$]0,10[= \bigcup_{n\geq 1}]0, 10-\frac{1}{n}] \in \mathcal{C}_2$

هو اتحاد لعناصر من B_2 فهو مفتوح لـ $\mathcal{C}_2$

* $B_3 \overset{?}{=} \{[a,b[----$

$\mathcal{C}_1 \subseteq \mathcal{C}_3$

$B_1 \subseteq \mathcal{C}_3$

$]0,10[= \bigcup [0+\frac{1}{n}, 10[\in \tau_3$

تذكرات

$\bigcup]a,b-\frac{1}{n}[=]a,b[$

$\bigcup]a+\frac{1}{n}, b[=]a,b[$

$\mathcal{C}_{]a,b]}$

هل المجال $]0,1] \ni \mathcal{C}_2$ ؟ نعم

$\mathcal{C}_2 \ni]0,1]^c$ ؟ نعم

$]0,1]$ هي مجموعة مغلقة ومفتوحة بآن معاً

المحاضرة الرابعة

2017/10/13 خ

نتيجة من المبرهنة (1) صفحة 15:

إذا كان لدينا B من أجزاء $X=R$ وإذا كان A هو اتحاد عدود لعناصر من B وكان تقاطع عنصرين من B هو عنصر من B وشكلنا τ من B عندئذ فإن τ تبولوجيا على القاعدة B

$B = P(A)$

$A = \bigcup_{n=1}^{\infty} B_n \Rightarrow B_1 \cap B_2 \in R$

اتحاد عناصر من B $\quad \tau = \tau(B)$

ومثال على التبولوجيات العكسية

ليكن لدينا $X=R$

$B = \{]a, \infty[\,;\, a \in R \}$

$X = \bigcup_{n=1}^{\infty}]-n, \infty[$ (استطعنا كتابتها على شكل اتحاد لعناصر من B)

ـ لتكن لدينا $X = R$ $\quad B_1 = \{]a, b[\; ; \; a \leq b \}$

هل تحقق شروط المبرهنة الخطيرة (مبرهنة رقم (1) ص 15)

$X = R = \bigcup_{n=1}^{\infty}]-n, n[$ (1)

وتقاطع أي مجالين إما ϕ أو مجال منه وبالتالي تحقق الشروط نجد أن B_1 هي قاعدة لتبولوجيا τ_1.

إن $\tau_1 \subseteq \tau_2$.

$$]a\lambda, b\lambda[= \bigcup_{n=1}^{\infty}]a\lambda, b\lambda - \tfrac{1}{n}] \in \tau_2$$

ومنه فإن $\tau_1 \subseteq \tau_2$.

$$]\alpha, \beta[= \bigcup_{n=1}^{\infty} [\alpha + \tfrac{1}{n}, \beta[$$

$\tau_1 \subseteq \tau_4$

$$]\alpha, \infty[= \bigcup_{n=1}^{\infty}]\alpha, \alpha + n[\in \tau_1$$

ومنه $\tau_6 \subseteq \tau_2$.

$\tau_7 \overset{?}{\subseteq} \tau_4$ *

$$]-\infty, a[= \bigcup_{n=1}^{\infty}]a-n, a[\in \tau_1$$

$\tau_2 \not\subseteq \tau_3$

لأن

$$]0, 10] \not\in \tau_3$$

أن التبولوجيا الثامنة تكتب على شكل اجتماع عدود من عناصر كثيفة في B_8:

$]-\infty, a]$ $\quad]-\infty, 0]$ $\quad]-\infty, 10]$ $\quad]-\infty, -\tfrac{1}{n}]$

$$\bigcup_{n=1}^{\infty}]-\infty, -\tfrac{1}{n}] =]-\infty, 0[\in \tau_8$$

إذا أخذت عناصر من τ_8 بعضها ينتمي إلى τ_1 وبعضها لا ينتمي إلى τ_1 ومنه

فإن $\tau_8 \not\subseteq \tau_1$

$\tau_1 \subseteq \tau_2$

$]a,b[\overset{?}{\subseteq}]-\infty,a[$

$\bigcup_{n=1}^{\infty}]a-n,b[$

$]-1,1[\in]-\infty,a[$

التمارين المطلوبة من سلسلة شوم وما بعدها

1, 4, 5, 7, 10, 11, 15, 17, 19, 20, 23, 27, 28, 33, 40, 7c

لتكن لدينا $X=\{a,b,c,d,e\}$ حدد فيما إذا كانت كل من الصفوف التالية من أجزاء X تشكل تبولوجيا على X

1) $\tau_3=\{X, \Phi, \{a\}, \{a,b\}, \{a,b,d\}, \{a,b,c,d\}\}$

17) $(A\cup B)' \overset{?}{=} A'\cup B'$

28) $\overline{A\cup B} = \bar{A}\cup\bar{B}$

33) لتكن $A=[7,\infty[$ بين A° و $Fr(A)$

$A=\{a,b,c\}$

$A^\circ=\{a,b\}$

$\bar{A}=X$

ثلاث جوارات مفتوحة لـ a:

$\{a\}, \{a,b\}, \{a,c,d\}, \{a,b,c,d\}, X$

$A=[7,\infty[$

$A^\circ=]7,\infty[$

المغلقات في هذا الفضاء هي:

