♥ Java ♥

المحاضرة السادسة — الاثنين — 16/10/2017

## التحليل التقاربي

تعريف: نقول عن التابع $f(n)$ أنه مُسيطر عليه من قبل التابع $g(n)$. أو التابع $f$ مهمل تقاربياً أمام التابع $g$ إذا تحقق:

$$\frac{f}{g} \xrightarrow[n \to \infty]{} 0$$

ونرمز لذلك بـ $f = O(g)$

$f(n) = O(g(n))$

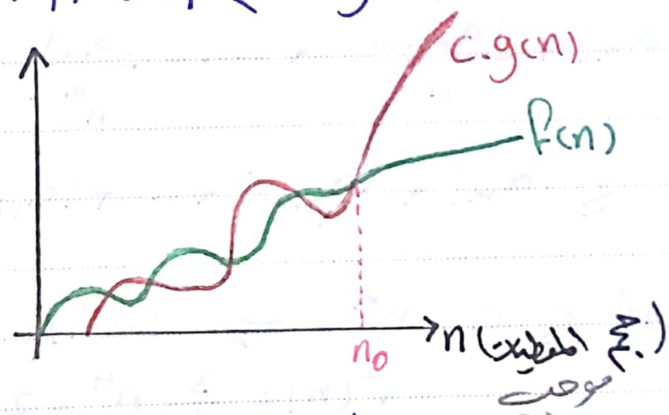
O كبيرة (بيغ أو)

{ فعندما يكبر الـ $f$ لن يتجاوز الـ $g$ كأن الـ $g$ هو حد أعلى لـ $f$ }

تعرف بشكل آخر:

$$\exists c > 0, \forall n > n_0 : |f(n)| \leq c.g(n)$$

اعتباراً من قيمة معينة لـ $n$ ولتكن $n_0$ فإن الخط البياني لـ $g$ هو أكبر من الخط البياني لـ $f$




ملاحظات: * الحد الأعلى يعطيني فكرة بتكلفة الخوارزمية أي أنه مهما كان حجم معطيات الخوارزمية فإن كلفتها لن تتجاوز الحد الأعلى هذا.

* أستطيع تعريف حد أدنى بنفس الطريقة ويعني مهما قلّت تكلفة الخوارزمية لن تكون أقل من هذا الحد الأدنى.

* نستطيع تعريف تكافؤ تابعين بإيجاد ثابتين $c_1, c_2$ بحيث

$$c_2 g(n) \leq |f(n)| \leq c_1 . g(n)$$

* كل مشكلة لها أكثر من طريقة في الحل وكل طريقة هي خوارزمية بحد ذاتها ومهمتنا اختيار الخوارزمية الأفضل والأفضل يعني الأقل تكلفة زمن وذاكرة

* سلوك الخوارزمية نعبر عنه بـ $T(n)$ ع.ت الكلفة عندما يزيد حجم المعطيات كيف يكون تزايد الـ $T(n)$ هل هو ثابت أم خطي أم تربيعي أم تكعيبي أم أسي أم لوغاريتمي أم ...

مقارنة الخوارزميات:

أفضل الخوارزميات هي التي تحقق كلفتها من الشكل $O(1)$ نعبر عن كلفة الخوارزمية الثابتة بـ $O(1)$

$$O(1) \subseteq O(\log n) \subseteq O(n) \subseteq O(n\log n) \subseteq (n^2) \subseteq O(c^n) \subseteq (n!)$$

$O(1)$ أحسن من $O(\log n)$
أي أقل تكلفة

مثال: اثبت أنه إذا كان:

$$f(n) = a_m n^m + a_{m-1} n^{m-1} + \dots + a_1 n^1 + a_0$$

فإن: $f(n) = O(n^m)$

الحل: $|a_m n^m + a_{m-1} a^{m-1} + \dots + a_1 n^1 + a_0| \leq |a_m n^m| + |a_{m-1} a^{m-1}| + \dots + |a_1 n| + |a_0|$

$$\leq |a_m| n^m + |a_{m-1}| n^{m-1} + \dots + |a_1| n + |a_0|$$

$$\frac{|f(n)|}{n^m} \leq |a_m| + \frac{|a_{m-1}|}{n} + \dots + \frac{|a_1|}{n^{m-1}} + \frac{|a_0|}{n^m}$$

$$\frac{|f(n)|}{n^m} \leq \underbrace{|a_m| + |a_{m-1}| + \dots + |a_1| + |a_0|}_{c}$$

$$|f(n)| \leq c \cdot n^m \Rightarrow f(n) = O(n^m)$$

$$T(n) = \frac{3}{4} n^4 + 2n = O(n^4)$$ *

$$O(c \cdot f) = c \cdot O(f)$$ *

$$O(f+g) = O(\max\{f, g\}) = O(f) + O(g) = \max(O(f), O(g))$$ *

انتهت المحاضرة