الهندسة التحليلية :

$A : \{1, 2, 3\}$
$B : \{6, 7\}$
$\rightarrow A \times B = \{(1,6), (1,7), (2,6), (2,7), (3,6), (3,7)\}$

الجداء الديكارتي $A \times B = \{(a,b) : a \in A, b \in B, b \neq 0\}$

في المستوي ← تعيين نقطة ديكارتية

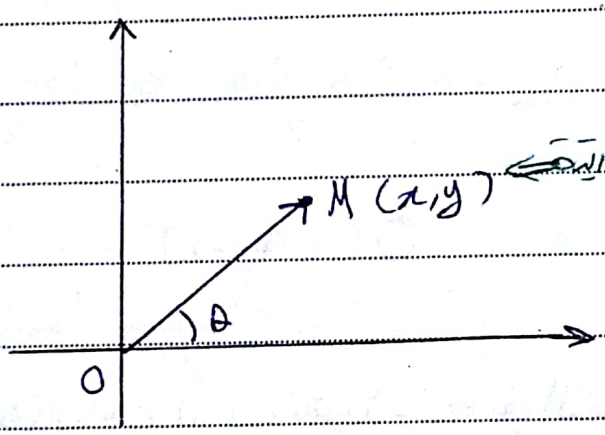
الاحداثيات القطبية

$R \times R =$

$r = OM = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\cos\theta = \frac{x}{r}$

$\sin\theta = \frac{y}{r}$



الاحداثيات الديكارتية

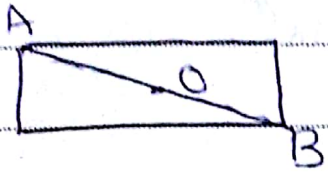
الاحداثيات القطبية ← $M(r, \theta)$

Scanned by CamScanner

تمارين:

تمرين (1): لدينا النقطتان $A(3,7)$ $B(11,-11)$

فإذا اعتبرناهما رأسين متقابلين في مستطيل فأحسب إحداثيات مركز المستطيل.



الحل:

$$x_O = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3+11}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{7-11}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$O\ (7,-2)$$

تمرين (2): برهن أن المثلث الذي تقوده في النقط $A(1,3)$ $B(3,6)$ $C(0,5)$ $D(-2,2)$ هو متوازي أضلاع.

الحل:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$AB = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

$$DC = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

$$\Rightarrow \boxed{AB = DC} \star$$

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{6-3}{3-1} = \frac{3}{2}$$

$$m_{DC} = \frac{5-2}{0+2} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow m_{AB} = m_{DC} \Rightarrow \boxed{AB \parallel DC} \star$$

بما أن $\star$ و $\star$ فإن الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع.

لإثبات أن رباعي متوازي أضلاع نثبت:
1) أن ضلعين متقابلين متوازيين ومتساويين
2) أن كل ضلعين متقابلين متساويين

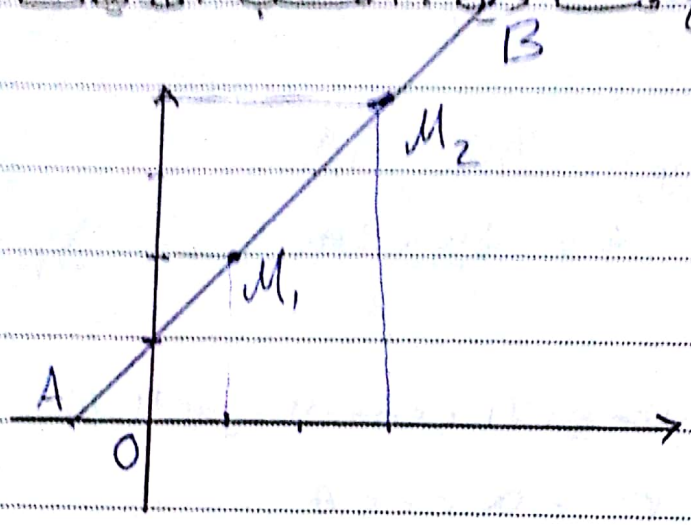
Scanned by CamScanner

تمرين (3)

قطعة مستقيمة AB منتصفها $M_1(1,2)$ و $M_2(3,4)$

أحسب إحداثيات النقطتين A,B

الحل:



