

## الفصل الأول: التقريبات باستخدام المربعات الصغرى

الصفحة	المبدأ	الحساب
١٢	في السطر الأخير: (التقريبات وتعتمد على اختيار التابع ....)	يجب أن نقول: (التقريبات وتعتمد على اختيار التابع ....)
١٥	في تعريف تابع الوزن، في الشرط الثاني لدينا: $w(x) > 0$	يجب أن نكتب: $\forall x \in [a, b] : w(x) > 0$
١٩	في العلاقة (11) التوزيع غير موجود	$\ f - \phi^{(0)}\ _2^2 = \min_{\phi \in S} \ f - \phi\ _2^2$ $= \min_{\phi \in S} \sum_{i=0}^N w_i (f(x_i) - \phi(x_i, c))^2$
	في السطر السابع لدينا العلاقة: $\frac{\partial(D^2)}{\partial C_j} = 0$ كذلك في السطر التاسع (بداية السطر على اليسار) $\frac{\partial \phi(x_i)}{\partial C_j} = \varphi_j(x_i)$	نكتب: $\frac{\partial(D^2)}{\partial C_j^{(0)}} = 0$ نكتب: $\frac{\partial \phi(x_i)}{\partial C_j^{(0)}} = \varphi_j(x_i)$
٢٠	في العلاقة (15) في الصفحة ٥ لدينا: $\alpha = \begin{pmatrix} (f, \varphi_0) \\ \vdots \\ (f, \varphi_n) \end{pmatrix}$	نكتب: $\alpha = \begin{pmatrix} (f, \varphi_0) \\ \vdots \\ (f, \varphi_n) \end{pmatrix}$
٢١	في العلاقة (20) المجموع ضمن المسافات لا تحوي على حدود.	نضع من أجل كل المجموع: $\sum_{i=1}^N$ حيث أن $N$ هو دليل النقاط.
٢٢	في مثال (2) لدينا: $S_x, S_{xx}, S_{xy}$ and $S_y$ في كل منها المجموع لا يحوي حدوداً. كذلك: لدينا العلاقة (21) تمثل: $C_0^{(0)}$ ولدينا العلاقة (22) تمثل: $C_1^{(0)}$	نضع من أجل كل مجموع: $\sum_{i=1}^n$ حيث أن $n$ هو عدد النقاط. نبدل بيانيما، بحيث: العلاقة (21) تمثل: $C_1^{(0)}$ ، والعلاقة (22) تمثل: $C_0^{(0)}$ . (وبالمثل من أجل العلاقتين في الصفحة ٢٨)
٢٣	لدينا أخطاء في الأجابة، هي: $C_0^{(0)} = 1.04396, C_1^{(0)} = 0.9352$ كذلك: $f(x_2) = 6.1552$	نحل فلتكتب: $C_0^{(0)} = 0.9352, C_1^{(0)} = 1.04396$ كذلك: $f(x_1) = 6.155$

<p>نضع:</p> $f(x_i) = 8.24292$ <p>وفي الخطأ المركب:</p> $E^2 = \sum_{i=1}^4 [f(x_i) - y_i]^2$ $= 0.03604416$ <p>ويجب جذر هذا الناتج فيصبح:</p> $E = 0.18985299$ <p>وهو الخطأ المركب المطلوب.</p>	<p>أيضاً:</p> $f(x_i) = 8.2432$ <p>وفي حساب الخطأ المركب:</p> $E = \sum_{i=1}^4 [f(x_i) - y_i]^2$ $= 0.03604416$																		
<p>الجدول الصحيح هو:</p> <table border="1" data-bbox="10 470 466 550"> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td><math>y_i</math></td> <td>10</td> <td>9</td> <td>7</td> <td>5</td> <td>4</td> <td>3</td> <td>0</td> <td>-1</td> </tr> </table>	$x_i$	-1	0	1	2	3	4	5	6	$y_i$	10	9	7	5	4	3	0	-1	<p>الصفحة ٢٤</p> <p>تكرّر في الجدول السطر الأول مرتين.</p>
$x_i$	-1	0	1	2	3	4	5	6											
$y_i$	10	9	7	5	4	3	0	-1											
<p>نعمل فنكتب:</p> $C_0^{(0)} = 8.6428571$ $C_1^{(0)} = -1.6071429$ <p>نضع:</p> $E^2 = 0.0625 + 0.128551051$ $+ 0.0012755 + 0.183673$ $+ 0.0318878 + 0.6173473$ $+ 0.368622 + 0.0000012$ $= 1.392858446$ <p>والخطأ المركب المطلوب هو جذر <math>E^2</math>:</p> $E = 1.180194241$	<p>صفحة ٢٥</p> <p>تم التحويل بين التمثولين فحدث تعديل في الأضحية كما يلي:</p> $C_0^{(0)} = -1.6071429$ $C_1^{(0)} = 8.6428571$ <p>وفي الخطأ المركب:</p> $E = 0.0625 + 0.128551051$ $+ 0.0012755 + 0.183673$ $+ 0.0318878 + 0.6173473$ $+ 0.368622 + 4.0000012$ <p>كذلك للتربيع غير موجود.</p>																		
<p>من أجل كل مجموع نضع:</p> $\sum_{i=1}^n$	<p>صفحة ٢٦</p> <p>أسفل الصفحة في المجموع داخل المعادلات لا يوجد حدود.</p>																		
<p>الجملة الصحيحة:</p> $C_0^{(0)}(5) + C_1^{(0)}(5) + C_2^{(0)}(7.5) = 1.05$ $C_0^{(0)}(5) + C_1^{(0)}(7.5) + C_2^{(0)}(12.5) = 1.41$ $C_0^{(0)}(7.5) + C_1^{(0)}(12.5) + C_2^{(0)}(22.125) = 2.2$ <p>وبحل جملة المعادلات تكون الأضحية هي:</p> $C_0^{(0)} = 0.01171428, C_1^{(0)} = 0.3611428,$ $C_2^{(0)} = -0.1086$ <p>ويجب أيضاً جذر ناتج الخطأ.</p>	<p>صفحة ٢٧</p> <p>في نهاية الصفحة، في جملة المعادلات:</p> $C_0^{(0)}(22.125) + C_1^{(0)}(12.5) + C_2^{(0)}(7.5) = 2.2$ $C_0^{(0)}(1.125) + C_1^{(0)}(7.5) + C_2^{(0)}(5) = 2.2$ $C_0^{(0)}(7.5) + C_1^{(0)}(5) + C_2^{(0)}(5) = 1.05$																		
<p>عنا أيضاً يجب جذر <math>E</math> للحصول على الخطأ المركب، وهو:</p> $E^2 = 0.00064418 \Rightarrow E = 0.0253771$	<p>صفحة ٣١</p> <p>في أسفل الصفحة، الخطأ المركب، للتربيع غير موجود:</p> $E = 0.00064418$																		
<p>بصعد بهذا الرمز الجداء الداخلي، أي نكتب: <math>(f, Q_i)</math>.</p>	<p>صفحة ٣٣</p> <p>الرمز: <math>(f, Q_i)</math>.</p>																		

