المحاضرة (3) تعريف المستوي وطرق تعيينه

* المستوي: يعرف المستوي بأنه سطح غير محدود إذا اشترك معه المستقيم بأكثر من نقطة فإنه ينطبق عليه.

* تعيين المستوي: يعين المستوي بإحدى الحالات التالية:

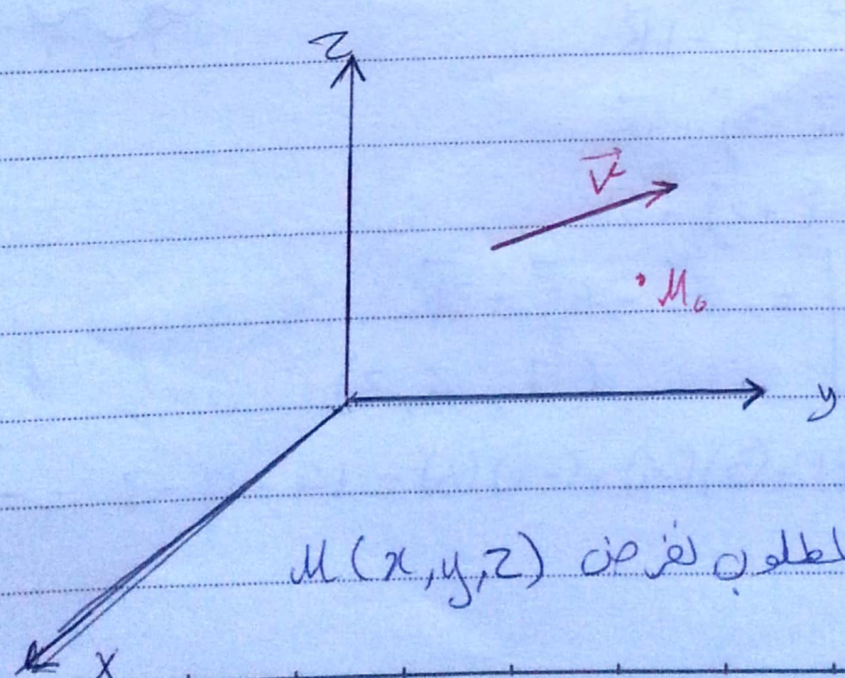
1. مستقيمين متقاطعين.
2. مستقيمين متوازيين
3. ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة.

* تعيين المستقيم: يتعين بطريقة واحدة بمعرفة نقطة منه ومستقيم يعامده وذلك اعتماداً على النظرية التالية:

«من نقطة خارج المستقيم أو واقعة عليه يمر مستوٍ وحيد هذا المستوي يعامد هذا المستقيم»

وسنستخدم هذه النظرية كنظرية أساسية لإيجاد معادلة المستوي

* معادلة مستوي يمر من نقطة معلومة ويعامد منحى معلوم



نفرض أن $M_0(x_0, y_0, z_0)$ هي النقطة المعلومة و $\vec{v}(p, q, r)$ هو المنحى المعلوم.

لإيجاد معادلة المستوي المطلوب نفرض $M(x, y, z)$

نقطة متحولة في المستوي المطلوب عندئذ وتجمع اوضاع M .

$\vec{v} \perp \overrightarrow{M_0M}$

أوجد مركبات المتجه $\overrightarrow{M_0M}$

$\overrightarrow{M_0M}\,(x-x_0,\; y-y_0,\; z-z_0)$

$$\overrightarrow{M_0M} = (x-x_0)\vec{i} + (y-y_0)\vec{j} + (z-z_0)\vec{k}$$

$$\vec{v} = p\vec{i} + q\vec{j} + r\vec{k}$$

$$\vec{v} \perp \overrightarrow{M_0M} \iff \vec{v}\cdot\overrightarrow{M_0M} = 0$$

$$p(x-x_0) + q(y-y_0) + r(z-z_0) = 0$$

$$px - px_0 + qy - qy_0 + rz - rz_0 = 0$$

$$px + qy + rz \underbrace{- (px_0 + qy_0 + rz_0)}_{h} = 0$$

$$px + qy + rz + h = 0$$

$$Q(x,y,z) \equiv px + qy + rz + h = 0$$

* مستويات خاصة:

$\boxed{1}$ إذا كان $h=0$ $\xleftarrow{\text{المعادلة}}$ $px + qy + rz = 0$

معادلة مستوي يمر من مبدأ الاحداثيات.

