



نظري

◀ دكتور المادة : هدى شماط

عنوان المحاضرة : الحركات البسيطة للجسم الصلب

◀ المحاضرة : الأولى

بسم الله .... سنبدأ أصدقائي في مقرر الميكانيك 2 وهو تنتم للميكانيك 1 حيث درسنا في مقرر الميكانيك 1 علم التحريك والآن سندرس علم الحركة والتوازن وسنعرف كل منهما ..

### المحتوى العلمي لمقرر الميكانيك (2)

وهو يتألف من قسمين :

**القسم الأول :** قسم الحركة

- (1) الحركات البسيطة للجسم الصلب
- (2) الحركة الإنسحابية للجسم الصلب
- (3) الحركة الدورانية حول محور ثابت للجسم الصلب
- (4) الحركة اللولبية للجسم الصلب
- (5) الحركة الدورانية حول نقطة ثابتة للجسم الصلب
- (6) الحركة العامة للجسم الصلب
- (7) الحركة المستوية للجسم الصلب
- (8) الحركة المحصلة لنقطة مادية
- (9) الحركة المحصلة للجسم الصلب

**القسم الثاني:** قسم التوازن (( قد لا يتسع الوقت لدراسته في هذا الفصل ))

والآن لنبدأ محاضرتنا مع بعض التعاريف والمفاهيم الأساسية :

**علم التحريك :** هو العلم الذي يختص بدراسة حركة الأجسام من جراء القوى المؤثرة عليها ويقوم هذا

العلم بشكل أساسي على قوانين نيوتن الثلاث (( وهو ليس موضوع دراستنا ))

فقد درسناه في مقرر ميكانيك (1) .. لكن من أجل التذكرة والمقارنة مع علم الحركة

**علم الحركة :** هو العلم الذي يهتم بدراسة حركة الأجسام أو مجموعة النقاط المادية دون النظر لمسببات

الحركة . (( يعني بعلم الحركة ما يهتم بالقوى المؤثرة على الجسم فقط بحركته ))

**تعريف الجسم الصلب :** هو مجموعة من النقاط المادية التي تحافظ على الأبعاد المتبادلة فيما بينها مع

تغير الزمن . أما **المجموعة المادية المتماسكة :** فهي مجموعة من النقاط المادية التي تحافظ على

الأبعاد المتبادلة فيما بينها مع تغير الزمن لكن عدد النقاط محدد .

**فيزيائياً....** لا يوجد في الطبيعة جسم صلب ينطبق عليه التعريف الرياضي لأن عبر خضوع الجسم

الصلب لأي قوة فإن نقاطه سوف تتباعد أو تقتارب ، ولكن يمكن اعتبار عدد كبير من الأجسام كأجسام صلبة بسبب صغر التغيرات التي يمكن أن تطرأ على الأبعاد المتبادلة بين نقاط المجموعة مع تغير الزمن مثل (( الخشب والحديد )) .

### كيف يتعين موضع الجسم الصلب؟؟

لتعيين موضع (حركة) الجسم الصلب حيث سنرمز له بالرمز (S) يجب تعيين موضع كل نقطة من نقاط هذا الجسم في لحظة ما من الزمن بالنسبة لفراغ ما أو بالنسبة لجملة إحدائية معينة ، ولكن إذا كان هذا الجسم يحوي على عدد غير منته من النقاط المادية فقد يبدو أنه يتعذر علينا تعيين موضع الجسم الصلب لذلك نلجأ إلى **التعريف الرياضي للجسم الصلب** ويكون ذلك إذا عرفنا موضع ثلاث نقاط فقط من الجسم غير واقعة على استقامة واحدة (( غير مرتبطة خطياً )) .

**مثال**

كي نعين نقطة في الفراغ يكفي معرفة احداثياتها الثلاث (x. y. z) للنقطة O ، أي نحتاج لثلاث

علاقات مستقلة لتعيين هذه الاحداثيات ولكن لكي نحصل على هذه العلاقات يجب معرفة موضع ثلاث نقاط في الجسم ولتكن (O<sub>1</sub>. O<sub>2</sub>. O<sub>3</sub>) كما موضح في الشكل الجانبي ....

