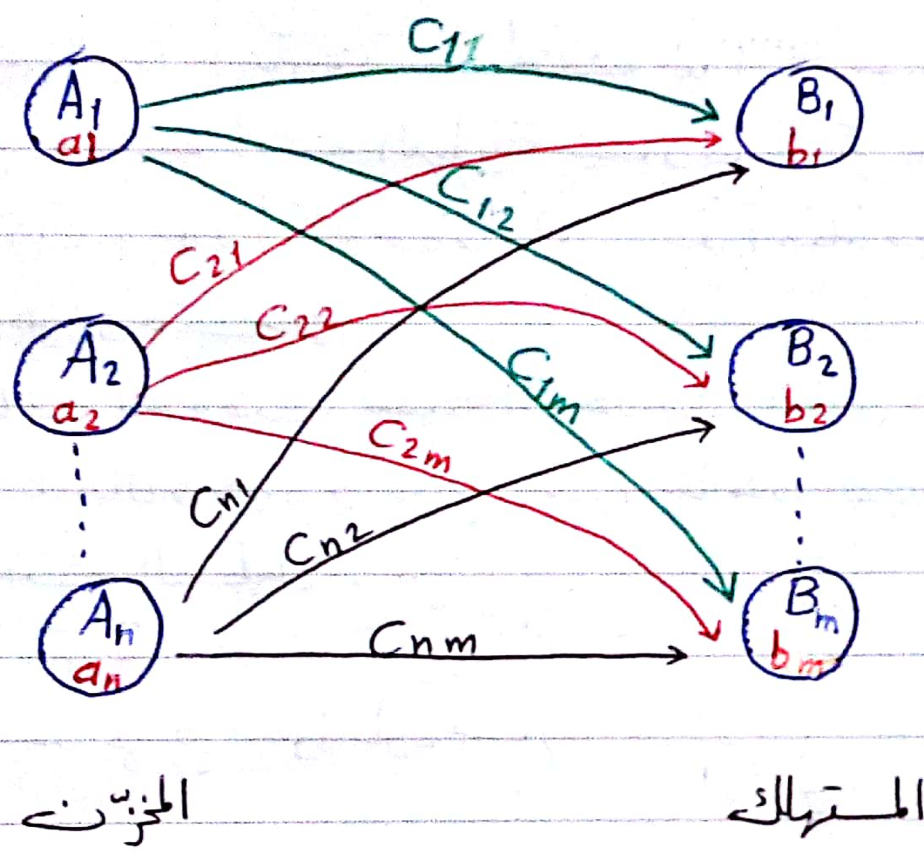
9/10/2017 الاثنين — المحاضرة الثانية

تطبيقات نظرية البيانات في النقل

(Transport problem



$$\sum_{i=1}^{n} a_i = \bar{a}$$

$$\sum_{j=1}^{m} b_j = \bar{b}$$

(1) $\bar{a} = \bar{b}$

مسألة نقل مغلقة (المطلوب على قد الموجود)

(2) $\bar{a} > \bar{b}$: مسألة نقل مفتوحة (تؤدي إلى انخفاض الأسعار)

(3) أسوء الحالات: $\bar{a} < \bar{b}$ مسألة نقل مفتوحة (تؤدي إلى الاحتكار والغلاء)

أهداف مسألة النقل:

1- كلفة النقل أقل ما يمكن

2- يلبي رغبة الموزعين (بيع البضاعة)

3- يلبي رغبة المستهلكين

الموزعين \ المستهلكين	B_1	B_2	------	B_m	الموجودات
A_1	$X_{11}^{C_{11}}$	$X_{12}^{C_{12}}$	------	$X_{1m}^{C_{1m}}$	a_1
A_2	$X_{21}^{C_{21}}$	$X_{22}^{C_{22}}$	------	$X_{2m}^{C_{2m}}$	a_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	------	$\vdots$	$\vdots$
A_n	$X_{n1}^{C_{n1}}$	$X_{n2}^{C_{n2}}$	------	$X_{nm}^{C_{nm}}$	a_n
الطلبية	b_1	b_2	------	b_m	$\sum a_i$ \ $\sum b_i$

بالنسبة للمنتجين A :

بالنسبة للأول : $x_{11} + \dots + x_{1n} \leq a_1$

الثاني : $x_{21} + \dots + x_{2n} \leq a_2$

$\vdots$

$x_{n1} + x_{n2} + \dots + x_{nm} < a_n$

n معادلة بمجموع :

$$x_{11} + \dots + x_{nm} \leq \sum_{i=1}^{n} a_i$$

أصبح لدينا $n+1$ معادلة مرتبطين خطياً .

ملاحظة : تكون مجموعة المعادلات مرتبطة خطياً إذا نتجت إحدى المعادلات عن الأخرى .