$\boxed{2}$ إذا كان $r=0$ $\Longleftarrow$ $px + qy + h = 0$

معادلة مستوي يوازي المحور oz

مناظمه يعامد oz

$\boxed{3}$ إذا كان $q=0$ $\Leftarrow$ $px+rz+h=0$

* معادلة مستوي يوازي المحور oy

وناظمه يعامد oy

$\boxed{4}$ إذا كان $p=0$ $\Leftarrow$ $qy+rz+h=0$

معادلة مستوي يوازي المحور ox

وناظمه يعامد المحور ox

$\boxed{5}$ إذا كان $q=r=0$ $\Leftarrow$ $px+h=0$

معادلة مستوي يوازي المستوي zoy

$\boxed{6}$ إذا كان $p=q=0$ $\Leftarrow$ $rz+h=0$

معادلة مستوي يوازي المستوي xoy

$\boxed{7}$ إذا كان ~~$q=0$~~ $p=r=0$ $\Leftarrow$ $qy+h=0$

معادلة مستوي يوازي المستوي zox

$\boxed{8}$ في الحالات $\boxed{5}+\boxed{6}+\boxed{7}$ إذا كانت أيضاً $h=0$ نحصل على المستويات الاحداثية zoy و xoy و zox على الترتيب.

♥ ناظم المستوي: $\vec{N}(p,q,r)$

$$|\vec{N}|=\sqrt{p^2+q^2+r^2}$$

♥ المعادلة الناظمة للمستوي:

$$\frac{p}{|\vec{N}|}x+\frac{q}{|\vec{N}|}y+\frac{r}{|\vec{N}|}z+\frac{h}{|\vec{N}|}=0$$

ملاحظة:

الزاوية بين مستويين هي الزاوية بين ناظمي المستويين

لإيجاد هذه الزاوية نقوم بإيجاد $\cos\theta$ حيث θ هي الزاوية بين الناظمين

$$\cos\theta = \frac{\vec{N_1} \cdot \vec{N_2}}{|\vec{N_1}| \cdot |\vec{N_2}|}$$

دائماً الزاوية بين مستقيمين

هي الزاوية الأصغر قياساً

نقط تقاطع المستوي مع المحاور الإحداثية:

$\boxed{1}$ معادلة مستوي يقطع المحور ox عندئذ $y = z = 0$

$$\Longrightarrow x = -\frac{h}{p} \xrightarrow{\text{نقطة التقاطع}} \left(-\frac{h}{p}, 0, 0\right)$$

$\boxed{2}$ معادلة مستوي يقطع المحور oy عندئذ $x = z = 0$

$$\Longrightarrow y = -\frac{h}{q} \Longrightarrow \left(0, -\frac{h}{q}, 0\right)$$

$\boxed{3}$ معادلة مستوي يقطع المحور oz عندئذ $x = y = 0$

$$\Longrightarrow z = -\frac{h}{r} \quad \left(0, 0, -\frac{h}{r}\right)$$

★ معادلة مستوي يمر من نقطة معلومة ويوازي متجهين معلومين.

>> الجداء الخارجي لأي متجهين هو متجه يعامد مستوي المتجهين

إذاً ناظم المستوي المطلوب $\vec{N} = \vec{V_1} \wedge \vec{V_2}$

لتكن $M_0(x_0, y_0, z_0)$ هي النقطة المعلومة.

$\vec{V_1}(p_1, q_1, r_1)$

$\vec{V_2}(p_2, q_2, r_2)$ المتجهين المعلومين

نفرض $M(x, y, z)$ نقطة متحولة على المستوي المطلوب عندئذ:

ناظم المستوي يعطى بالعلاقة $\vec{N} = \vec{V_1} \wedge \vec{V_2}$

< رُدَّت المسألة إلى الحالة الأولى >

★... انتهت المحاضرة ... ★

إعداد: فريق syriamath / بيان + رزان + مصعب.