

نظري

دكتور الملائكة: خليل يحيى

عنوان المحاضرة: النضام

المحاضرة الخامسة عشر

المحتوى العلمي : أهلاً بكم أصدقائي سندرس في هذه المحاضرة :

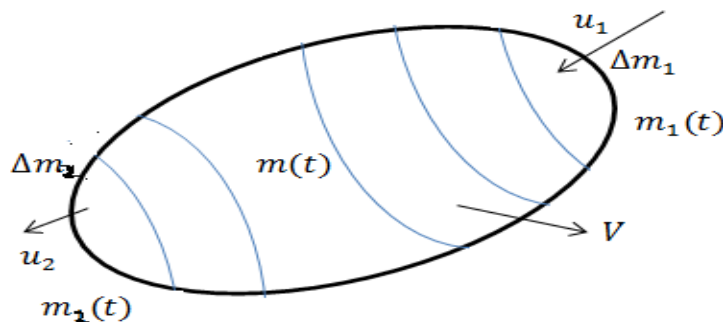
" تنويه "

تم دمج المحاضرة 16 في كل
من المحاضرتين 14 و 15 لأنهم
متراپطين

- 1- المعادلة العامة لحركة الكتل المتغيرة .
- 2- نظرية كمية الحركة عند الصدم .
- 3- نظرية العزم الحركي عند الصدم .
- 4- أنواع الصدم ((وقد تم اعطاؤها في المحاضرة ((16))

" المعادلة العامة لحركة الكتل المتغيرة "

مقدمة : درسنا في ما سبق المعادلة العامة لحركة النقطة المادية ذات الكتل الثابتة ولكن لم ندرس معادلات الحركة عندما تتغير فيها الكتلة المتحركة ، ولعل هذا النوع من الحركات تزداد أهميته ولا سيما إذا تذكرنا مركبات الفضاء التي تنطلق من الأرض بحمولة كبيرة من الوقود والتي يحترق على مراحل بحيث تتناقص كتلة الصاروخ الحامل للسفينة الفضائية ، كما ان حركة الكتل الجليدية التي تزداد كتلتها عند هبوط درجات الحرارة نتيجة تجمد جزيئات الماء والتحامها ، كما تتناقص كتلتها عند ارتفاع درجات الحرارة .
لنفرض أن لدينا جسم كتلته $m(t)$ ولنفرض أن كتلته هي $m_1(t)$ هي الكتلة التي ستضاف إلى هذا الجسم أثناء حركته وأن الكتلة $m_2(t)$ هي الكتلة التي ستنقص من هذا الجسم $m(t)$



إن $m_1(t)$ هو تابع متزايد (بمعنى موجب) ، $m_2(t)$ هو تابع متناقص وكذلك موجبة ومنه بتطبيق نظرية كمية الحركة خلال تغير الزمن $\Delta(t)$

$$\vec{f}(t + \Delta t) - \vec{f}(t) = \vec{F} \cdot \Delta t \dots \dots (1)$$

هذا يعني ان تغير كمية الحركة يساوي دفع القوة المؤثرة على النقطة المادية .

وبالتالي خلال الفترة الزمنية Δt اضيف إلى الجسم $m(t)$ كتلة مقدارها $\Delta m_1(t)$ وخسر المقدار $\Delta m_2(t)$ نلاحظ من العلاقة $\vec{f}(t + \Delta t) - \vec{f}(t) = \vec{F} \cdot \Delta t$ أن الكتلة Δm_1 التي التحمت بالجسم $m(t)$ والذي يتحرك بسرعة V خلال الفترة الزمنية Δt أما الكتلة $\Delta m_2(t)$ التي ستنفصل عن هذا الجسم خلال الفترة الزمنية تكون سرعتها u_2

وبالتالي نلاحظ أنه عندما يتحرك الجسم بحيث تتناقص كتلته باستمرار

ولا يضاف إليها أي جزيئات جديدة . بحيث $\frac{dm(t)}{dt}$

نظرية الصدم "