بالنسبة للمستهلكين B :

$$\left.\begin{aligned} x_{11} + x_{21} + \cdots + x_{n1} &\leq b_1 \\ &\vdots \\ x_{1m} + x_{2m} + \cdots + x_{nm} &\leq b_m \end{aligned}\right\} n \text{ معادلة}$$

نجمعهم :

$$x_{11} + \cdots + x_{nm} \leq \sum_{j=1}^{m} b_j$$

$m+1$ معادلة مرتبطين خطياً ونحذف معادلة منهم فيصبحوا n معادلة مستقلة خطياً.

وبجمع معادلات A و B يصبح لدينا $m+n$ معادلة مرتبطين خطياً
وبحذف معادلة منهم يصبح عددهم $m+n-1$ معادلة مستقلة خطياً.
وبالتالي نستطيع حساب $m+n-1$ مجهول والباقي لا نستطيع حسابه
وبالتالي يكونون أصفار.

يوجد لدينا عدة طرق لحساب هذه المجاهيل:

1- الزاوية الشمالية الغربية
2- القيم الدنيا
3- طريقة فوجل (Vogl)

وسنطبق على مثال هذه الطرق ونوضح كيفية الحل:

مثال:

	المستهلك / الموزعين	$v_1=3$ B_1	$v_2=2$ B_2	$v_3=0$ B_3	$v_4=-2$ B_4	الموجودات
اختيارية $u_1=0$	A_1	25 (3)	— (2)	— (4)	— (1)	25
$u_2=3$	A_2	125 (6)	50 (5)	25 (3)	— (2)	200
$u_3=3$	A_3	— (1) غير محققة	— (4) غير محققة	75 (3)	75 (1)	150
	الطلبية	150	50	100	75	

أصبح لدي نوعين من الخلايا، خلايا مشغولة وخلايا فارغة.

لدينا : $4 \times 3 = 12$ معادلة

ونستطيع حساب $1 - 4 + 3 = 6$ مجاهيل منهم والباقي يكون أصفار

① طريقة الزاوية الشمالية الغربية :

حتى يكون حل مسألة النقل مثالي يجب أن يتحقق مايلي :

الخلايا المشغولة : $u_i + v_j = C_{ij}$

الخلايا الفارغة : $u_i + v_j \leq C_{ij}$

إذا اختل أحد الشرطين يكون الحل ليس مثالياً، نقوم بتطوير الحل حتى يصبح مثالي.

نحسب التكلفة :

$$F = 3 \times 25 + 6 \times 125 + 5 \times 50 + 3 \times 25 + 3 \times 75 + 1 \times 75$$

$$F = 1450$$

- لنتحقق من الشرطين

لدينا 7 مجاهيل (v_1 و v_2 و v_3 و v_4 و u_1 و u_2 و u_3)

نستطيع حساب 6 منهم ويكون الباقي اختياري وأفضل قيمة اختيارية هي الصفر

- نلاحظ أن الحل غير مثالي لأن : $C_{31} \nleq u_3 + v_1$: C_{31} خلية فارغة

$1 \nleq 3 + 3$

وأيضاً لأن : $C_{32} \nleq u_3 + v_2$: C_{32} خلية فارغة

$4 \nleq 3 + 2$

- نطور الحل حتى يكون مثالي.

- نساوي سلسلة تكون الحركة فيها إما أفقي أو عمودي والرؤوس فيها تكون خلايا مشغولة.

- نجري التعديلات ومن ثم نختبر من جديد إذا كان الحل الأمثل :

- نحسب من جديد المتغيرات.

Scanned by CamScanner

المستهلك / الموزع	$v_1=$ B_1	$v_2=$ B_2	$v_3=$ B_3	$v_4=1$ B_4	الموجودات
$u_1=0$ اختيارية A_1	— (3)	— (2)	— (4)	— (1)	25
$u_2=1$ A_2	• (-6)	50 (5)	100 (3)	•50 (2)	200
$u_3=0$ A_3	150 (1)	— (4)	— (3)	0 (1)	150
الطلبية					

نحسب التكلفة:

$$F = 25\times 1 + 5\times 50 + 3\times 100 + 2\times 50 + 1\times 150 + 1\times 0 = 825$$

وبالتالي الحل هو الحل الأمثل

---

② طريقة القيم الدنيا: خطوة التوزيع الأولي إلى التوزيع المثالي:

أكبر قيمة ممكنة

المستهلك / الموزع	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	— (3)	S — (2)	— (4)	x 25 (1)	25
A_2	— (6)	50 (5)	S 100 (3)	2 50 (2)	200
A_3	x 150 (1)	— (4)	S — (3)	x — (1)	150
الطلبية	150	50	100	75	

(ما بقي من ال 75)

(بقي 50 من ال 75 فأضع الباقي بالخانة التي تحتها وتحوي إشارة)

- أبحث عن أدنى قيمة بالسطر وأضع إشارة
و أبحث عن أدنى قيمة بالعمود وأضع إشارة
عند وجود إشارتين لنفس الخانة تصبح إشارة x

