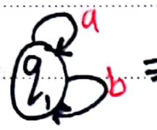
الاتومات واللغات الصورية

المحاضرة الخامسة — الثلاثاء 24/10/2017

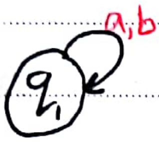
$L(a^* b c^*) = \{b, ab, bc, abc, aabc, aaabcccc, \ldots\}$

السلاسل التي تولدها اللغة لهذا التعبير المنتظم هي b, ab, bc و أي تعاقب لـ a متبوع بـ b واحدة فقط متبوعة بأي تعاقب لـ c .

$\equiv a^*$



$\equiv$

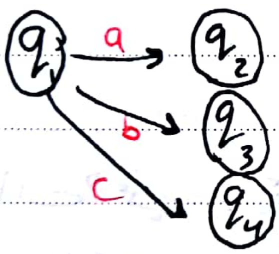


$\equiv (a+b)^*$

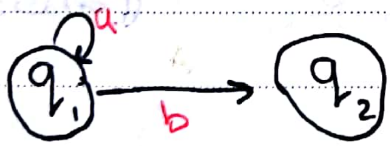
$\equiv a$

$\equiv a+b$

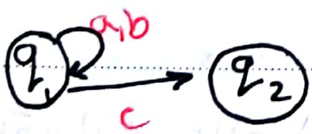
??



$\equiv a+b+c$



$\equiv a^*.b$



$\equiv (a+b)^*.c$

Deterministic Finite Automata (DFA) : الاتومات المنتهي الحتمي

يعرف الاتومات المنتهي الحتمي بالخماسية $M=(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

حيث: Q مجموعة منتهية من الحالات للاتومات وغير خالية

Σ أبجدية الدخل

q_0 الحالة الابتدائية وهي وحيدة دوماً وتكون $q_0 \in Q$

F هي مجموعة الحالات النهائية وتكون محتواة في Q أي $F \subseteq Q$

δ هو تابع الانتقال ويعرف بالشكل :

$$\delta : Q \times \Sigma \longrightarrow Q$$

$$\delta(q,a)=q' \quad : q,q' \in Q \ , \ a \in \Sigma$$

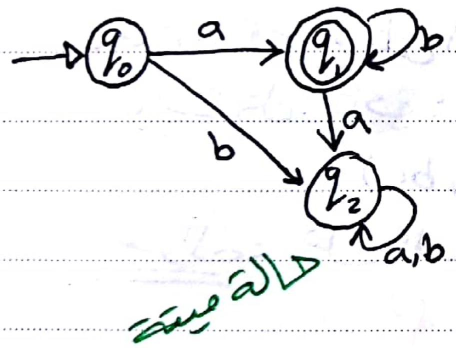
حيث أن q' هي الحالة من الاتومات التي ينتقل إليها عندما يكون في الحالة q ويقرأ رمز الدخل a.

معنى الحتمية: في الاتومات المنتهي الحتمي من أجل كل حالة وكل رمز من رموز الأبجدية توجد قيمة وحيدة لتابع الانتقال.

* يمكن تمثيل الاتومات المنتهي الحتمي ببيان موجه عقده عبارة عن حالات الاتومات المنتهية وعند وجود انتقال من حالة إلى أخرى فإننا نمثل ذلك بسهم موجه مرفق بالرمز الذي سبب الانتقال.

* يتم تمييز الحالة الابتدائية بوضع سهم عندها ويتم تمييز الحالات النهائية بوضعها ضمن دائرتين.

مثال: ليكن لدينا الاتومات الحتمي المنتهي التالي M :



$Q=\{q_0,q_1,q_2\}$, $q_0=q_0$, $F=\{q_1\}$

$\Sigma=\{a,b\}$

تشكيل δ :

δ	a	b
q_0	q_1	q_2
q_1	q_2	q_1
q_2	q_2	q_2

أو بالشكل :

$\delta(q_0,a)=q_1$, $\delta(q_0,b)=q_2$, $\delta(q_1,a)=q_2$, $\delta(q_1,b)=q_1$

$\delta(q_2,a)=q_2$, $\delta(q_2,b)=q_2$

ملاحظة: في الاتومات المنتهي الحتمي فإنه من أجل كل حالة من أجل كل رمز من رموز الأبجدية لدينا انتقال إلى حالة واحدة فقط أي كل حالة من الحالات يخرج منها أسهم بعدد رموز الأبجدية.

* التعبير المنتظم للاتومات السابق هو ab^* أي $L(M)=L(ab^*)$

ملاحظة هامة: يجب في أي اتومات مهما كان نوعه السلسلة التي تنتمي إلى اللغة التي يولدها أن تبدأ من الحالة الابتدائية وتنتهي عند حالة نهائية بغض النظر عن الانتقالات بينهما.

