محاضرة الثالثة : لنثبت أن

$V(x) = nP(1-P) = nPq$

الاثبات : لدينا

$V(x) = E(X^2) - (E(x))^2$

$= E(X^2) - \mu_X^2 \quad ; \quad \mu_X = E(X)$

$= E(X^2) - E(X) + E(X) - \mu_X^2 = E(X(X-1)) - \mu_X - \mu_X^2$

$= E(X(X-1)) + nP - (nP)^2 \quad (*)$

AL MARJI

Subject:

Date: / /

لنوجد الآن $E(X(X-1))$

$$E(X(X-1)) = \sum_{x=2}^{n} x(x-1)\, C(n,x)\, p^x q^{n-x}$$

$$= \sum_{x=2}^{n} x(x-1) \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x} = \sum \frac{n(n-1)(n-2)!}{(x-2)!\,(n-x)!} p^x q^{n-x}$$

لنأخذ $x = y+2 \Leftarrow y = x-2$

$$= n(n-1)p^2 \sum_{y=0}^{n-2} \frac{(n-2)!}{y!(n-y-2)!} p^y q^{n-y-2} = n(n-1)p^2 (p+q)^{n-2}$$

$$= n(n-1)p^2$$

$$V(X) = E(X(X-1)) + np - n^2p^2$$

$$= n^2p^2 - np^2 + np - n^2p^2 = np - np^2$$

$$= np(1-p) = npq$$

وهو المطلوب.

$$V(X) = \sigma_x^2 = npq$$

الدالة المولدة للعزوم في التوزيع الحدائي

$$M_X(t) = (q + pe^t)$$

الإثبات:

$$M_X(t) = E(e^t) = \sum_{x=0}^{n} e^{tx} C(n,x)\, p^x q^{n-x}$$

$$= \sum C(n,x)(e^t p)^x q^{n-x} = (pe^t + q)^n$$ وحسب منشور نيوتن

نتيجة:

$$M'_X(0) = \frac{d}{dt}(pe^t + q)^n \Big|_{t=0} = npe^t(pe^t + q)^{n-1} \Big|_{t=0}$$

$$= npe^0(pe^0 + q)^{n-1} = np = \mu_X = E(X)$$

$$M''_X(0) = (n(n-1)p^2 e^{2t}(pe^t + q)^{n-2} + npe^t(pe^t + q)^{n-1} \Big|_{t=0}$$

$$= n(n-1)p^2 + np = E(X^2)$$

$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = n(n-1)p^2 + np - n^2p^2 = npq$$

نتيجة: ليكن $X = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$ مستقلة ولها توزيع برنولي بالوسيط p عندئذ

$$M_{X_i}(t) = (q + pe^t) \quad \forall i = 1, \ldots, n$$

$$\Rightarrow M_X(t) = \prod_{i=1}^{n} M_{X_i}(t) = \prod_{i=1}^{n} (q + pe^t) = (q + pe^t)^n$$

سؤال دورة: أثبت أن المجموع المتغيرات العشوائية عددها n المستقلة وتتبع توزيع برنولي بالوسيط p هو متغير عشوائي يتبع التوزيع الحدائي بالوسيطين (n, p)

ملاحظة: نسمي $X_1, \ldots, X_n$ عينة عشوائية لمتغير (متغير عشوائي) برنولي $X = [x_1, x_2, \ldots, x_m]$

في حالة برنولي $X_i = 0$ أو 1 ; $\forall i = 1, \ldots, n$

القيمة الأكثر احتمالاً بالتوزيع الحداني (الثنائي):

برهنة: القيمة الأكثر احتمالاً لمتغير عشوائي X يتبع التوزيع الحداني بالوسيطين (n, P)

تقع في المجال $[nP - q, (n+1)P] = [nP - q, nP + P]$

الإثبات: أن القيمة الأكثر احتمالاً تشكل ذروة الاحتمالات

ولكي يكون لـ $f(x)$ ذروة عظمى x يجب أن تكون $f(x) = C(n, x)\, p^x q^{n-x}$

$$f(x-1) \le f(x) \quad \& \quad f(x+1) \le f(x) \qquad \text{(I)}$$

أي $1 \le \dfrac{f(x)}{f(x-1)} \quad \& \quad \dfrac{f(x+1)}{f(x)} \le 1 \qquad \text{(II)}$