- عند وجود إشارتين في نفس الخانة x أضع داخل الخانة أكبر قيمة ممكنة
وأضع باقي الرقم الذي تحت (الموجود في سطر الطلبية) في الخانة التي تحوي إشارة تحتها
- وهي طريقة أوصلتنا مباشرة إلى الحل الأمثل

(3) طريقة فوجل (Vogl)

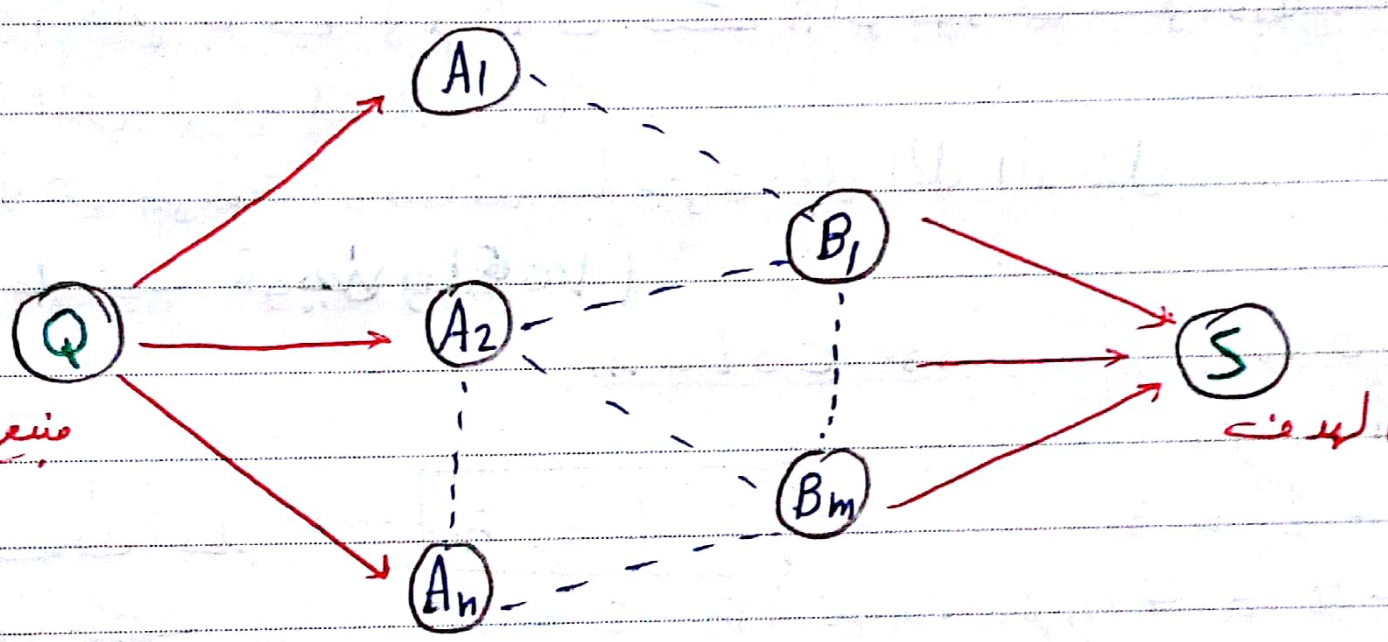
سطر Row	عمود colum
(أدنى - أعلى) (من السطر الأول) $4 - 1 = 3$ $6 - 2 = 4$ $4 - 1 = 3$	$\boxed{6 - 1 = 5}$ → أبحث عن أعظم قيمة ممكنة جاءت من العمود الأول وهكذا... (أعظم قيمة من العمود الثاني) $5 - 2 = 3$ $4 - 3 = 1$ أعظم قيمة من العمود الثالث $2 - 1 = 1$ أعظم قيمة من العمود الرابع
أعظم قيمة (من السطر الثاني) $4 - 1 = \boxed{3}$ $5 - 2 = 3$ $4 - 1 = 3$	$5 - 2 = 3$ $4 - 3 = 1$ $2 - 1 = 1$
$5 - 2 = 3$	

نستخدم الآن تطبيق نظرية البيان لحل مسائل الجبر

أولاً :

- نحول مسألة النقل إلى مسألة تدفق أعظمي

- المنبع قدرته تساوي مجموع قدرات الموزعين ،
- والهدف قدرته تساوي جميع قدرات المستهلكين .



* من أجل حل مسألة التدفق الأعظمي يجب أن نأخذ خوارزمية (Ford & Folkerson) لإيجاد التدفق الأعظمي للشبكة .

- مسألة التدفق الأعظمي تكون التدفق على الأقواس أعظمي و نختار المسارات ذات الكلفة الأقل (الأصغرية).
- المسارات المعتمدة على هذه الشبكة ذات كلفة أصغرية
- المسارات الممكنة عبارة عن مجموعة أقواس

انتهى

بيان البشاش ٩٨