{P(G|A_1)}\Big) + \underbrace{(0,5-0,25t)}_{P(A_2)} V^{n-1}\Big(\underbrace{\frac{t}{2-t}}_{P(G|A_2)}\Big) \underbrace{- 0,1}_{\text{تكلفة الاختبار}} \right\}$$

قرار جديد بعد النجاح

// نأخذ أفضل اختيار (الأكبر) بين قبول أو رفض أو اختبار، عند الاختبار
إما ينجح أو يفشل ((عند نجاح الاختبار بدل أن تكون احتمال الجيدة T أصبح
$\frac{3T}{2+T}$) أو يفشل الاختبار ((P(A_2))) فننتقل للعقدة V^{n-1} بدل أن
تكون احتمال الجيدة T يصبح احتمال أن تكون جيدة هي أنه
لا اختبار، مثل أي $\frac{t}{2-t}$ رفض ، قبول

$$\underline{V^0(T)} = Max \{ 6t - 12(1-t) , 0 \} \longleftarrow \text{لا يوجد اختبار}$$

العقدة التي لا تكون لها اختبارات فقط إما قبول أو رفض

ALHADIB.net
أبناء الحضارة

المطلوب حساب V^3 (٢) فترة الحالية.

أي: $V^3(0,6) = ?$

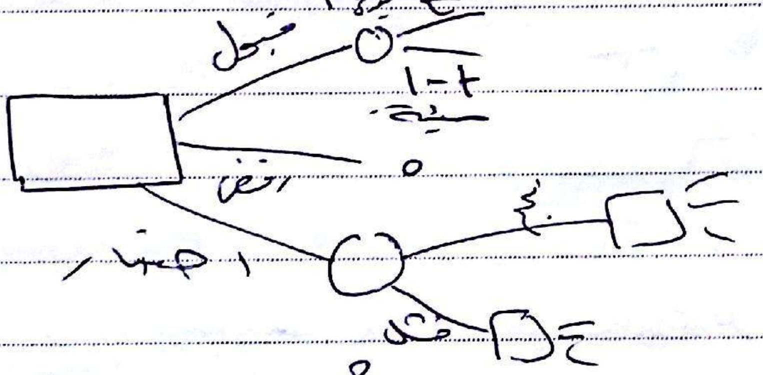
بالانتقال التابع نحسب V^3 وحساب V^3 احتاج أن احسب V^2 وحساب V^2
احسب V وحساب V^1 احسب V^0.

المحاضرة الرابعة عشر:

تكلفة الاختبار،

~~$V^n(t) = Max$~~

$$V^n(t) = Max\left\{6t - 12(1-t),\ 0,\ \boxed{-0{,}1} + \underbrace{(0{,}5 + 0{,}25t)}_{P(G|A_1)}V^{n-1}\left(\frac{3t}{2+t}\right) + \underbrace{(0{,}5 - 0{,}25t)}_{P(G|A_2)}V^{n-1}\left(\frac{t}{2-t}\right)\right\}$$



المطلوب: $V^3(0,6) = ?$

$$V^3(0{,}6) = Max\{-1{,}2,\ 0,\ -0{,}1 + 0{,}65\,V^2(0{,}692) + 0{,}35\,V^2(0{,}428)\}$$

$$V^2(0{,}692) = Max\{0{,}4614,\ 0,\ -0{,}1 + 0{,}675\,V^1(0{,}771) + 0{,}326\,V^1(0{,}529)\}$$

$$V^2(0{,}428) = Max\{-4{,}285,\ 0,\ -0{,}1 + 0{,}607\,V^1(0{,}529) + 0{,}392\,V^1(0{,}272)\}$$

$$V^1(0{,}771) = Max\{1{,}885,\ 0,\ -0{,}1 + 0{,}692\,V^0(0{,}83) + 0{,}307\,V^0(0{,}6279)\}$$

$$V^1(0{,}529) = Max\{-2{,}4708,\ 0,\ -0{,}1 + 0{,}632\,V^0(0{,}627) + 0{,}307\,V^0(0{,}36)\}$$

$$V^1(0{,}272) = Max\{-7{,}0896,\ 0,\ -0{,}1 + 0{,}56\,V^0(0{,}36) + 0{,}431\,V^0(0{,}157)\}$$

$$V^0(\underset{3\text{خ}}{\underline{0{,}}}83) = Max\{3{,}03,\ 0\} = 3{,}03$$

القرار الأمثل قبول = K

$V^0(0,627) = \text{Max}\{-0,69, 0\} = 0$ رفض

$V^0(0,36) = \text{Max}\{-5,52, 0\} = 0$ رفض

$V^0(0,157) = \text{Max}\{-9,15, 0\} = 0$ رفض

$\Rightarrow$ (بالتعويض)

$V^1(0,272) = \text{Max}\{-7,039, 0, -0,1\} = 0$ القرار هنا رفض

$V^1(0,529) = \text{Max}\{-2,4708, 0, -0,1\} = 0$ رفض

فشل 2

$V^1(0,771) = \text{Max}\{1,885, 0, 1,995\} = 1,995$ اختبار

$V^2(0,428) = \text{Max}\{-4,285, 0, -0,1\} = 0$ رفض

فشل مرة

$V^2(0,692) = \text{Max}\{0,4614, 0, 1,24\} = 1,24$ اختبار

بعد الاختبار إذا نجح

$V^3(0,6) = \text{Max}\{-1,2, 0, 0,709\} = 0,709$ اختبار

- الاستراتيجية المثلى التي تحقق أكبر توقع ربح: في البداية نقوم بالاختبار، إذا نجح الاختبار اختبر مرة ثانية وفي حال فشل الاختبار نقوم برفض الصفقة.
- وفي حال نجح الاختبار الثاني نقوم بالاختبار مرة ثالثة وإلا نقوم برفض الصفقة.
- في حال نجح الاختبار الثالث نقوم بقبول الصفقة وإلا نقوم برفض الصفقة ويتوقع ربح الأكبر هو 0,709.

// ملاحظة: بالامتحان علامته كتير التابع $V^{(n)}(t)$ //