ولمعرفة هذه العلاقات الثلاث نوجد علاقات البعد بين النقطة O والنقط الثلاثة (O<sub>1</sub>. O<sub>2</sub>. O<sub>3</sub>)

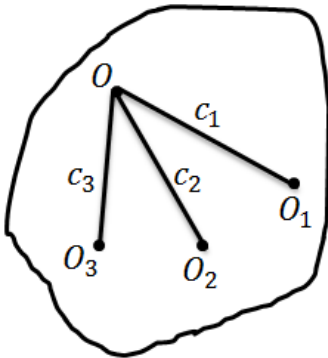
حيث  $|\overline{OO_1}| = c_1$  .  $|\overline{OO_2}| = c_2$  .  $|\overline{OO_3}| = c_3$

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = c_1^2$$

$$(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2 = c_2^2$$

$$(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2 = c_3^2$$

بالحل المشترك نحصل على النقطة O(x. y. z) ومنه يتعين الجسم الصلب بمعرفة موضع ثلاث نقاط منه غير واقعة على استقامة واحدة .



### درجات الحرية

**(1) درجة حرية نقطة مادية :** هي عدد الوسطاء أو الاتجاهات التي يمكن لنقطة مادية أن تتحرك فيها

في الفراغ.

**ملاحظة :** تنقص درجة حرية النقطة المادية كلما زادت القيود .

**قانون** عدد درجات الحرية لنقطة مادية **تساوي** عدد الوسطاء المستقلة **ناقص** عدد علاقات الارتباط  
كما نلاحظ أن :

- (1) درجة حرية نقطة مادية في الفراغ هي ثلاثة درجات حرية
- (2) درجة حرية نقطة مادية في المستوي أو السطح هي درجتين حرية
- (3) درجة حرية نقطة مادية في المستقيم أو المنحني هو درجة حرية واحدة ، حيث نعلم أن المنحني ناتج عن تقاطع سطحين .

**(2) درجات حرية مجموعة مادية :**

هي عدد الوسطاء المستقلة الكافية لتحديد موضع مجموعة مادية أما عدد درجات حرية المجموعة في الحالة العامة **تساوي** عدد الوسطاء **ناقص** عدد علاقات الارتباط .

### مجموعة من الأمثلة لتحديد درجات الحرية

#### تحديد جسم صلب طليق في الفراغ

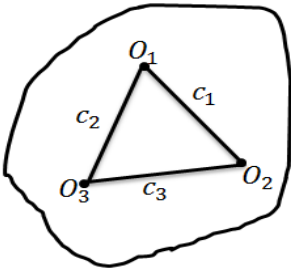
إن الجسم الصلب الطليق في الفراغ له ست درجات حرية لأن موضع الجسم الطليق يتعين إذا عُرف موضع ثلاث نقط غير واقعة على استقامة واحدة وبما أن كل نقطة تحوي ثلاثة وسطاء يصبح لدينا تسعة وسطاء  $(O_1(x_1, y_1, z_1) . O_2(x_2, y_2, z_2) . O_3(x_3, y_3, z_3))$  ولكن هذه الوسطاء مرتبطة بثلاث علاقات هي علاقات الأبعاد الثابتة المتبادلة بين النقط الثلاث كما موضح بالشكل :

$$|O_1O_2| = c_1 \quad |O_1O_3| = c_2 \quad |O_2O_3| = c_3$$

وبالتالي حسب قانون عدد درجات الحرية **يساوي**

عدد الوسطاء **ناقص** عدد علاقات الارتباط

$$9 - 3 = 6 \text{ درجات الحرية}$$

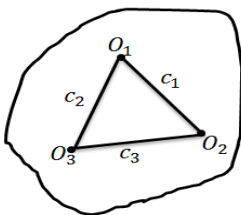


#### تحديد درجة حرية جسم صلب مقيد بنقطة واحدة ( $O_1$ )

نعلم أن لتحديد جسم صلب يجب معرفة ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة وفي هذه الحالة يكفي معرفة موضع نقطتين ولتكن  $(O_1, O_2)$  غير واقعتين على استقامة واحدة مع النقطة  $O_1$  المعطاة

حيث النقطة المقيدة ( $O_1$ ) (( لا يتم حساب وسطائها )) وبالتالي يكون لدينا ستة وسطاء وثلاث علاقات ارتباط

