

البنية الجبرية - المجموعات والمصفوفات - العناصر الأساسية (المجموعة)  
التطبيقات الخطية

مقدمة في البنية الجبرية

سنعرف في هذا الفصل عن مفاهيم أساسية سنتطلبها دراسة  
أخر الخطية

تعريف : الجداء الديكارتي لتكمن  $A, B$  مجموعتين غير خاليتين  
يعرف الجداء الديكارتي ويرمز له  $A \times B$  بأنه المجموعة :

$$A \times B = \{ (x, y) : x \in A, y \in B \}$$

ويمكن تعميم الجداء الديكارتي لمجموعتين الكعدد منته من المجموعة

ماذا كانت  $A_1, A_2, \dots, A_n$  مجموعات غير خالية عددها  $n$  طائفة

نرمز الجداء الديكارتي لهذه المجموعات  $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$  بالرمز

$$\prod_{i=1}^n A_i \text{ ونغرض كما يلي :}$$

$$\prod_{i=1}^n A_i = \{ (x_1, x_2, \dots, x_n) \text{ و } x_i \in A_i, i=1, 2, \dots, n \}$$

ملاحظة :

نقول عن العنصرين  $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$  و

$$b = (b_1, b_2, \dots, b_n)$$

من الجداء الديكارتي  $\prod_{i=1}^n A_i$  انهما متساويان اذا وفقط

اذا كان  $a_i = b_i$  حيث  $i = 1, 2, \dots, n$

$$a = b \Leftrightarrow \begin{cases} a_i = b_i \\ \text{من أجل كل} \\ i = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

Subject :

1 / 1

تعريف: لتكن  $A, B$  مجموعتين غير خاليتين وليكن  $G$

مجموعة جزئية من جداء ديكارتية  $A \times B$  عندها:

1- نقول عن المجموعة  $G$  أنها بيان في المجموعة  $A \times B$ .

2- إذا كان  $G \subseteq A \times B$  بياناً وكان  $(a, b) \in G$  طناً نقول

أن العنصر  $a$  يرتبط بالعنصر  $b$  وصفت البيان  $G$ .

3- إذا كان  $G$  بياناً في  $A \times B$  طناً نقول عن الثلاثية

$(A, B, G)$  أنها علاقة ثنائية بين عناصر من المجموعة  $A$  و

عناصر من المجموعة  $B$  و نرمز لها بالرمز  $f(A, B, G)$ .

أيضاً

إذا كان  $a \in A$  و  $b \in B$  طناً نقول أن العنصر  $a$  يرتبط

بالعنصر  $b$  وصفت العلاقة  $f$ .

و نرمز لذلك بالرمز  $a f b$  عندما  $(a, b) \in G$ .

أيضاً

$$a f b \iff (a, b) \in G$$

اذاً: العلاقة الثنائية  $f(A, B, G)$  لها ثلاثة مكونات

المجموعة  $A$ : هي منطلقات العلاقة  $f$ .

المجموعة  $B$ : هي مستقر العلاقة  $f$ .

المجموعة  $G$ : هي بيان العلاقة  $f$ .

ملاحظة:

نقول عن العلاقتين الثنائيتين  $f_1(A_1, B_1, G_1)$  و  $f_2(A_2, B_2, G_2)$

أنهما متساويتان إذا كان لهما المنطلقات نفسه والمستقر نفسه

والبيان نفسه.