رأينا ان نظرية كمية الحركة تعطى بالمعادلة التالية :

$$mdv = F \cdot dt \dots \dots (1)$$

وبفرض أنه يمكن كتابة القوة F المؤثرة على النقطة المادية M كتابع للزمن t وعندها يمكن مكاملة طرفي المعادلة (1) على المجال $[0, \tau]$ حيث τ الفترة الزمنية

$$mv - mv_0 = \int_0^\tau F \cdot dt \dots \dots (2)$$

الطرف الأيسر $((mv - mv_0))$ لهذه المساواة يمثل كمية الحركة للنقطة المادية خلال الفترة الزمنية τ أما الطرف الايمن $((\int_0^\tau F \cdot dt))$ فيمثل دفع القوة F خلال الفترة الزمنية نفسها .

لقد درسنا هذه النظرية في تلك الحالات التي تتلقى فيها كمية الحركة تغيراً محدوداً بمعنى آخر كان هناك تصور دائماً بأن كمية الحركة للنقطة المادية تابع مستمر بالنسبة للزمن إلا أن وجود ظاهرة الصدم في الطبيعة نفترض وجوب معالجة ظاهرة الصدم وغيرها من نظريات التحريك بشكل آخر حيث أن هنالك تغيراً كبيراً يطرأ على العوامل الحركية خلال فترة زمنية صغيرة جداً تقاس بواحد بالألف $((\frac{1}{1000}))$ بالثانية أو أقل من ذلك .

فعند اصطدام جسمين تنشأ بينهما ردود فعل كبيرة وهذه الردود تكون كقوة تعمل

خلال فترة زمنية صغيرة جداً بعدها ينطلق الجسمين نتيجة هذا الاصطدام
لنرمز لقيمة القوة F الوسطى خلال فترة زمنية صغيرة جداً τ بـ (F^*) عندئذٍ من العلاقة (2) تكون لدينا :

$$mv - mv_0 = F^* \cdot \tau \dots \dots (3)$$

إن مثل هذه القوة تدعى القوة الصدمية وقياسها ليس بالأمر السهل وخاصة إذا لاحظنا أن هذه القوى تبلغ قيم اعظمية في فترة زمنية صغيرة لا تكون فيها ثابتة ولكن بما ان تغير الحركة للنقطة المادية يبقى ذات قيمة محددة فإنه من الأسهل عند الحساب ، أخذ دفع القوة بدلاً من القوة الصدمية ذاتها وبالتالي إذا رمزنا لدفع القوة بـ S فنصبح :

$$S = \int_0^\tau F \cdot dt \dots \dots (4)$$

ومنه حسب العلاقة (2) نجد :

$$mv - mv_0 = S \dots \dots (5)$$

خلال دراستنا القادمة لنظرية الصدم سنعتبر زمن الصدم (τ) لا متناه بالصغر (بالتقريب)
أما القوة المؤثرة خلال الفترة الزمنية (τ) التي تعطي النقطة المادية سرعة محددة ندعوها بقوة الصدم
بالإضافة إلى ذلك سنفرق بين القوة الصدمية والقوة العادية.
حيث يمكن اهمال تأثير القوة العادية خلال فترة الصدم و وزن الاجسام والاحتكاك يمكن اهمال دفعها نظراً لصغرها .

" انتقال النقطة المادية خلال زمن الصدم "

إن انتقال النقطة المادية خلال زمن الصدم يكون لا متناهي بالصغر فإذا رمزنا بـ (r) نصف القطر الشعاعي ، المحدد لوضع النقطة المادية بالنسبة لجملة احداثية ما وبضرب طرفي المساواة (5) بـ dt نجد

$$(mv - mv_0)dt = s \cdot dt \Rightarrow m(v - v_0)dt = s \cdot dt$$

$$(v - v_0)dt = \frac{s}{m} dt \Rightarrow v \cdot dt = v_0 dt + \frac{1}{m} s dt \quad ; \quad v = \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dr}{dt} dt = v_0 \cdot dt + \frac{1}{m} s \cdot dt \Rightarrow dr = v_0 \cdot dt + \frac{1}{m} s \cdot dt$$