كما موضح بالشكل :

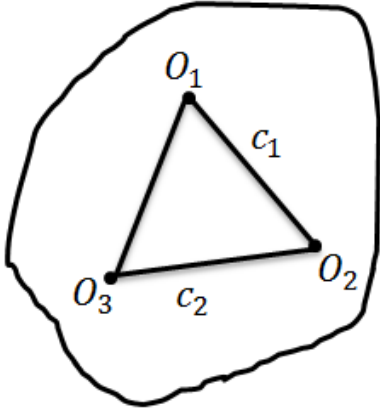


وبالتالي لمعرفة عدد درجات الحرية حسب القانون السابق يكون لدينا عدد درجات الحرية هي  $6 - 3 = 3$

حيث عدد علاقات الارتباط في هذا المثال هو 3 لأن

$$|\overline{O_1O_2}| = c_1 \cdot |\overline{O_1O_3}| = c_2 \cdot |\overline{O_2O_3}| = c_3$$

### تعيين درجة حرية جسم صلب مقيد بنقطتين $(O_1, O_3)$



من الشكل المرسوم جانبا نلاحظ وجود علاقتي ارتباط هما

$$|\overline{O_1O_2}| = c_1 \quad , \quad |\overline{O_2O_3}| = c_2$$

لأنه لا يوجد علاقة ارتباط بين  $|\overline{O_1O_3}|$  لأنهما مقيدتين وبالتالي يكون لدينا عدد الوسطاء 3 لأن النقاط المقيدة

لا يتم حساب وسطائها وبالتالي حسب القانون السابق

$$\text{عدد درجات الحرية يكون } 3 - 2 = 1$$

وهو مثال على الحركة الدورانية حول محور ثابت : مثل (( الباب )) .

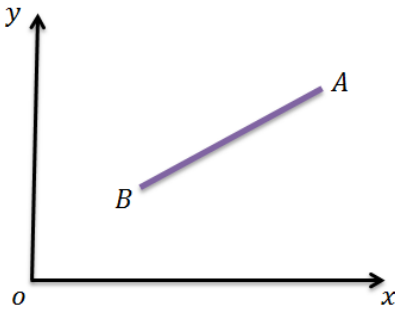
### تعيين درجة حرية قضيب صلب $AB$ ملازمة في المستوي

يتعين موضع القضيب في المستوي بمعرفة نقطتين هما  $A B$  ولكل نقطة وسيطين لأننا في مستوي وبالتالي عدد الوسطاء 4

$$|\overline{AB}| = c \quad \text{وهي واحدة وهي}$$

وبالتالي يكون عدد درجات الحرية للقضيب حسب القانون

$$\text{يكون : } 4 - 1 = 3 \quad \text{عدد درجات حرية القضيب}$$



### تعيين درجة حرية قضيب صلب $AB$ ملازمة في مستوي ونقطة مادية تلازم القضيب

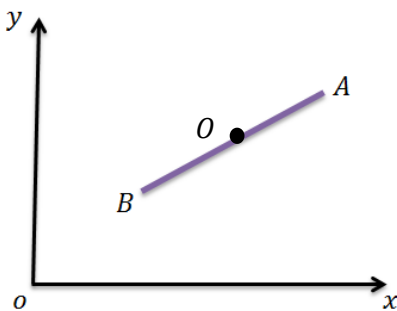
يتعين موضع القضيب في المستوي بمعرفة نقطتين هما  $A B$  ولكل نقطة وسيطين لأننا في مستوي وبالتالي عدد الوسطاء 4

$$|\overline{AB}| = c \quad \text{وهي واحدة وهي}$$

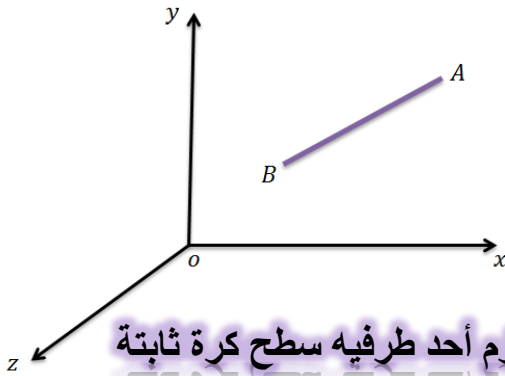
ولدينا درجة حرية النقطة  $O$  على القضيب  $AB$