$\sum_{k=0}^n c_k^{(0)} \int_a^b w_k x_k^{k+j} dx = \int_a^b w_k f(x_k) x_k^j dx$	العلاقة رقم (38) يجب وضع $dx$ للتكامل.	الصفحة ٣٦
جميع حدود التكاملات في هذا المثال هي: $\int_0^1$	في المثال (6).	الصفحة ٣٨
$C_0^{(0)} = \frac{12\pi^2 - 120}{\pi^2} \approx -0.050465$	$C_0^{(0)} = \frac{12\pi^2 - 120}{\pi^2} = 0.050465$	الصفحة ٤٠
$E_1 = \sqrt{E} = 0.016779$	$E_1 = \sqrt{E} = 0.054536$	الصفحة ٤١
$E = 0.00144$	$E = 0.0144$	الصفحة ٤٤
$P_{k+1}(x) = \frac{1}{2^{n+1}} \frac{d^n}{dx^n} [(x^2 - 1)^{n+1}]$	العلاقة (51):	الصفحة ٤٨
$E = 0.038501876$ $E_1 = 0.1962189491$	$P_{k+1}(x) = \frac{1}{2^{n+1}} \frac{d^n}{dx^n} [(1 - x^2)^{n+1}]$ نهاية المثال (8) في حساب الخطأ المرتكب: $E = 0.0385022$ $E_1 = 0.196224$	الصفحة ٥١
$C_2^{(0)} = \frac{5}{3} \left( e - \frac{7}{e} \right) = 0.3578143506$	المثال (9)	الصفحة ٥٢
والحدودية: $\varphi(x) = 0.536721x^2 + 1.103638x + 0.99629$	والحدودية: $\varphi(x) = 0.2385429x^2 + 1.103638x + 1.9569$	
وسبب ذلك أنه عند تعويض قيم الثوابت في الحدودية: $\psi(x) = c_0^{(0)} p_0(x) + c_1^{(0)} p_1(x) + c_2^{(0)} p_2(x)$		
نكتب: $\psi(x) = c_0^{(0)}(1) + c_1^{(0)}(x) + c_2^{(0)} \left( \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2} \right)$ $\Rightarrow \psi(x) = c_2 x^2 + c_1 x + c_0$	في حساب الخطأ المرتكب: $E = 0.01726$ $E_1 = 0.13138$	
نكتب: $E = 0.00140573532$ $E_1 = 0.03749313697$		
نكتب: $t = \frac{2x - (b+a)}{(b-a)}$	في أسفل الصفحة: $t = \frac{2x - (b-a)}{(b+a)}$	الصفحة ٥٤
نكتب: $E = \int_0^{\pi} f^2(x) dx - 2 \int_0^{\pi} f(x)\phi(x) dx$ $+ \int_0^{\pi} \phi^2(x) dx$ $E_1 = 0.1507393446$	في حساب الخطأ: $E = \int_0^{\pi} f^2(x) dx - 2 \int_{-1}^1 f(x)\phi(x) dx$ $+ \int_{-1}^1 \phi^2(x) dx$ $E_1 = 0.150881$	الصفحة ٥٥