بمكاملة هذه العلاقة

$$r - r_0 = v_0 t + \frac{1}{m} \int_0^\tau s \cdot dt \Rightarrow \Delta r = v_0 t + \frac{1}{m} \int_0^\tau s \cdot dt$$

$$\Delta r = v_0 t + \frac{1}{m} s^* \tau$$

أو يمكن كتابتها

حيث s^* هي القيمة الوسطى لدفع قوة الصدم خلال فترة زمنية τ .

" نظرية كمية الحركة عند الصدم "

إن المعادلة الأساسية لنظرية الصدم هي عبارة عن نظرية تغير كمية الحركة من العلاقة (5) فنحصل :

$$\Delta mv = s \dots \dots (6)$$

الطرف الثاني ((s)) لهذه المعادلة يعبر عن جميع القوة الصدمية المؤثرة على النقطة المادية خلال فترة الصدم وأن الارتباطات الانية التي تطبق على النقطة المادية أو تزول خلال فترة صغيرة تولد رد فعل ((يسمى قوة صدمية)) ويجب أخذ دفعها بعين الاعتبار فإذا رمزنا s^a للدفع الصدمي للقوة الصدمية و s^n للدفع الصدمي لرد الفعل فإن المعادلة الأساسية لنظرية الصدم تأخذ بالشكل :

$$\Delta mv = s^a + s^n$$

إن المعادلة (6) تشبه قانون نيوتن الثاني إلى حد كبير الذي يمكن عن طريقها تحديد تغير سرعة النقطة المادية إذا أعطينا الدفع الصدمي وبالتالي هذه النظرية تنص على ما يلي :
تغير كمية الحركة لنقطة مادية خلال زمن الصدم يساوي الدفع الصدمي .

" نظرية العزم الحركي عند الصدم "

نضرب طرفي المعادلة (6) خارجياً بـ (r) بنصف القطر الشعاعي التابع لجملة احداثية

$$r \times \Delta mv = r \times s \dots \dots (7)$$

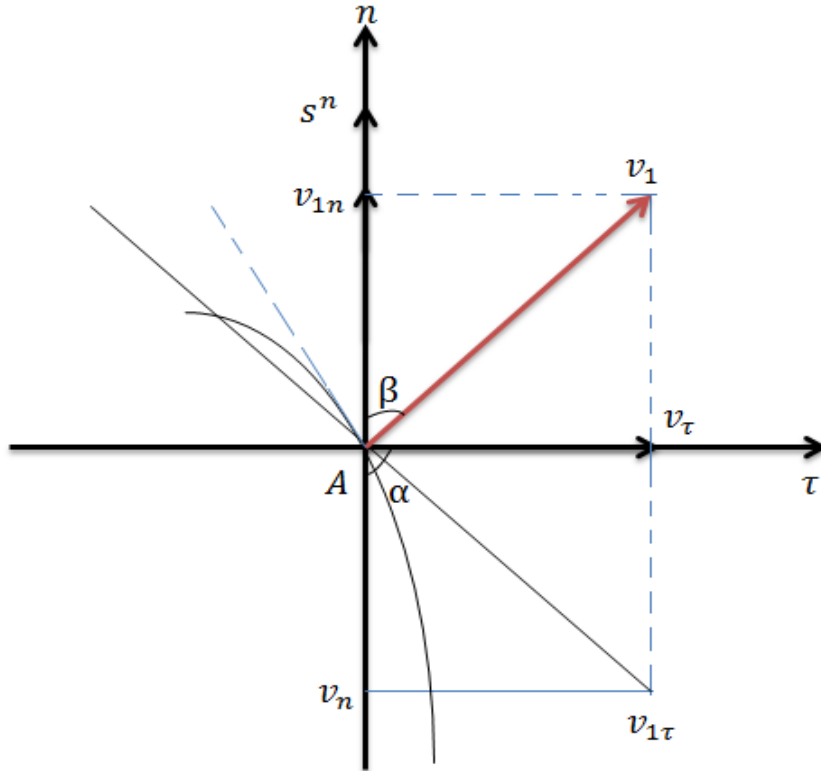
$\Delta r = 0$ يمكن اهمال انتقال النقطة المادية وبالتالي فإن تغير العزم الحركي للنقطة المادية بالنسبة لمركزها خلال فترة الصدم تساوي عزم الدفع الصدمي بالنسبة لنفس المركز