ولكن

$$f(x-1) = C(n, x-1)\, p^{x-1} q^{n-x+1} = \frac{n!}{(n-x+1)!\,(x-1)!}\, p^{x-1} q^{n-x+1}$$

$$f(x+1) = C(n, x+1)\, p^{x+1} q^{n-x-1} = \frac{n!}{(n-x-1)!\,(x+1)!}\, p^{x+1} q^{n-x-1} \qquad \text{(III)}$$

بتبديل I و III في II

$$\frac{f(x+1)}{f(x)} = \frac{\dfrac{n!}{(x+1)!\,(n-x-1)!}\, p^{x+1} q^{n-x-1}}{\dfrac{n!}{x!\,(n-x)!}\, p^{x} q^{n-x}} = \frac{n-x}{x+1}\,\frac{p}{q} \le 1 \quad (*)$$

$$\frac{f(x)}{f(x-1)} = \frac{n-x+1}{x}\,\frac{p}{q} \ge 1 \quad (*')$$

من $(*)$ نجد أن

$$(n-x)P \le q(x+1) \Rightarrow nP \le (P+q)x + q \Rightarrow nP - q \le x \quad (**)$$

من $(*')$ نجد $xq \le (n-x+1)P \Rightarrow x \le nP + P \quad (***) \quad \boxed{}$

ملاحظة: إن طول المجال I يساوي الواحد وبالتالي لا يوجد في هذا المجال إلا

1) عدد صحيح واحد إذا كان $(n+1)P$ غير صحيح.

Subject:

Date : / /

2) عددين صحيحين فقط وهما طرفي المجال إذا كان كل من $np+p$ و $np-q$ صحيحاً

مثال 2: إذا كان احتمال أن يصيب رامي الهدف $0,7$ فإذا صوب الرامي نحو الهدف 6 طلقات فما احتمال: 1) أن يصيب الهدف بثلاث طلقات 2) أن يصيب الهدف بطلقة واحدة على الأقل ؟

الحل: في هذه المسألة تخضع لتوزيع ثنائي حيث يكون احتمال النجاح هو نفسه احتمال إصابة الهدف $P=0,7$ واحتمال الفشل $q=0,3$ وعدد التكرارات المستقلة $n=6$

لنرمز لـ X المتغير العشوائي الدال على عدد مرات الإصابة وبالتالي

$$f(x) = C(6,x)(0,7)^x(0,3)^{6-x} \; ; \; x=0,1,2,3,4,5,6$$

1) أن يصيب الهدف بثلاث طلقات

$$P(X=3) = f(3) = C(6,3)(0,7)^3(0,3)^3 = \frac{6!}{3!\,3!}(0,3)^3(0,7)^3 = 0,185$$

2) إصابة مرة واحدة على الأقل

$$P(X \geq 1) = \sum_{x=1}^{6} f(x) = 1 - f(0)$$

$$= 1 - P(X=0) = 1 - C(6,0)\,p^0 q^6 = 1-(0,3)^6 = 0,9993$$

مثال وظيفة: إذا رمينا حجري نرد متوازنين 4 مرات متتالية فما احتمال أن نحصل المجموع 5 أ) مرة واحدة فقط ب) مرة واحدة على الأكثر ج) مرتين على الأقل

$$n=4 \; , \; P = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} \; , \; q = \frac{8}{9} \; ; \; x=0,1,2,3,4$$

انتهت المحاضرة الثالثة

المحاضرة الرابعة احصاء 1

حل مثال الوظيفة في المحاضرة السابقة:

$$\Omega = \{(i,j) \; ; \; i,j = 1,\dots,6\} \Rightarrow |\Omega| = 36$$

الحالات الملائمة $|\{(1,4),(4,1),(2,3),(3,2)\}| = 4$

أمام تجربة ثنائية حيث $n=4$ واحتمال النجاح $P = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} \Rightarrow$ إذن $q = \frac{8}{9}$