M_1 هي منتصف AM_2 ، بالتالي:

$$x_{M_1} = \frac{x_A + x_{M_2}}{2}$$

$$1 = \frac{x_A + 3}{2} \Rightarrow 2 = x_A + 3$$

$$x_A = -1$$

$$y_{M_1} = \frac{y_A + y_{M_2}}{2}$$

$$2 = \frac{y_A + 4}{2} \Rightarrow 4 = y_A + 4$$

$$y_A = 0$$

$$A(-1,0)$$

Scanned by CamScanner

M_2 هي منتصف M_1B

$$x_{M_2} = \frac{x_B + x_{M_1}}{2}$$

$$3 = \frac{x_B + 1}{2} \Rightarrow x_B = 5$$

$$y_{M_2} = \frac{y_B + y_{M_1}}{2}$$

$$4 = \frac{y_B + 2}{2} \Rightarrow y_B = 6$$

تمرين (4) ما هو المنحنى المستوي الذي معادلته في الإحداثيات القطبية،

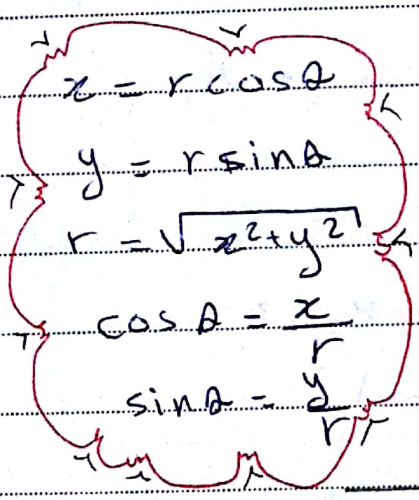
$$r = a\cos\theta$$

الحل: نضرب طرفي المعادلة بـ r

$$r^2 = ar\cos\theta$$

$$x^2 + y^2 = ax$$

هي معادلة دائرة مركزها نقطة الأصل.



تمرين (5) ما هي المعادلة الديكارتية للمنحنى المستوي الذي معادلته بالإحداثيات القطبية هي $r = \frac{3}{2+3\sin\theta}$

$$2r + 3r\sin\theta = 3$$

$$2r - 3 + 3y = 0$$

$$2r = 3 - 3y$$

$$4r^2 = (3-3y)^2$$ تربيع الطرفين

Scanned by CamScanner

$$4(x^2+y^2) = (3-3y)^2$$

$$4x^2+4y^2 = 9-18y+9y^2$$

$$4x^2-5y^2+18y-9=0$$

تمرين (6) ما هي المعادلة القطبية للمنحنيات التالية

$$(x^2+y^2)^2 = 2a^2xy \quad \text{P}$$

الحل:

$$r^4 = 2a^2 r\cos\theta \cdot r\sin\theta$$

$$r^2=0 \quad \text{أو}$$

$$r^2 = a^2\sin 2\theta$$

وهي معادلة منحنى مرّ بالنقطة الأصل

$$\sin 2\theta = 2\cos\theta\sin\theta$$

$$y^2 = \frac{x^3}{2a-x} \quad \text{ب}$$

الحل:

$$2ay^2 = xy^2 = x^3$$

$$2ar^2\sin^2\theta - r\cos\theta\, r^2\sin^2\theta = r^3\cos^3\theta$$

$$2ar^2\sin^2\theta - r^3\cos\theta\sin^2\theta - r^3\cos^3\theta = 0$$

$$r^2(2a\sin^2\theta - r\cos\theta\sin^2\theta - r\cos^3\theta) = 0$$

$$r^2(2a\sin^2\theta - r\cos\theta(\sin^2\theta+\cos^2\theta)) = 0$$

$$r^2(2a\sin^2\theta - r\cos\theta) = 0$$

$$r^2=0 \quad \text{أو}$$

$$2a\sin^2\theta - r\cos\theta = 0 \quad \text{أو}$$

$$2a\sin\theta\tan\theta - r = 0 \Rightarrow r = 2a\sin\theta\tan\theta.$$

Inour

إعداد: بيان الملاوي - لؤي الدمني

Scanned by CamScanner