الصفحة ٥٦	في العلاقة (58): $\int_{-1}^1 H_i(x) H_j(x) e^{-x^2} dx = \delta_{ij} \cdot j! \cdot 2^j \sqrt{\pi}$ توضيح:	توضيح: $\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & ; i \neq j \\ 1 & ; i = j \end{cases}$
الصفحة ٦٠	في السطر الأخير: $T_4(x) = 8x^4 - 8x^2 + 1$	تكتب: $T_4(x) = 8x^4 - 8x^2 + 1$
الصفحة ٦٢	توضيح في العلاقة (68) وكذلك في الصفحة ٦٣ $\bar{x}_k = \cos\left(\frac{k}{n}\pi\right); \forall k = 1, 2, \dots, n$	إن: $\bar{x}_k$ لا يقصد بالقيمة مشتق بل وضعت فقط للتبويب.
الصفحة ٦٦+٦٥	من العلاقة (77) وحتى العلاقة (78) المعطى هو: $(n-1)$	تكتب عوضاً عنها: $(n+1)$ .
الصفحة ٦٨	أعلى الصفحة في نتيجة النمط المركب المثال (11): $\max_{-1.5 \leq x \leq 1}  \sin(x) - P_2(x)  \leq \frac{1}{24} \max_{-1.5 \leq x \leq 1}  \sin^{(3)}(\xi(x)) $ $\leq \frac{1}{24} \max_{-1.5 \leq x \leq 1}  \sin^{(3)}(\xi(x)) $	تكتب: $\max_{-1.5 \leq x \leq 1}  \sin(x) - P_2(x)  \leq \frac{1}{24} \max_{-1.5 \leq x \leq 1}  \sin^{(3)}(\xi(x)) $ $\leq \frac{1}{24} (n^3) = 1.2919281$
الصفحة ٦٨	المثال (12): أوجد حدودية الاستيفاء من الدرجة الثالثة للتابع: $f(x) = x \cdot e^x$ على المجال: $[0, 1.5]$ وباستخدام أصغر تيتشيتوف.	بصاغ السؤال كما يلي: أوجد حدودية الاستيفاء من الدرجة الثالثة للتابع: $f(x) = x \cdot e^x$ على المجال: $[0, 1.5]$ باستخدام: (1) تجزئة متساوية، بحيث: $x_0 = 0, x_1 = 0.5, x_2 = 1, x_3 = 1.5$ (2) أصغر تيتشيتوف.
الصفحة ٦٩	العلاقات في الأسطر من الثالث وحتى السادس: $L_0(x) = 1.3333x^3 + 4.0000x^2 - 3.6667x + 1$ $L_1(x) = 4.0000x^3 + 10.000x^2 + 6.0000x$ $L_2(x) = 4.0000x^3 + 8.000x^2 - 3.0000x$ $L_3(x) = 1.3333x^3 - 2.000x^2 + 0.66667x$ والحدودية: $P_3(x) = 1.3875x^3 + 0.05757x^2 + 1.2730$ وفي الصفحة ٧٠ في الحدوديات باستخدام أصغر تيتشيتوف: $L_0^*(x) = 1.8142x^3 - 2.8249x^2 + 1.0264x - 0.049728$ $L_1^*(x) = -4.3799x^3 + 8.5977x^2 - 3.4026x - 0.16705$ $L_2^*(x) = 4.3799x^3 - 11.112x^2 + 7.1730x - 0.37415$ $L_3^*(x) = 1.8142x^3 - 5.3390x^2 + 4.7976x - 1.2568$ والحدودية: $P_3^*(x) = 1.3811x^3 + 0.04465x^2 + 1.3031x - 0.014352$	تكتب: $L_0(x) = -1.3333x^3 + 4.0000x^2 - 3.6667x + 1$ $L_1(x) = 4.0000x^3 - 10x^2 + 6.0000x$ $L_2(x) = -4.000x^3 + 8.000x^2 - 3.0000x$ $L_3(x) = 1.333x^3 - 2.000x^2 + 0.66667x$ والحدودية: $P_3(x) = 1.3875x^3 + 0.057582x^2 + 1.2730x$
الصفحة ٧٢	المثال (13): $ R_4(x)  = \frac{ e^{\xi(x)}   x^5 }{120} \leq \frac{e}{120} \approx 0.023$	تكتب: $ R_4(x)  = \frac{ e^{\xi(x)}   x^5 }{120} \leq \frac{e}{120} \approx 0.0226$