X عدد مرات ظهور مجموع يساوي 5 وبالتالي $R_X = \{0,1,2,3,4\}$

وبالتالي دالة الاحتمال X

$$f(x) = C(4,x)\left(\frac{1}{9}\right)^x\left(\frac{8}{9}\right)^{n-x} \; ; \; x=0,1,2,3,4$$

AL MARJI

$P(X=1) = f(1) = C(4,1)\left(\frac{1}{9}\right)^1\left(\frac{8}{9}\right)^3 = 4\left(\frac{1}{9}\right)^1\left(\frac{8}{9}\right)^3 = 0,312$ ①

$P(X \leq 1) = f(1) + f(0) = 0,312 + C(4,0)\left(\frac{1}{9}\right)^0\left(\frac{8}{9}\right)^4 = 0,624$ ②

$P(X \geq 2) = f(2) + f(3) + f(4) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - 0,624 = 0,376$ ③

مثال ٣: قذفنا 100 قطعة نقود متوازنة ما القيمة المتوقعة والانحراف المعياري لعدد القطع التي تظهر وجه الصورة

الحل: لدينا $n=100$ و $p=\frac{1}{2}$ و $q=\frac{1}{2}$ إذا دل X على عدد الصور خلال 100 مرة فإن $X \sim Bin(100, \frac{1}{2})$ وبالتالي

$$\mu_X = E(X) = np = 100 \times \frac{1}{2} = 50$$

حساب الانحراف المعياري

$$\sigma_X^2 = V(X) = npq = 100 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 25 \Rightarrow \sigma_x = 5$$

مثال ٤: إذا علمنا أن 60% من محتوى سلة البيض فاسد أخترنا عشوائياً 50 بيضة فما هي القيمة الأكثر احتمالاً لعدد البيض الفاسد واحسب احتماله

الحل: لدينا $n=50$ و $p=\frac{60}{100}$ و $q=\frac{40}{100}$ و $np = 50 \times \frac{60}{100} = 30$

وحسب مبرهنة القيمة الأكثر احتمالاً تقع في المجال $[np-q, np+p] = [29,6 , 30,6]$

القيمة الأكثر احتمالاً هي 30 : $P(X=30) = C(50,30)(0.6)^{30}(0.4)^{20} = 0.115$

مثال ٥: يصيب رامٍ الهدف باحتمال 0,8 فإذا صوب نحو الهدف 9 مرات فما هي القيمة الأكثر احتمالاً لعدد الإصابات واحسب احتماله

الحل: $n=9$ و $p=0,8$ و $q=0,2$ $\quad f(x) = C(9,x)(0,8)^x(0,2)^{n-x}$

حسب المبرهنة تقع القيمة في المجال $[np-q, np+p] = [7, 8]$

$$P(X=7) = P(X=8) = C(9,7)(0.8)^7(0,2)^2 = 0,302$$

انتهت المحاضرة الرابعة

Subject: Date: / /

عائلة هامة:

توزيع بواسون

Poisson

نقول عن متغير عشوائي X انه يتبع توزيع بواسون بالوسيط $\lambda>0$ اذا كانت دالة احتماله معطاة بالشكل

$$f_X(x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$$

نحقق كون $f(x)$ دالة احتمال

أ) واضح أن $0 \le f(x) \quad \forall x \in R_x$

ب) $$\sum_{x=0}^{\infty} f(x) = \sum \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} = e^{-\lambda} \sum \frac{\lambda^x}{x!} = e^{-\lambda} e^{\lambda} = 1$$

في هذا التوزيع يدل X على عدد الأحداث التي تقع في وحدة القياس (زمن، أو طول أو مساحة أو غيرها) وتمثل λ متوسط عدد الحوادث التي تقع في وحدة القياس

التوقع الرياضي: $\mu_X = E(X) = \lambda$

الاثبات:

$$E(X) = \sum_{x=0}^{\infty} x f(x) = \sum x \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} = e^{-\lambda} \sum_{x=1} \frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)!}$$

$$= e^{-\lambda} \lambda \sum_{y=0}^{\infty} \frac{\lambda^y}{y!} = \lambda e^{-\lambda} e^{\lambda} = \lambda$$