$\{\Phi, R,]-\infty,a] ;\ a\in R\}$

$\bar{A}=R \quad , \quad Fr(A)=\bar{A}-A^\circ$

$= R-]7,\infty[=]-\infty,7]$

$ext(A) = \overline{A^c}^{\circ} =]-\infty,7]$

المحاضرة الخامسة   2017/10/18 ،أ

النقطة الداخلية: x نقطة داخلية اذا وجد مجموعة مفتوحة محتواة تماماً في المجموعة A

" الملاصقة: إذا تقاطع أي مجموعة مفتوحة تحوي x مع المجموعة A

" الحدية: " " " " " " " " تحوي نقطة مغايرة لـ x

" المحيطية: هي النقطة التي تكون ملاصقة للمجموعة A ولمتممة A

" المنعزلة: اذا وجد جوار لـ x تقاطعه مع A لا يحوي إلا النقطة المذكورة

داخلية $A^\circ = int(A)$ حدية A'

ملاصقة $\bar{A} = cl(A)$ محيطية $Fr(A) = b(A)$

- V مجاورة لـ x $\Longleftrightarrow$ $x \in A^\circ$
- تقاطع جوارين لـ x جوار لـ x
- اجتماع " " " "
- أي مجموعة تحوي جواراً هي بدورها جوار $O_1 \subseteq V_1 \subseteq D$
- المجموعة المفتوحة هي جوار لكل نقطة من نقاطها.

نشاط سؤال.

* هات تعريفاً واعط مثال توضيحي.

- V جوار لـ x $\Longleftarrow$ x ينتمي إلى V
- X جوار لـ X
- إذا كانت المجموعة V جواراً لـ x، فثمة جوار آخر W لـ x يحقق ما يلي:

1- W محتوى في V

2- W جوار لكل نقطة من نقاطه (مجموعة مفتوحة)

مبرهنة: ان من سلسلة شوم $X \neq \phi$

$\mathcal{V}_x$ غرضالية $x \xmapsto{\mathcal{V}} \mathcal{V}_x \subseteq P(x)$

1)- $V \in \mathcal{V}_x \Rightarrow x \in V$

2)- $X \in \mathcal{V}_x$

3) $V_1, V_2 \in \mathcal{V}_x \Rightarrow V_1 \cap V_2 \in \mathcal{V}_x$

4) $V \in \mathcal{V}_x \quad V_1 \supseteq V \Rightarrow V_1 \in \mathcal{V}_x$

5) الخاصة (5) في الصفحة السابقة

$\mathcal{T} = \{ \theta$: θ جوار لكل نقطة من نقاطها أو $\theta = \phi \}$

$\forall x \in \theta \quad ; \exists \; V \in \mathcal{V}_x \; , x \in V \subseteq \theta$

يمكن أن نرهن لكل مجموعة من الجوارات على X

$\forall x \in \theta \quad : \theta \in \mathcal{V}_x$

$p \longrightarrow \mathcal{A}_p$

- المرشحات والشبكات Filter net $\quad f \subseteq P(X)$

هي جماعة من أجزاء X تحقق الشروط التالية:

1- $X \in f \quad , \quad \phi \notin f$

2- $A, B \in f \Rightarrow A \cap B \in f$

3- $A \in f \quad , D \supseteq A \Rightarrow D \in f$

2'- $A_1, A_2 \in f \Rightarrow \exists A_3 \in f \quad ; A_3 \subseteq A_1 \cap A_2$

مثال على المرشحة:

$X \neq \phi$

$a \in X$

$f_a = \{ A \subseteq X \quad : a \in X \}$

عندئذ f_a مرشحة.

قاعدة مرشحة. β قاعدة لمرشحة على X

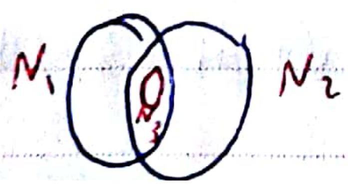
1- $\mathcal{B} \neq \phi \quad , \quad \phi \notin \mathcal{B}$

2'- $A_1, A_2 \in f \Rightarrow \exists A_3 \in \mathcal{B} \; ; A_3 \subseteq A_1 \cap A_2$

مثال أساس (قاعدة المرشحة: $\quad$ م.ق (X, d)

$f = \{ A \subseteq X \quad ,$ A كرة مفتوحة تحوي نقطة x $\}$

$f \neq \phi \quad , \quad \phi \notin f$



- مرشحة

$f_B = \{ D \; : \; D$ تحوي مجموعة A تنتمي لـ $B \}$

* سؤال الدورة 25 علامة:

- عرف المرشحة ثم أثبت أن الصورة المباشرة لمرشحة وفق تطبيق غامر مرشحة.

- الفرض: $X \neq \phi$ f مرشحة على X $g : X \to Y$

$x \to g(x)$

$f_1 = \{ g(A) \; : \; A \in f \}$

أثبت أن f قاعدة لمرشحة على X وأنه إذا كان g غامراً فإن f_1 مرشحة على Y

* على الهامش - $(X, \mathcal{T})$

$f \to x$

إذا كانت تحوي $\mathcal{V}_x \subseteq f$

- $\beta_x \subseteq \mathcal{V}_x$

قاعدة الجوارات x

$\forall \; V \in \mathcal{V}_x \quad \exists B \in \beta_x \; : B \subseteq V$

- فوق مرشحة:

نقول عن مرشحة انها مرشحة أعظمية أو فوق مرشحة

أي مرشحة آخرى تحويها تساويها

$f_2 \supseteq f_1 \Rightarrow f_2 = f_1$

وتكافئ الشرط التالي

$A \subseteq X \quad A \notin f \Rightarrow A^c \in f$

- إضافة لسؤال دورة:

إذا كانت f أعظمية فإن f_1 أعظمية.

مبرهنة هامة:

الشرط اللازم والكافي لكي يكون الفضاء متراص هو أن تكون كل مرشحة أعظمية فيه متقاربة