<p>نضع</p> $ P_3(x) - P_3(x)  \leq \frac{1}{192} \leq 0.00520$ <p>والخطأ المرتكب:</p> $E = 0.0279$	<p>وفي الصفحة ٧٣ في السطر الرابع:</p> $ P_3(x) - P_3(x)  \leq \frac{1}{192} \leq 0.0053$ <p>والخطأ المرتكب:</p> $E = 0.0283$
$\ f - \phi^{(0)}\ _2^2 = \min_{\phi \in S} \sum_{i=0}^N w_i (f(x_i) - \phi(x_i, c))^2$	<p>في السطر التاسع التوزيع في العلاقة التالية غير موجود:</p> $\ f - \phi^{(0)}\ _2^2 = \min_{\phi \in S} \sum_{i=0}^N w_i (f(x_i) - \phi(x_i, c))^2$
	<p>يجب الانتباه إلى أنه دائماً ما نمنن الوعاينم موجب، أي (البيانات المعطاة موجبة).</p> <p>٨١+٧٧</p>
<p>نضع:</p> $c_2^{(0)} = \frac{(N+1)S_{xy} - S_x \cdot S_y}{(N+1)S_{xx} - S_x \cdot S_x}$ $c_0^{(0)} = \frac{S_{xx} \cdot S_y - S_{xy} \cdot S_x}{(N+1)S_{xx} - S_x \cdot S_x}$ <p>والسبب في ذلك هو التالي:</p> <p>من الشكل المصفوفي لدينا:</p> $\begin{pmatrix} N+1 & S_x \\ S_x & S_{xx} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_0^{(0)} \\ c_1^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_y \\ S_{xy} \end{pmatrix}$ $\Rightarrow (N+1) \cdot c_0^{(0)} + S_x \cdot c_1^{(0)} = S_y \quad \dots (1)$ $S_x \cdot c_0^{(0)} + S_{xx} \cdot c_1^{(0)} = S_{xy} \quad \dots (2)$ $\stackrel{(1)}{\Rightarrow} c_0^{(0)} = \frac{S_y - S_x \cdot c_1^{(0)}}{N+1} \quad \dots (3)$ <p>نعوض في العلاقة (2) فنجد:</p> $S_x \cdot \left( \frac{S_y - S_x \cdot c_1^{(0)}}{N+1} \right) + S_{xx} \cdot c_1^{(0)} = S_{xy} \Rightarrow$ $S_y - S_x \cdot c_1^{(0)} + (N+1)S_{xx} \cdot c_1^{(0)} = (N+1)S_{xy}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">\Rightarrow c_1^{(0)} = \frac{(N+1)S_{xy} - S_x \cdot S_y}{(N+1)S_{xx} - S_x \cdot S_x}</math> </div> <p>وبتعيين قيمة <math>c_1^{(0)}</math> في العلاقة (3) نجد أن:</p> $c_0^{(0)} = \frac{S_y - S_x \cdot \left( \frac{(N+1)S_{xy} - S_x \cdot S_y}{(N+1)S_{xx} - S_x \cdot S_x} \right)}{N+1}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">\Rightarrow c_0^{(0)} = \frac{S_{xx} \cdot S_y - S_{xy} \cdot S_x}{(N+1)S_{xx} - S_x \cdot S_x}</math> </div>	<p>في وسط الصفحة (مثال 14): (وكذلك في الصفحة ٢٢).</p> $c_0^{(0)} = \frac{(N+1)S_{xy} - S_x \cdot S_y}{(N+1)S_{xx} - S_x \cdot S_x}$ $c_1^{(0)} = \frac{S_{xx} \cdot S_y - S_{xy} \cdot S_x}{(N+1)S_{xx} - S_x \cdot S_x}$ <p>٧٨</p>

لدينا التوزيع التالي: $A = a = c_1 = 0.5056$ $B = \ln(b) = c_0 = 1.122 \Rightarrow b = e^{1.122} = 3.071$					في السطرين السابع والثامن: $A = a = 0.5056$ $B = \ln(b) = 1.122 \Rightarrow b = e^{1.122} = 3.071$	الصفحة ٧٩																														
الجدول التصحيح: <table border="1"> <thead> <tr> <th><math>i</math></th> <th><math>x_i</math></th> <th><math>y_i</math></th> <th><math>f(x_i)</math></th> <th><math>d_i^2</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>5.10</td> <td>5.091656</td> <td>0.00006</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>1.25</td> <td>5.79</td> <td>5.777685</td> <td>0.00015</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>1.5</td> <td>6.53</td> <td>6.556148</td> <td>0.00068</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>1.75</td> <td>7.45</td> <td>7.439497</td> <td>0.00011</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>2</td> <td>8.46</td> <td>8.441864</td> <td>0.00032</td> </tr> </tbody> </table>					$i$	$x_i$	$y_i$	$f(x_i)$	$d_i^2$	1	1	5.10	5.091656	0.00006	2	1.25	5.79	5.777685	0.00015	3	1.5	6.53	6.556148	0.00068	4	1.75	7.45	7.439497	0.00011	5	2	8.46	8.441864	0.00032	في الجدول أعلى الصفحة يوجد أخطاء.	الصفحة ٨٠
$i$	$x_i$	$y_i$	$f(x_i)$	$d_i^2$																																
1	1	5.10	5.091656	0.00006																																
2	1.25	5.79	5.777685	0.00015																																
3	1.5	6.53	6.556148	0.00068																																
4	1.75	7.45	7.439497	0.00011																																
5	2	8.46	8.441864	0.00032																																
ومنه الخطأ المرتكب يصح: $E = 0.00132 \Rightarrow E_1 = 0.036331$																																				
التصحيح: $X = \ln(x)$ ويوضع:					السطر الثالث: $X = x$ ويوضع	الصفحة ٨٢																														

انضمو جدول تصحيح الأخطاء، للفصل الأول من الكتاب، ويوجد جدولين للفصلين الثاني والثالث نوردنا لاحقاً.