التباين: $\sigma_x^2 = V(x) = \lambda$

الاثبات:

$$V(X) = E(X^2) - \mu_X^2 = EX^2 - \lambda^2 = E(X(X-1)) + \lambda - \lambda^2$$

ولكن $$E(X(X-1)) = \sum_{x=0}^{\infty} x(x-1) \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} = \sum_{x=2} \frac{\lambda^x}{(x-2)!} e^{-\lambda}$$

$$= \lambda^2 e^{-\lambda} \sum_{x=2}^{\infty} \frac{\lambda^{x-2}}{(x-2)!} = \lambda^2 e^{-\lambda} \sum_{y=0}^{\infty} \frac{\lambda^y}{y!} = \lambda^2 e^{-\lambda} e^{\lambda} = \lambda^2$$

$$\Rightarrow V(X) = \lambda^2 + \lambda - \lambda^2 = \lambda$$

نتيجة: $\sigma_x = \sqrt{\lambda}$

الانحراف المعياري:

الدالة المولدة للعزوم

$X \sim Pois(\lambda)$

تعطى الدالة المولدة للعزوم لـ X حيث $X \sim Pois(\lambda)$ بالشكل

$\cancel{M_X(t) = e^{\lambda e^t}}$

Scanned by CamScanner

Subject: Date: / /

$M_X(t)=e^{\lambda(e^t-1)} \quad \forall t\in\mathbb{R}$

الإثبات: $M_X(t)=E(e^{tx})=\sum_{x=0}^{\infty} e^{tx}\frac{\lambda^x}{x!}e^{-\lambda}$

$=e^{-\lambda}\sum\frac{(\lambda e^t)^x}{x!}=e^{-\lambda}e^{\lambda e^t}=e^{\lambda(e^t-1)}$

تمرين: باستخدام الدالة المولدة للعزوم أوجد $E(X)$ و $V(X)$

مثال: ليكن متوسط المكالمات الهاتفية التي يتلقاها مقسم الهاتف ما بين الساعة 10 والساعة 11 هو 1.8 مكالمة في الدقيقة والمطلوب حساب احتمال أن يكون لدينا بين الساعة 10:53 و 10:54

1) عدم وجود أي مكالمة هاتفية 3) مكالمتان هاتفيتان

2) مكالمة هاتفية واحدة 4) ثلاث مكالمات هاتفية على الأقل

الحل: ليكن X المتغير العشوائي الدال على عدد المكالمات الواردة بين 10:53 و 10:54 لدينا $\lambda=1.8$ ولدينا أيضًا $X\sim Pois(\lambda)$

$f_X(x)=\frac{1.8^x}{x!}e^{-1.8} \quad \forall x=0,1,2,\ldots$

1) $P(X=0)=f(0)=\frac{(1.8)^0}{0!}e^{-1.8}=0.16529$

2) $P(X=1)=f(1)=\frac{1.8}{1!}e^{-1.8}=0.29752$

3) $P(X=2)=f(2)=\frac{(1.8)^2}{2!}e^{-1.8}=0.26776$

4) $P(X\geq 3)=1-P(X\leq 2)=1-(f(0)+f(1)+f(2))$

$1-[0.16529+0.29752+0.26776]=0.27123$

مثال 12: إذا كان معدل الولادات في مستشفى دار التوليد هو 3 ولادات في الساعة:

1) ما هو احتمال أن تكون هناك حالة ولادة واحدة خلال ساعة معينة

2) ما هو احتمال أن يكون هناك 4 حالات ولادة على الأكثر خلال ساعة معينة

الحل: X متغير عشوائي يدل على عدد الولادات خلال ساعة معينة لدينا

Subject: Date: / /

حيث $X \sim Pois(\lambda)$ ، $\lambda = 3$ ، $f(x) = \frac{3^x}{x!} e^{-3}$; $\forall x = 0, 1, 2, \ldots$

1) $P(X=1) = f(1) = \frac{3}{3!} e^{-3} = 0{,}1493$

2) $P(X \leq 4) = f(0) + f(2) + f(3) + f(4)$

$$= e^{-3}\left[\frac{3^0}{0!} + \frac{3^1}{1!} + \frac{3^2}{2!} + \frac{3^3}{3!}\right] = 0{,}8153$$

تقريب التوزيع الحداني بالتوزيع البوسوني:

