الحل الصحيح باستخدام طريقة السيمبلكس

خطوات الحل :

① نوجد الحل الحقيقي للمسألة باستخدام طريقة السيمبلكس

② في الجدول النهائي لطريقة السيمبلكس نبحث عن أكبر عدد غير صحيح في الطرف الثاني ولكن في السطر K.

③ لتكن H مصفوفة الأمثال في الجدول النهائي .
و b متجهة الطرف الثاني في الجدول النهائي .
ثم نوجد القيم :

$$\hat{h}_{kj} = h_{kj} - \lfloor h_{kj} \rfloor$$
$$\hat{b}_k = b_k - \lfloor b_k \rfloor$$

حيث : $\lfloor x \rfloor$ = (أكبر عدد صحيح أصغر أو يساوي x)

$\lfloor x \rfloor$ و $\lceil x \rceil$ أقواس تقريب للعدد x .

أمثلة :

$\lfloor 0.5 \rfloor = 0$ (أكبر عدد صحيح أصغر أو يساوي 0.5)

$\lfloor -0.5 \rfloor = -1$

$\lfloor 3.7 \rfloor = 3$ $\lfloor -3.7 \rfloor = -4$

④ كتابة شرط غوري

$$\sum_{j=1}^{\text{عدد المتحولات}} \hat{h}_{kj} \cdot x_j \geqslant \hat{b}_k$$

⑤ ثم نقوم بإضافة شرط إلى الجدول النهائي للسيمبلكس (من أجل الحل الحقيقي) ، نقوم بالحل من جديد :

مثال:

$$Min\ 2x_1 - 3x_2 - 4x_3$$

$$s.t \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 30 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 60 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 20 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

$Z \to$ أي الأعداد يجب أن تكون صحيحة

عما سبق لما حل المسألة من جديد بطريقة السيمبلكس.

عما سبق وجدنا التالي:

الجدول النهائي للسيمبلكس:

المتحولات الأساسية	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	الطرف الثاني
S_2	$\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{5}{3}$	1	3.33
x_2	$\frac{7}{15}$	1	0	$\frac{2}{3}$	0	13.332
x_3	$\frac{10}{15}$	0	1	$\frac{1}{3}$	0	16.7
سطر دالة الهدف	$\frac{-20}{3}$	0	0	$\frac{-10}{3}$	0	-106.7

ووجدنا أن الحل الأمثل الحقيقي هو:

$S_2 = 3.33$, $x_2 = 13.332$, $x_3 = 16.7$

$x_1 = S_1 = 0$ وقيمة دالة الهدف $f = -106.7$

في الجدول النهائي لطريقة السيمبلكس أكبر عدد غير صحيح في الطرف الثاني هو العدد 16.7 وسطره $k=3$

نوجد القيم التالية: $\hat{h}_{31}, \hat{h}_{32}, \hat{h}_{33}, \hat{h}_{34}, \hat{h}_{35}$

$\boxed{3}$

$\lfloor \frac{10}{15} \rfloor = 0$, $\lfloor 1 \rfloor = 1$, $\lfloor \frac{1}{3} \rfloor = 0$

$\lfloor 16.7 \rfloor = 16$

$\hat{h}_{31} = h_{31} - \lfloor h_{31} \rfloor = \frac{10}{15} - 0 = \frac{10}{15}$

$\hat{h}_{32} = 0 - 0 = 0$, $\hat{h}_{34} = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$

$\hat{h}_{33} = 1 - 1 = 0$, $\hat{h}_{35} = 0 - 0 = 0$

$\hat{b}_k = \hat{b}_3 = b_3 - \lfloor b_3 \rfloor = 16.7 - 16 = 0.7$

نكتب شرط غوموري:

$$\sum_{j=1}^{5} \hat{h}_{kj} \, x_j \geq \hat{b}_k$$

لدينا: * عدد المتحولات = 5 $\Leftarrow$ $(1 \leq j \leq 5)$

* $k=3$ بالتالي يصبح شرط غوموري بالشكل

$$\boxed{\frac{10}{15} x_1 + 0 x_2 + 0 x_3 + \frac{1}{3} S_1 + 0 S_2 \geq 0.7}$$

شرط غوموري

ملاحظة: (في حال كان السؤال أوجد شرط غوموري نقوم بكتابة شرط غوموري فقط) دون الحل الكامل

$$\frac{10}{15} x_1 + \frac{1}{3} S_1 - S_4 + a_4 = 0.7$$

ونصحح دالة الهدف:

$$-\frac{26}{3} x_1 - \frac{10}{3} S_1 + \cancel{M a_4} + 106.7 - M\left(\frac{10}{15} x_1 + \frac{1}{3} S_1 - S_4 + a_4 - 0.7\right)$$

ويصبح جدول سيمبلكس :

المتغيرات الأساسية	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_4	a_4	الطرف الثاني
S_2	$\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{5}{3}$	1	0	0	3.33
x_2	$\frac{7}{15}$	1	0	$\frac{2}{3}$	0	0	0	13.332
x_3	$\frac{10}{15}$	0	1	$\frac{1}{3}$	0	0	0	16.7
a_4	$\frac{10}{15}$	0	0	$\frac{1}{3}$	0	-1	1	0.7 ← سطر الدوران
سطر دالة الهدف	$10M-\frac{20}{3}$	0	0	$\frac{M}{3}-\frac{10}{3}$	0	$-M$	0	$-106.7-0.7M$

↑ عمود الدوران

(هدفنا تحويل عنصر الدوران إلى 1)

نجري التحويلات بالطريقة التالية :

$$R'_4 \longrightarrow \frac{15}{10} R_4 \quad , \quad R'_1 \longrightarrow R_1 - \frac{1}{3} R'_4$$

$$R'_2 \longrightarrow R_2 - \frac{7}{15} R'_4 \quad , \quad R'_3 \longrightarrow R_3 - \frac{10}{15} R'_4$$

$$R'_5 \longrightarrow R_5 - \left(\frac{10}{15} M - \frac{20}{3}\right) R'_4$$

المتغيرات الأساسية	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_4	a_4	
S_2	0	0	0	$\frac{5}{3}-\frac{5}{30}$	1	$\frac{5}{10}$	$\frac{5}{10}$	2.98
x_2	0	1	0	$\frac{2}{3}-\frac{7}{30}$	0	$\frac{7}{10}$	$-\frac{7}{10}$	12.842
x_3	0	0	1	0	0	1	-1	16
x_1	1	0	0	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{-15}{10}$	$\frac{15}{10}$	$0.7 \times \frac{15}{10}$
سطر دالة الهدف	0	0	0	0	0	$\frac{-20}{3} \times \frac{15}{3}$	$-M+10$	

أصبح المتحول الاصطناعي a_4 متحول غير أساسي فنقوم بحذفه من الجدول

وبذلك نكون قد حصلنا على الجدول النهائي.

والحل هو الحل الأمثل : $x_2 = 12.842$, $S = 2.98$

$x_1 = 0.7 \times \frac{15}{10}$, $x_3 = 16$

* نلاحظ أن هذا الحل ليس صحيح.

نعيد الطريقة من جديد.

توجد شرط عددي وأكبر عدد غير صحيح هنا (وهو $x_2 = 12.842$)

وبالتالي $k = 2$

ونكمل الحل كالسابق... (أكمل الحل وظيفة)

نلاحظ أن الحل الصحيح جداً مكلف.

انتهت المحاضرة ٨-١