PLUS

الفصل الثاني: الحل العددي لجمل المعادلات الخطية

الصواب

$$a_{ij} = 0 ; i > j$$

$$a_{ij} = 0 ; i < j$$

$$|a_{ii}| \geq \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n |a_{ij}| ; i = 1, \dots, n$$

$$|a_{ii}| > \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n |a_{ij}| ; i = 1, \dots, n$$

$$P_2(\lambda) = \det(A - \lambda I) = 0$$

$$D_3 \left( 1, \frac{3}{2} \right)$$

$$= 1,4 \Rightarrow |2 - \lambda| \leq 1 \Rightarrow D_3(2,1)$$

$$x = (4 \ 4 \ -4 \ 4)^T$$

$$\|A \cdot B\| \leq \|A\| \|B\| ; \forall A, B \in M_n(R)$$

أي يجب أن تكون المصفوفة مربعة.

$$\text{Cond}(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$$

$$\text{Cond}(\alpha A) = \text{cond}(A)$$

لا بُدُّ لنا قبل استعراض هذه الطريقة من التفكير بالتحويلات المبطرية الأولية لمصفوفة.

الخطأ

$$a_{ij} = 0 ; i \geq j \quad \text{العلاقة (6):} \quad \text{صفحة 96}$$

$$a_{ij} = 0 ; i \leq j \quad \text{العلاقة (8):} \quad \text{صفحة 97}$$

$$\text{العلاقة (10):} \quad \text{صفحة 97}$$

$$|a_{ii}| \geq \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n |a_{ij}| ; i = 1, \dots, n$$

$$\text{العلاقة (11):} \quad \text{صفحة 97}$$

$$|a_{ii}| > \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n |a_{ij}| ; i = 1, \dots, n$$

$$\text{مثال (5): (السطر الأول من الحل)} \quad \text{صفحة 100}$$

$$P_2(\lambda) = \det(A - \lambda I) = 0$$

$$\text{مثال (6): (السطر الثالث من الحل)} \quad \text{صفحة 102}$$

$$D_{\square} \left( 1, \frac{3}{2} \right)$$

$$\text{مثال (7): (أسفل الصفحة)} \quad \text{صفحة 103}$$

$$j = 1,4 \Rightarrow |2 - \lambda| \leq 1 \Rightarrow D_3 \left( \square, 1 \right)$$

$$x = (4, 4, -4, 4)^T \quad \text{مثال (8):} \quad \text{صفحة 105}$$

ملاحظة بداية الصفحة:

$$\|A \cdot B\| \leq \|A\| \|B\| ; \forall A, B \in M_{\square \times \square}(R)$$

أسفل الصفحة:

$$\text{Cond}(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$$

مبرهنة (7)، الخاصية الثانية:

$$\text{Cond}(\alpha A) = |\alpha| \cdot \text{cond}(A)$$

طريقة غاوس المباشرة:

لا بُدُّ لنا قبل استعراض هذه الطريقة من التفكير بالتحويلات المبطرية (العمودية) الأولية لمصفوفة.

	الخطوة الثانية:	صفحة 113
$R_j \rightarrow R_j - \frac{a_{ji}}{a_{ii}} R_i$	$R_j \leftarrow R_j - \frac{a_{ji}}{a_{ii}} R_i$	
$3x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 8$	مثال (13): المعادلة الثانية: $\boxed{x_1} + 5x_2 + 3x_3 = 8$	صفحة 117
$R_3 \rightarrow R_3 + R_2$	التحويل السطري الثاني في الحل: $R_3 \rightarrow R_3 + R_1$	
$\bar{A} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & : & -4.8 \\ 0 & 5 & 0 & : & 27.2 \\ 0 & 0 & 5 & : & 26 \end{pmatrix}$	المصفوفة الرابعة	صفحة 119
$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & : & 0.64 \\ 0 & 5 & 0 & : & 27.2 \\ 0 & 0 & 5 & : & 26 \end{pmatrix}$	$\bar{A} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & : & \boxed{-4.5} \\ 0 & 5 & 0 & : & \boxed{27.5} \\ 0 & 0 & 5 & : & 26 \end{pmatrix}$	
$5y = 27.2 \Rightarrow y = 5.44$	وبذلك نحصل على الجملة: $x = 0.64$ $5y = \boxed{27.5} \Rightarrow y = 5.44$	
$\begin{pmatrix} 5.291 & -6.13 & : & 46.78 \\ 0 & 59.14 & : & 59.14 \end{pmatrix}$	المصفوفة الثانية:	صفحة 122
	$\begin{pmatrix} 5.291 & -6.13 & : & 46.78 \\ 0 & 59.14 & : & \boxed{59.17} \end{pmatrix}$	
الانتقال من المصفوفة في الصفحة 124 إلى المصفوفة في الصفحة 125، تم بإجراء التحويلين التاليين:		صفحة 124
	$R_2 \rightarrow R_2 + R_1$ $R_3 \rightarrow R_3 + 2R_1$	
$\max_{2 \leq k \leq 3} \{ a_{2k}^* \} = 6$ $\max_{2 \leq k \leq 3} \{ a_{3k}^* \} = 12$	في السطر الخامس:	صفحة 125
$\frac{ a_{22}^* }{S_2'} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ $\frac{ a_{32}^* }{S_3'} = \frac{12}{12} = 1$	$\max_{1 \leq k \leq 3} \{ a_{2k}^* \} = 6$ $\max_{1 \leq k \leq 3} \{ a_{3k}^* \} = 12$	
	في السطر العاشر:	
	$\frac{ a_{21}^* }{S_2'} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ $\frac{ a_{31}^* }{S_3'} = \frac{12}{12} = 1$	