مبرهنة: إذا كان X متغير عشوائي يتبع التوزيع الحداني بالوسيطين (n,P) (أي $X \sim Bin(n,P)$) وكان $\lambda = nP$ ثابتاً موجباً عندئذٍ يتقارب التوزيع الاحتمالي لـ X من التوزيع البوسوني بالوسيط $\lambda = nP$

$$Bin(n,P) \xrightarrow[n \to \infty]{} Pois(\lambda = nP)$$

الإثبات: لدينا $X \sim Bin(n,P)$ وبالتالي $f(x) = C(n,x)\, p^x q^{n-x}$

$$= \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x} = \frac{n!}{x!(n-x)!} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^x \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-x}$$

$$= (1-\lambda)^n \frac{\lambda^x}{x!} \cdot \frac{n(n-1)\ldots(n-x+1)}{n^x} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^x}$$

$$\Rightarrow \lim_{n \to \infty} f(x) = \lim_{n \to \infty} \left(\frac{n-\lambda}{n}\right)^n \cdot \frac{\lambda^x}{x!} \lim \frac{n(n-1) \cdots (n-x+1)}{n^x}$$

$$\cdot \lim_{n \to \infty} \frac{\left(1 - \frac{x}{n}\right)^x}{\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^x} = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!} \cdot 1 \cdot 1^{-1} = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$$

ملاحظة: لتقريب التوزيع الحداني بالوسيطين (n,P) بالتوزيع بواسون بالوسيط $\lambda = nP$ يجب أن يكون صغيراً جداً و n كبيراً جداً لذلك اتفق الباحثون على أن تكون $\lambda = nP < 5$ حتى يكون التقريب جيد.

مثال: كتاب مؤلف من 500 صفحة ويحتوي على 800 خطأ مطبعي

موزعة بشكل عشوائي على صفحات الكتاب فإذا فتحنا الكتاب على صفحة ما فما احتمال

1) أن تحتوي 3 أخطاء 2) أن تخلو من الأخطاء 3) وجود خطأ واحد على الأقل

الحل: ليكن X متغير عشوائي الدال على عدد الأخطاء المطبعية الموجودة في صفحة معينة عندئذ سيكون لـ X التوزيع الحداني الثنائي بالوسيطين $n=800$ لكن $P=\frac{1}{500}$ ، $\lambda = nP = \frac{800}{500} = 1.6 < 5$ التقريب بالتوزيع البواسوني جيد

1) $P(X=3) = \frac{(1.6)^3}{3!} e^{-1.6} = 0.1378$

2) $P(X=0) = \frac{(1.6)^0}{0!} e^{-1.6} = 0.2019$

3) $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - f(0) = 1 - 0.2019 = 0.7981$

التوزيع المنتظم المتقطع:

إذا كان X متغير عشوائيا يأخذ القيم $x_1, x_2, \ldots, x_n$ وكان $f(x) = \frac{1}{n} \ \forall i=1,\ldots,n$

نقول أن X يتبع توزيع منتظم المتقطع بالوسيط n ونكتب $X \sim unif(n)$

في هذه الحالة

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i f(x_i) = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n} = \bar{x}$$

$$\& \quad V(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu_X)^2 f(x_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$$

انتهت المحاضرة الخامسة

المحاضرة السادسة

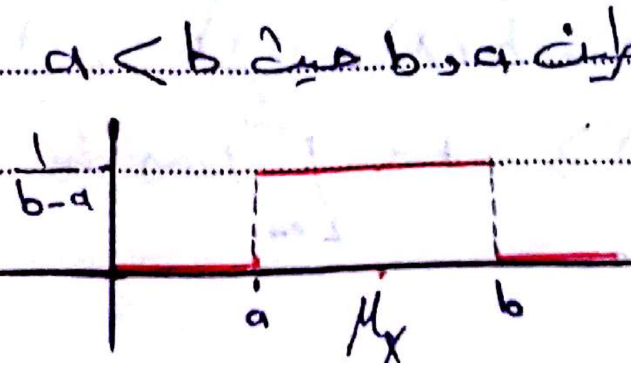
التوزيع الهندسي: نقول عن المتغير العشوائي X يتبع توزيع هندسي بالوسيط P إذا كانت دالة احتماله من الشكل $f(x) = q^{x-1} \quad \forall x = 1, 2, \ldots$