وبالتالي يكون عدد درجات حرية القضيب مع النقطة حسب القانون

$$\text{يكون : } 4 - 1 + 1 = 4 \quad \text{عدد درجات حرية القضيب مع النقطة .}$$



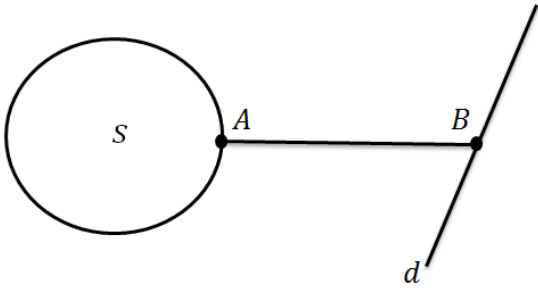
### تعيين درجة حرية قضيب صلب في الفراغ



لدينا هنا ستة وسطاء لنقطتين (( A , B )) لأننا في الفراغ وعلاقة ارتباط واحدة . وبالتالي عدد درجات الحرية يكون :  $6 - 1 = 5$

### تعيين قضيب يتحرك في الفراغ بحيث يلزم أحد طرفيه سطح كرة ثابتة

#### والطرف الآخر يلزم مستقيم ثابت



هنا لدينا ستة وسطاء لنقطتين ( A , B ) في الفراغ وعلاقة ارتباط المستقيم AB وعلاقة ارتباط النقطة A مع سطح الكرة S وعلاقتي ارتباط نتيجة ارتباط النقطة B بالمستقيم d لأن المستقيم d ناتج عن تقاطع مستويين ، وبالتالي عدد درجات الحرية يكون  $6 - 1 - 1 - 2 = 2$

### الاحداثيات المعممة للجسم الصلب

نسمي الوسطاء المستقلة التي تعين بشكل وحيد وكافي موضع المجموعة المادية بالإحداثيات المعممة لهذه المجموعة المادية أي أن عدد الوسطاء المعممة تساوي إلى درجات الحرية فإذا كان للمجموعة  $n$  درجة حرية عندئذ يكون لديها  $n$  احداثي معمم ونرمز للإحداثي المعمم  $q_i$  ;  $i = 1, 2, \dots, n$  (( بما أن الجسم الصلب الطليق له ست درجات حرية فمنه يكون  $n = 6$  ))  
إن النقطة المادية في المستوي  $xoy$  لها درجتى حرية أي لها احداثيين معممين هما

$$x = q_1 , \quad y = q_2$$

النقطة الطليقة في الفراغ لها ثلاث درجات حرية واحداثياتها المعممة هي :

$$q_1 = r , \quad q_2 = \varphi , \quad q_3 = \theta$$

### معادلات حركة مجموعة مادية

عندما نربط العلاقات الزمنية بالإحداثيات المعممة نحصل على معادلات حركة مجموعة مادية أو إن معادلات حركة مجموعة مادية هي العلاقات الزمنية التي تربط الاحداثيات المعممة لهذه المجموعة بالزمن ويكون عدد معادلات حركة مجموعة مادية مساويا دوما لعدد درجات حرية هذه المجموعة .

**ملاحظة :**

- عدد معادلات حركة الجسم الصلب الطليق هو 6 .  
أما الجسم الصلب المقيد يكون اصغر تماماً من 6 .

**ملاحظات للمقرر**

لحل أي مسألة يجب حفظ القوانين ودلائل القوانين ، ثم نعين درجات الحرية بدلالة الزمن والتي تعطي معادلات الحركة ، موضع نقطة ، سرعة الجسم ، تسارع جسم شعاعياً

**الدراسة الشعاعية :** نكتب العبارات الشعاعية ولا ننسى الأشعة .

**الدراسة التحليلية :** تعتمد على الاسقاطات على جملة المحاور الإحداثية .

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

لا تتكلم بما لا تعلم ، واعلم مني تتكلم

إعداد: محمد علي فليون && هي حشيتة  
أعداد: ٢٠٢٠ / ٢٠٢١