<p>نحري التحويل: <math>R_3 \rightarrow R_3 + \frac{1}{6}R_2</math></p> <p>فتفتح المصفوفة:</p> $\begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 & \vdots & 1 \\ 0 & 12 & 1 & \vdots & 37 \\ 0 & 0 & \frac{37}{6} & \vdots & \frac{37}{6} \end{pmatrix}$ <p>وتصبح المعادلة الثالثة:</p> $\frac{37}{6}x_3 = \frac{37}{6}$	<p>بعد إجراء التحويل: <math>R_2 \leftrightarrow R_3</math> وكتابة المصفوفة نحصل على الجملة:</p> $\begin{aligned} -3x_1 + 2x_2 + x_3 &= 1 \\ 12x_2 + x_3 &= 37 \\ \boxed{37x_3} &= \boxed{37} \end{aligned}$	صفحة 126
<p><math>l_{33} = -10</math></p> <p>ونبتل 2 بـ -10 في كل المصفوفات.</p> <p>(( إن الحل صحيح لكن وضع 2 عوضاً عن -10 خطأ مطبعي)).</p>	<p><math>l_{33} = \boxed{2}</math></p>	صفحة 130
<p>2) <math>l_{ii} = 1; i = 1, \dots, n</math></p>	<p>تعريف (18): تقريظ دوليتل:</p> <p>2) <math>\boxed{u_{ii}} = 1; i = 1, \dots, n</math></p>	صفحة 131
<p><math>UX = Z \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 &amp; 1 &amp; -1 \\ 0 &amp; 1 &amp; -1 \\ 0 &amp; 0 &amp; 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}</math></p>	<p><math>UX = Z \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 &amp; \boxed{0} &amp; \boxed{0} \\ 0 &amp; 1 &amp; -1 \\ 0 &amp; 0 &amp; 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}</math></p>	صفحة 135
<p>ملاحظة حول طريقة تشوليسكي</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>يجب أن تكون عناصر القطر الرئيس موجبة، وإذا لم تكن كذلك نُعيد ترتيب الأسطر حتى تُصبح موجبة.</li> <li>يجب أن تكون المصفوفة <math>A</math> متناظرة.</li> </ul>		صفحة 136
<p><math>A = \begin{pmatrix} 4 &amp; 2 &amp; 14 \\ 2 &amp; 17 &amp; -5 \\ 12 &amp; -5 &amp; 83 \end{pmatrix}</math></p> <p><math>Z = (7 \quad -27 \quad 5)^T</math></p>	<p><math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 1 &amp; 1 \\ 4 &amp; 3 &amp; -1 \\ 3 &amp; 5 &amp; 3 \end{pmatrix}</math></p> <p>والسطر الأخير:</p> <p><math>Z = (7 \quad \boxed{-22} \quad 5)^T</math></p>	صفحة 138
<p><math>\rho(B) &lt; 1; B = M^{-1}N</math></p>	<p>مرحلة (9):</p> <p><math>\rho(\boxed{A}) &lt; 1</math></p>	صفحة 141
<p><math>\frac{1}{\ X\ } \leq \frac{\ A\ }{\ b\ }</math></p>	<p>العلاقة (32):</p> <p><math>\frac{1}{\ X\ } \geq \frac{\ A\ }{\ b\ }</math></p>	صفحة 143
<p><math>B_j = -M^{-1}N = -D^{-1}(L + U)</math></p> <p>وكذلك في الصفحة 146.</p>	<p>العلاقة (34):</p> <p><math>B_j = \boxed{M^{-1}N} = \boxed{D^{-1}(L + U)}</math></p>	صفحة 145