حيث $q = 1 - P$ و P احتمال النجاح

التوزيعات المستمرة: X يكون مستمراً إذا كانت له كثافة الاحتمالية $f(x)$ ، ولكل كثافة منحنى خاص بها تميزها عن غيرها

التوزيع المنتظم المستمر: نقول عن متغير عشوائي مستمر أنه يتبع التوزيع المنتظم بالوسيطين a و b حيث $a < b$ إذا كانت دالة كثافة X تعطى بالشكل

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \forall x \in [a,b] \\ 0 & \text{خلاف ذلك} \end{cases}$$



Subject: Date: / /

لكن هل $f(x)$ كدالة احتمالية ؟
1- $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$
2- $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = \int_a^b \frac{1}{b-a}\,dx = \left[\frac{x}{b-a}\right]_a^b = 1$

إذن $f(x)$ كدالة احتمالية.

- التوقع الرياضي:

$$\mu_X = E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,dx = \int_a^b \frac{x}{b-a}\,dx = \left[\frac{x^2}{2(b-a)}\right]_a^b$$
$$= \frac{a+b}{2}$$

وتمثل منتصف القطعة المستقيمة ab

- التباين:

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) = \int_a^b \frac{x^2}{b-a}\,dx = \left[\frac{x^3}{3(b-a)}\right]_a^b$$
$$= \frac{b^2+ab+a^2}{3}$$

وبالتالي

$$\sigma_x^2 = V(x) = \frac{a^2+ab+b^2}{3} - \frac{(a+b)^2}{4} = \frac{(a-b)^2}{12}$$

الانحراف المعياري:

$$\Rightarrow \sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} = \sqrt{V(x)} = \frac{b-a}{\sqrt{12}}$$

الدالة المولدة للعزوم:

$$M_X(t) = \frac{e^{tb} - e^{ta}}{t(b-a)}$$

الإثبات:

$$M_X(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{tx} f(x)\,dx = \frac{1}{b-a}\int_a^b e^{tx}\,dx = \left[\frac{e^{tx}}{t(b-a)}\right]_a^b$$
$$= \frac{e^{tb} - e^{ta}}{t(b-a)}$$

مثال: ليكن X متغير عشوائي كثافته الاحتمالية

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & ; 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & ; \text{خلاف ذلك} \end{cases}$$

والمطلوب

1) عين التوقع الرياضي لـ X
2) عين دالة التوزيع الاحتمالي 3) أوجد $P(X \geq 2)$

الحل: واضح أن التوزيع الاحتمالي لـ X منتظم على المجال $[1,3]$

1) $\mu_X = E(X) = \frac{a+b}{2} = \frac{1+3}{2} = 2$

3) $P(X \geq 2) = \int_{2}^{+\infty} f(x)\,dx = \frac{1}{2}\int_2^3 dx = \frac{3}{2} - \frac{2}{2} = 0.5$

AL MARJI

Subject: Date: / /

دالة التوزيع $F(x)$

2) $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt = 0 \; ; \; x < 1$

عندما $1 \le x \le 3$:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt = \int_{1}^{x} \frac{1}{2}\,dt = \left[\frac{t}{2}\right]_1^{x} = \frac{x-1}{2}$$

عندما $x > 3$:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx = \frac{1}{2}\int_{1}^{3} dt = \left[\frac{t}{2}\right]_1^{3} = 1$$

$$\Rightarrow F(x) = \begin{cases} 0 \; ; & x < 1 \\ \frac{x-1}{2} \; ; & 1 < x < 3 \\ 1 \; ; & x > 3 \end{cases}$$

منتظم = uniform

التوزيع الأسي :

نقول عن متغير عشوائي مستمر X أنه يتبع التوزيع الأسي بالوسيط $\lambda > 0$

إذا كان دالة كثافة الاحتمالية لها الشكل

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} \; ; & x > 0 \\ 0 \; ; & \text{خلاف ذلك} \end{cases}$$

التوقع الرياضي

$$\mu_X = EX = \frac{1}{\lambda}$$

$$\sigma^2 = V(x) = \frac{1}{\lambda^2}$$

انتهت المحاضرة السادسة