

تكملة بتعريف ومصطلحات

ACR  $\sup$  : العنصر الأعلى

$\sup(A) = b \in R$  ① هو أعلى

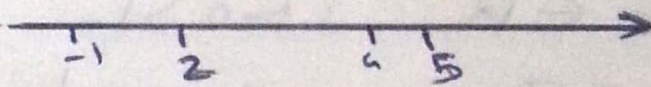
② أصغر هذه الحدود (أصغر)

①  $\forall x \in A \Rightarrow x < b$

②  $\forall \epsilon > 0, \exists x \in A : x > b - \epsilon$

عدد موجب

$]2, 5[$



$\epsilon = 6$

$5 - 6 = -1$

$\exists x \in A : x > -1$

$\epsilon = 1$

$5 - 1 = 4$

$\exists x \in A : x > 4$

ACR

⑩ العنصر الأدنى

$\inf(A) = a \in R$

① هو أدنى

② أكبر هذه الحدود (أكبر)

①  $\forall x \in A \Rightarrow x \geq a$

②  $\forall \epsilon > 0, \exists x \in A : x < a + \epsilon$

خاصية أرغيد (11)

$$\forall x > 0 \} \Rightarrow \exists n \in \mathbb{N} : n \cdot x > y$$

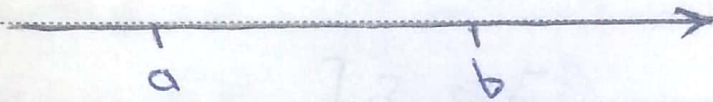
$$\forall y \in \mathbb{R}$$

مثال

$$x = \frac{1}{10} \} \Rightarrow \exists n \in \mathbb{N} : n \cdot \frac{1}{10} > 1000$$

$$y = 100$$

خاصية الفرقية «الواضحة» (12)



$$\forall a, b \in \mathbb{R} : b - a > 1$$

$$\exists m \in \mathbb{Z} : a < m < b$$



$$a = 2$$

$$b - 2 > 1$$

$$b > 3$$

خاصية الكثافة (13)

$$\forall a, b \in \mathbb{R} : a < b$$

$$\Rightarrow \exists q \in \mathbb{Q} : a < q < b$$

مثال

البرهان:

$$a < b \Rightarrow b - a > 0 \quad \left. \begin{array}{l} \text{الفرق} \\ \in \mathbb{R} \end{array} \right\} \Rightarrow n(b-a) > 1$$

$$nb - na > 1$$

الفرقة  $\exists m \in \mathbb{Z} : na < m < nb$

$$a < \frac{m}{n} < b$$

$$\exists q \in \mathbb{Q} : q = \frac{m}{n} \quad a < q < b$$

(14) د. ثنائي الخ (نوتن)

$$(x+y)^n = n^n + n x^{n-1} y^1 + \frac{n(n-1)}{2!} x^{n-2} y^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} x^{n-3} y^3 + \dots + \frac{n(n-1)\dots(n-(k-1))}{k!} x^{n-k} y^k + \dots + y^n$$

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$$

من ثنائي نوتن  
(لا ملامح)

~~...~~

~~...~~

(15) المجموع الهندسي من أجل n

$$a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} = a \cdot \frac{1-r^n}{1-r}$$

اذا كانت a=1

$$1 + r + r^2 + \dots + r^{n-1} = \frac{1-r^n}{1-r}$$

$$(1-r)^n = (1-r)(1+r+r^2+\dots+r^{n-1})$$

$$1-r^2 = (1-r)(1+r)$$

$$1-r^3 = (1-r)(1+r+r^2)$$

مثال