$a_{ii} \cdot x_i^{(k+1)} = b_i - \sum_{j \neq i} x_j^{(k)}$ $; i = 1, \dots, n$	العلاقة (35): $a_{ii} \cdot x_i^{(k+1)} = b_i - \sum_{\substack{j > i \\ j \neq i}} x_j^{(k)} ; i = 1, \dots, n$	صفحة 147
$N = -U = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\boxed{U} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	صفحة 150
$5x + y + z = 7$	مثال (22): المعادلة الأولى: $\boxed{9}x + y + z = 7$	صفحة 151
$B_{SOR} = \begin{pmatrix} 1-w & -\frac{w}{10} \\ -\frac{w(1-w)}{10} & \frac{w^2}{100} + 1-w \end{pmatrix}$ $\lambda^2 - \lambda \left[ \frac{w^2}{100} + 1-w \right] + (1-w)^2 = 0$	$B_{SOR} = \begin{pmatrix} 1-w & -\frac{w}{10} \\ \frac{w(1-w)}{10} & \frac{w^2}{100} + 1-w \end{pmatrix}$ كذلك: $\lambda^2 - \lambda \left[ \frac{w^2}{100} + 1-w \right] - (1-w)^2 = 0$ أيضاً:	صفحة 154
$\lambda = (1-w) + \frac{w^2}{100} \pm \frac{1}{2} \left[ \frac{4(1-w)w^2}{100} + \frac{w^4}{10000} \right]^{\frac{1}{2}}$	$\lambda = (1-w) + \frac{w^2}{100} \pm \frac{1}{2} \left[ \frac{4(1-w)w^2}{100} + \frac{w(2)}{10000} \right]^{\frac{1}{2}}$	
$\frac{w^2}{200} = -2(1-w)$ $\rho(B_{GS}) = 0.01$	السطر الخامس: $\frac{w^2}{200} = \boxed{2}(1-w)$ السطر الثاني عشر: في حين أن: $\rho(B_{SOR}) = 0.01$	صفحة 155
$x_2^{(k+1)} = -0.937x_1^{(k+1)} - 0.25x_2^{(k)} + 0.3125x_3^{(k)} + 9.375$	$x_2^{(k+1)} = -0.937x_1^{(k+1)} - 0.25x_2^{(k)} + 0.3125x_3^{(k)} + \boxed{7.5}$	صفحة 159

انتهى الجدول

PLUS

جدول تصحيح أخطاء، الفصل الثالث من الكتاب

الصفحة	المحلل	العوارض
166	السطر الرابع عشر: $y_2$ من أجل: $x_1 + 2h$	$y_2$ من أجل: $x_0 + 2h$
167	الشرط الثالث من مبرهنة بيكاردي: $h \geq \frac{K}{L} (e^{(x_{final} - x_0)} - 1)$	$\frac{1}{h} \geq \frac{K}{L} (e^{(x_{final} - x_0)} - 1)$
168	الشرط الثالث: إذا كان $ \varepsilon_0  < \varepsilon$ و $\delta(t)$ تابع مستمر.	إذا كان $ \varepsilon_0  < \varepsilon$ و $\delta(x)$ تابع مستمر.
169	السطر الخامس عشر: $ z(x) - y(x)  =  (\delta + \varepsilon_0 - 0.5)e^x - \delta $	$ y(x) - y(x)  =  (\delta + \varepsilon_0)e^x - \delta $
171	مثال (3): $y_1 = 0, y_2 = 0.4, y_3 = 0.128$ $y_4 = 0.274, y_5 = 1.747$	$y_1 = 0, y_2 = 0.04, y_3 = 0.128$ $y_4 = 0.2736, y_5 = 0.48832$ وفي الجدول أيضاً.
172	تصحيح لنص السؤال: علماً أن $M = 10$ أيضاً: $h = \frac{b-a}{n}$ في الجدول أسفل الصفحة: $y_{n+1} = y_n + 0.2(x_n + y_n)$ أيضاً لتعديل بعض القيم في هذا الجدول كما يلي:	الأفضل أن نضع للعبارتين: $\frac{b-a}{M}$ دليلين مختلفين لتجنب أي التباس. $h = \frac{b-a}{M}$ $y_{n+1} = y_n + 0.1(-y_n + x_n + 1)$

$i$	$x_i$	$y_{i+1}$
0	0	1
1	0.1	1.01
2	0.2	1.029
3	0.3	1.0561
4	0.4	1.09049
5	0.5	1.131441
6	0.6	1.1782969
7	0.7	1.23046721
8	0.8	1.287420489
9	0.9	1.34867844

$i$	$x_i$	$y_{i+1}$
0	0	1
1	0.1	1.01
2	0.2	1.029
3	0.3	1.016100
4	0.4	1.90490
5	0.5	1.131441
6	0.6	1.178297
7	0.7	1.23046721
8	0.8	1.287420489
9	0.9	1.348578

$i$	$x_i$	$y_{i+1}$	$z_{i+1}$	$E =  y_{i+1} - z_{i+1} $
0	0	1	1	0
1	0.1	1.01	1.004837418	0.005162582
2	0.2	1.029	1.018730753	0.0102699247
3	0.3	1.0561	1.040818221	0.015281779
4	0.4	1.09049	1.070320046	0.020169954
5	0.5	1.131441	1.10653066	0.02491034
6	0.6	1.1782969	1.148811636	0.029485264
7	0.7	1.23046721	1.196585304	0.033881906
8	0.8	1.287420489	1.249328964	0.038091525
9	0.9	1.34867844	1.30656966	0.04210878

$$w_i = y(x_i)$$

السطر السابع من مبرهنة (3):  $w_i = y(t_i)$  العلاقة (5):

$$E'(h) = \left( \frac{M}{2} - \frac{\delta}{h^2} \right)$$

$$E'(h) = \left( \frac{M}{2} + \frac{\delta}{h^2} \right)$$

$$\tau_{i+1}(h) = \frac{1}{h} (y(x_{i+1}) - w_{i+1})$$

أسفل الصفحة: علاقة القطع الموضوعي لأولى عناصر الخطوة  $i$ :