الرمز  $f$  تعني

المجموعة الجزئية

$$f_1 = f_2 \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 = A_2 \\ B_1 = B_2 \\ G_1 = G_2 \end{cases}$$

### امثال د ا

تكن  $A = \{2, 5, 9\}$  و  $B = \{a, b\}$  عندئذ

الجداء الديكارتي للمجموعتين  $A$  و  $B$  هو المجموعة

$$A \times B = \{(2, a), (2, b), (5, a), (5, b), (9, a), (9, b)\}$$

### ملاحظة

يمكن أيضاً تشكيل الجداء الديكارتي  $B \times A$  (أوضح ذلك)

2- إذا كانت المجموعة  $G$  هي  $G = \{(2, b), (5, b), (9, a)\}$

فان  $G$  تشكل بياناً في  $A \times B$  لأن  $G \subseteq A \times B$

3- التنايشة  $(2, b)$  تعني أن العنصر  $b \in B$  يرتبط بالعنصر  $2 \in A$

بالعلاقة التنايشة  $(A, B, G)$

4- هل تشكل  $G_1 = \{(2, a), (2, b), (a, 5)\}$  بياناً في  $A \times B$ ؟

الجواب: لا لأن  $(a, 5) \notin A \times B$  وبالتالي  $G_1$  ليست مجموعة جزئية

من  $A \times B$ .

**التطبيقات:** ستطرق لتعريف التطبيقات وبعض التطبيقات

الخاصة التي لها في دراسة البرمجة الخطية.

تعريف: (التطبيق):

إذا كانت  $f(A, B, G)$  علاقة تنايشة عندئذ نقول إن العلاقة

تطبيق إذا و فقط كان لكل عنصر من  $A$  ما يلزمه في  $B$ .

نرمز للتطبيق بالآتي:  $f: A \rightarrow B$

$$x \mapsto y = f(x)$$

كل عنصر  $x$  من  $A$  يمتد به  $y$  من  $B$  ( $f(x)$  صورة  $x$ )

\* نرسم العلاقة :  $y = f(x)$  من أجل كل  $x \in A$  بقاعدة الرية التطبيقية  $f$

\* لكل تطبيق منطقتين ومجموعة واحدة ربط

\* نعرف بيان التطبيق  $f$  بأنه المجموعة :

$$G : \{ (x, y) : (x, y) \in A \times B, y = f(x) \}$$

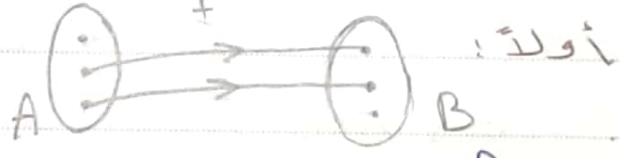
\* الشرط الذي يجب أن تلحقه العلاقة  $f(A, B, G)$  لتكون تطبيقاً هو :

$$\forall x_1, x_2 \in A : [x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)]$$

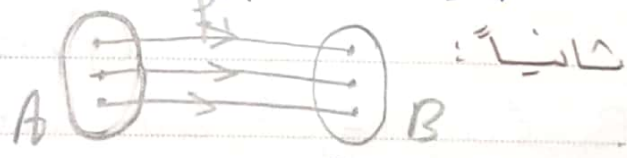
**مثال 1**

لتكن العلاقات التالية ممثلة بيانياً على شكل المخطط ، استنتج

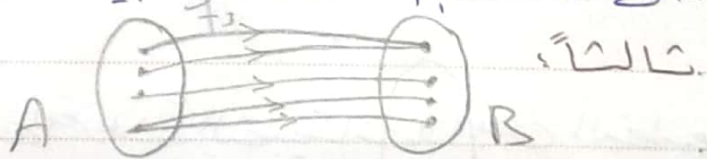
من هذه العلاقات أي شكل تطبيقاً :



ان  $f$  ليست تطبيقاً لأن في  $A$  عنصر لا يربط بأي من عناصر  $B$



ان العلاقة  $f$  تشكل تطبيقاً لأن كل عنصر من  $A$  يرتبط بعنصر من  $B$



ان العلاقة  $f$  تشكل تطبيقاً لأنه يوجد عنصر في  $A$  يرتبط بعنصرين

نظرية  $A$  و  $B$   
 هي العناصر من  $B$   
 يمكن أن يكون  
 من  $B$  عنصرين  
 والعكس صحيح

انتصت المحاضرة  
 أعداد الطلاب : رجاء + بيان + لؤي