" أنواع الصدم "

لندرس اصطدام نقطة مادية كتلتها m لسطح ثابت ولنفرض أن سرعتها قبيل الصدم هي v ونتيجة للصدمة الأنية التي تطبق على النقطة المادية فإنه يحدث تغيراً أنياً على سرعتها وتصبح v_1 سرعة النقطة المادية بعيد الصدم وحسب العلاقة (6) نجد :

$$mv_1 - mv = s^n \dots \dots (8)$$

وبالتالي مما يجدر ذكره أن أكثر الاحتكاك في عمليات التصادم يمكن اهماله ذلك بأن عامل الاحتكاك بالحركة يقل عما هو عليه بحالة التوازن وكذلك تبلغ المركبة الناظرية لرد الفعل قيم كبيرة



بحيث لا يصح عندها قانون الاحتكاك. ((بسبب اهمال الاحتكاك))

لنفرق الشعاعين v, v_1 على ناظم السطح والمماس في مكان التصادم (A) عندئذ يكون لدينا :

$$v = v_{\tau} + v_n \quad , \quad v_1 = v_{1\tau} + v_{1n}$$

وبما أنه يمكن اهمال الاحتكاك عند التصادم إذا الصلات (الارتباطات) مثالية والدفع الصدمي لرد الفعل يكون ناظمياً عند ذلك يكون لدينا :

$$mv_{1\tau} - mv_{\tau} = 0 \quad \text{or} \quad v_{1\tau} = v_{\tau} \dots (9)$$

وهذا يعني أن المركبة المماسية لسرعة النقطة لا تتغير خلال الصدم .

1) صدم تام المرونة

في هذه الحالة تكون مركبة السرعة الناظرية للنقطة المادية بعيد عملية الصدم مساوية لنظيرتها قبيل عملية الصدم. **مثل** ((اصطدام كرات البلياردو))

$$v_{1n} = v_n \quad ; \quad k = 1$$

(2) صدم عديم المرونة

تكون مركبة السرعة الناظمية بعيد عملية الصدم معدومة

مثل ((انغماس الرصاصة في جسم الانسان ، او اصطدام كرة من الثلج في جدار))

$$v_{1n} = 0 \quad ; \quad k = 0$$

(3) صدم مرن

بهذه الحالة يحدث تغير للمركبة الناظمية لسرعة النقطة من حيث القيمة العددية والاتجاه ((مثل : سرعة ارتداد الكرة أقل من سرعة صدمه .

مثل ((ارتداد كرة القدم من الحائط))

$$v_{1n} = -kv_n \quad ; \quad 0 < k < 1$$

حيث (($-k$)) هو عامل المرونة أو عامل الامتداد .

” انتهت المحاضرة ”

ملاحظة: إن تصويب الخطأ في المحاضرة الخامسة صفحة ((4)) :

((تم تنزيله في المحاضرة السابعة إلا أنه وبعد العودة إلى الدكتور تبين أنه لا يوجد خطأ))
وبالتالي الصواب هو :

$$b^2 - k^2 = -k_1^2 = i^2 k_1^2 \Rightarrow \sqrt{b^2 - k^2} = \pm i k_1$$

إعداد: محمد علي فليبون & روفى سليمان