$$\tau_{i+1}(h) = \frac{1}{h} (y(t_{i+1}) - w_{i+1})$$

$$y(x_{i+1}) = y(x_i) + \dots + \frac{h^M}{M!} y^{(M)}(\xi, y(\xi_i))$$

$$y(x_{i+1}) = y(x_i) + \dots + \frac{h^n}{n!} y^{(n)}(\xi, y(\xi_i))$$

علاقة المتشور:

$$y(x_{i+1}) = y(x_i) + \dots + \frac{h^{M-1}}{M!} f^{(M-1)}(\xi, y(\xi_i))$$

$$y(x_{i+1}) = y(x_i) + \dots + \frac{h^M}{M!} f^{(M-1)}(\xi, y(\xi_i))$$

$$y_{i+1} = y_i + h \cdot T^{(k)}(x_i, y_i)$$

$$y_{i+1} = y_i + h \cdot T^{(n)}(x_i, y_i)$$

$$T^{(k)}(x_i, y_i) = f(x_i, y_i) + \frac{h}{2} f'(x_i, y_i) + \dots + \frac{h^{M-1}}{M!} f^{(M-1)}(x_i, y_i)$$

$$T^{(n)}(x_i, y_i) = f(x_i, y_i) + \frac{h}{2} f'(x_i, y_i) + \dots + \frac{h^{n-1}}{n!} f^{(n-1)}(x_i, y_i)$$

$$h^3 = 0.001$$

نضع في نص السؤال: علماً أن  $M = 10$

178

السطر الأول:  $h^3 = 0.01$

180

الجدول الصحيح هو:

180

$x_n$	Taylor methods of order 2	Taylor methods of order 4
0	1	1
0.1	1.005	1
0.2	1.019025	1.0048375
0.3	1.041217625	1.018730901
0.4	1.070801951	1.050334672
0.5	1.107075766	1.088447199
0.6	1.149403568	1.132449092
0.7	1.197210229	1.181779905
0.8	1.249975257	1.235932525
0.9	1.307227608	1.294448096
		1.356911429

في العلاقات  $k_1$  وحتى  $k_4$  نبدل  $x_0, y_0 + x_n, y_n$  أيضاً:

189

$$k_3 = 0.00475$$

$$k_4 = 0.009525$$

$$k_3 = 0.009525$$

$$k_4 = 0.00525$$

$$k_3 = 0.06665625$$

ونعدها في عبارة  $y_1$  أيضاً.

مثال (10):

190

$$k_3 = 0.6665625$$

+

191

والجدول: في قيم  $y$  من الحل التقني:

$$\bar{y}(0.1) = 1.066524253$$

$$\bar{y}(0.2) = 1.167221935$$

$$\bar{y}(0.4) = 1.478235856$$

$$\bar{y}(0.1) = 1.06665242486$$

$$\bar{y}(0.2) = 1.16722193718$$

$$\bar{y}(1.4) = 1.47823585939$$

عدد الخطوات (المرتبة)	صيغة طريقة آدامس - باشفورت
خطوة واحدة (مرتبة أولى)	$y_{i+1} = y_i + h \cdot f(x_i, y_i)$
خطوتان (مرتبة ثانية)	$y_{i+2} = y_{i+1} + \frac{h}{2} [3f(x_{i+1}, y_{i+1}) - f(x_i, y_i)]$
ثلاث خطوات (مرتبة ثالثة)	$y_{i+3} = y_{i+2} + \frac{h}{12} [23f(x_{i+2}, y_{i+2}) - 16f(x_{i+1}, y_{i+1}) + 5f(x_i, y_i)]$
أربع خطوات (مرتبة رابعة)	$y_{i+4} = y_{i+3} + \frac{h}{24} [55f(x_{i+3}, y_{i+3}) - 59f(x_{i+2}, y_{i+2}) + 37f(x_{i+1}, y_{i+1}) - 9f(x_i, y_i)]$

عدد الخطوات (المرتبة)	صيغة طريقة آدامس - مولتون
خطوة واحدة (مرتبة أولى)	$y_{i+1} = y_i + h \cdot f(x_{i+1}, y_{i+1})$
خطوتان (مرتبة ثانية)	$y_{i+2} = y_{i+1} + \frac{h}{2} [f(x_{i+2}, y_{i+2}) - f(x_{i+1}, y_{i+1})]$
ثلاث خطوات (مرتبة ثالثة)	$y_{i+3} = y_{i+2} + \frac{h}{12} [5f(x_{i+3}, y_{i+3}) + 8f(x_{i+2}, y_{i+2}) - 5f(x_{i+1}, y_{i+1})]$
أربع خطوات (مرتبة رابعة)	$y_{i+4} = y_{i+3} + \frac{h}{24} [9f(x_{i+4}, y_{i+4}) + 19f(x_{i+3}, y_{i+3}) - 5f(x_{i+2}, y_{i+2}) + f(x_{i+1}, y_{i+1})]$

انتهى الجدول.