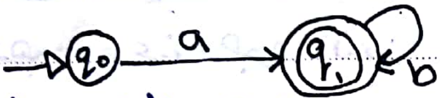
بالعودة للمثال السابق فإن $abba \notin L(M)$ وكذلك $aab \notin L(M)$
$aaaaba \notin L(M)$, $abbb \in L(M)$, $abbba \notin L(M)$

الحالة الميتة: هي الحالة التي لا يوجد طريق منها إلى الحالة النهائية.

في المثال السابق:

* نلاحظ أن q_2 هي حالة ميتة حيث تستخدم الحالة الميتة لجعل الاتومات حتمي و الحالة الميتة هي الحالة التي لا يمكن الانتقال منها إلى أحد الحالات النهائية.

* لو تخلصنا من الحالة q_2 والأسهم التي تصل إليها فإن الاتومات يتحول من منتهي حتمي إلى منتهي لا حتمي ويصبح هكذا:



- نقول عن سلسلة ما أنها مقبولة في الاتومات المنتهي الحتمي إذا وصل الاتومات إلى حالة نهائية بعد قراءة السلسلة بأكملها حيث تبدأ القراءة من الحالة الابتدائية

ملاحظة: ليس من الضروري أن لا تكون الحالة الابتدائية هي حالة نهائية أي قد تكون الحالة الابتدائية حالة نهائية أيضاً.

- يمكن توسيع تابع الانتقال δ ليتعامل مع حالة وسلسلة من رموز الدخل بالشكل التالي:

$$\delta : Q \times \Sigma^* \longrightarrow Q$$

$$\delta(q, abc) = \delta(\delta(q, a), bc)$$

سؤال: هل السلسلة $abbb$ تتولد من الاتومات M «السابق»

* طريقة أولى: نكتب q_0 ونقرأ الرمز الأول من السلسلة ونرى إلى أي حالة نصل ثم نقرأ الرمز الثاني ونرى الحالة التي نصل لها وهكذا نتابع حتى نهاية السلسلة فإذا انتهينا بحالة نهائية فإن السلسلة تتولد من الاتومات أما إذا انتهينا إلى حالة ليست نهائية فإن السلسلة لا تتولد من الاتومات

$$q_0 \xrightarrow{a} q_1 \xrightarrow{b} q_1 \xrightarrow{b} q_1 \xrightarrow{b} q_1$$

ابتدأنا بالحالة الابتدائية — انتهينا بحالة نهائية

q_1 حالة نهائية فإن السلسلة $abbb$ تتولد من الاتومات M

* طريقة ثانية: $\delta(q_0, abbb) = \delta(\delta(q_0, a), bbb) = \delta(q_1, bbb)$
$= \delta(\delta(q_1, b), bb) = \delta(q_1, bb) = \delta(\delta(q_1, b), b) = \delta(q_1, b) = q_1$

حالة نهائية فالسلسلة $abbb$ تتولد من الاتومات M.

* هل السلسلة aaa تتولد من الاوتومات M .

$q_0 \xrightarrow{a} q_1 \xrightarrow{a} q_2 \xrightarrow{a} q_2$

q_2 ليست حالة نهائية وبالتالي السلسلة aaa لا تتولد من الاوتومات M.

* هل السلسلة bab تتولد من الاوتومات M

$q_0 \xrightarrow{b} q_2 \xrightarrow{a} q_2 \xrightarrow{b} q_2$

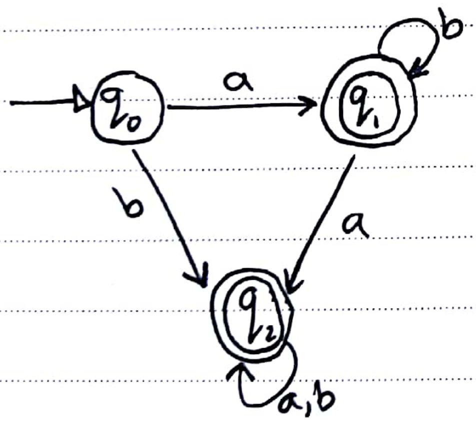
q_2 ليست حالة نهائية وبالتالي السلسلة bab لا تتولد من الاوتومات M.

التعبير المنتظم للاوتومات M هو ab^*

* التعبير المنتظم لايميل الكتروني :

$$[a-z]^+[[0-9]+[a-z]]^* @ [a-z]^+ . [\underbrace{[a-z][a-z]}_{\text{حرفين}} \text{ أو } + \underbrace{[a-z][a-z][a-z]}_{\text{ثلاثة محارف}}]$$

مثال : ليكن الاوتومات



التعبير المنتظم هو:

$$ab^* + ab^*a(a+b)^* + b(a+b)^*$$

نستطيع كتابته بشكل آخر :

$$ab^* + (ab^*a+b)(a+b)^*$$

انتهت المحاضرة

دواؤك فيك وما تبصر
وداؤك منك وما تشعر
وتحسب أنك جرم صغير
وفيك انطوى العالم الأكبر
الإمام علي