المحاضرة السادسة:

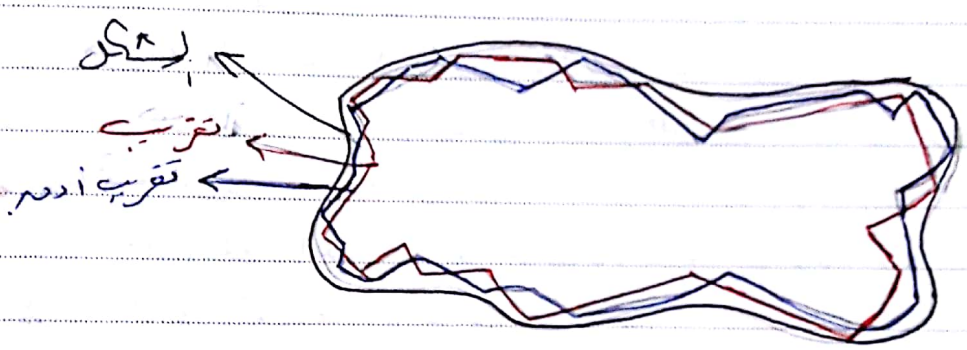
البرامج الأمثلية الخطية

$$\underset{D_f}{\text{Min}}\ f(x)$$

$$s.t \quad g_i(x) = b_i$$

$$x \geq 0$$

- حل البرنامج الخطي نفيد بأجل البرامج الغير خطية، سهولة الشكل الخطي أن يقرب أي شكل وكلما زادت الدقة تزيد المعادلات والشروط، أكلما كان التقريب أدق كلما كانت الكلفة أعلى.
- يوجد الكثير من البرامج الخطية، تحاول حد الكثير من البرامج التي تتقرب لبرامج خطية



تمرين 1:

تقوم شركة بإنتاج نوعين من الفرشات قطاع النوع الأول إلى قسم النسيج حيث تحتاج 6 ساعات عمل كما يحتاج النوع الثاني إلى قسم الخياطة حيث تحتاج 9 ساعات عمل يعمل المصنع 36 ساعة في الأسبوع كما يقوم العمل بشراء 26 قسم الخياطة في الأسبوع ما هو عدد الفرشات الواجب إنتاجها في الأسبوع من النوعين لتحقيق أكبر ربح ممكن، إذا علمت أن ربح القطعة الواحدة من النوع الأول 100 ألف ل.س وربح من القطعة الواحدة من النوع الثاني هو 80 ألف ل.س.

المتحولات:

ليكن x_1 عدد القطع المنتجة من النوع الأول في الأسبوع

x_2 عدد القطع المنتجة من النوع الثاني في الأسبوع

تابع الهدف:

$$\text{Max}\ f(x) = 100x_1 + 80x_2$$

Scanned by CamScanner

شروط المسألة:

$$s.t \begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 6 & \text{شرط الخشب} \\ 6x_1 + 9x_2 \leq 36 & \text{شرط ساعات العمل} \end{cases}$$

شرط عدم السالبية $\quad Z = x_1, x_2 \geq 0$

طريقة السيمبلكس لحل البرامج الخطية:

- الطريقة البيانية كثيرة تكلفة وغالباً ما يكون عدد المتحولات والعمليات كبير
- طريقة السيمبلكس طريقة تختصر لنا البرامج مهما كان عدد المتحولات وعدد الشروط

خطوات طريقة السيمبلكس:

1. نجعل الطرف الأيمن لجميع شروط المسألة قيم غير سالبة.
2. نحول الشكل العام إلى شكل قياسي.
3. إذا كانت شروط المسألة قبل التحويل إلى شكل قياسي معادلة أو متراجحة من النوع أكبر أو يساوي نضيف متحولات اصطناعية
4. نقوم بكتابة الجدول الابتدائي للطريقة السيمبلكس
5. بعد كتابة الجدول الابتدائي نقوم بالخطوات التالية:

أ- تحديد عمود المحور: هو العمود المقابل لأكبر قيمة موجبة في سطر دالة الهدف.

ب- تحديد سطر المحور: هو السطر المقابل لأصغر قيمة موجبة حاصلة من تقاسم الطرف الثاني على أمثال عمود المحور (ما عدا سطر دالة الهدف)

ج- نحول عنصر المحور (العنصر الناتج من تقاطع سطر وعمود المحور) إلى واحد وذلك بتقسيم سطر المحور على قيمة هذا العنصر ثم نجعل جميع عناصر عمود المحور تساوي الصفر بمنبع سطر دالة الهدف وذلك بإجراء تحويلات سطرية

د- تغير المتحولات الأساسية والمتحولات التي جميع عناصر عمودها يساوي الصفر ما عدا عنصر واحد يساوي الواحد.

هـ- إذا كانت جميع عناصر سطر دالة الهدف سالبة أو صفرية عندها نتوقف والحل هو الحل الأمثل وإلا نعود للخطوة (3)

Alnour

Scanned by CamScanner

$$\text{Max } 100x_1 + 8x_2$$

$$\text{s.t} \begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 6 \\ 6x_1 + 9x_2 \leq 36 \end{cases}$$

$$Z \Rightarrow x_1, x_2 \geq 0$$

أول خطوة تحقق

الخطوة ② الشكل القياسي

$$\text{Min } -100x_1 - 8x_2$$

$$2x_1 + x_2 + \delta_1 = 6$$

$$6x_1 + 9x_2 + \delta_2 = 36$$

$$x_1, x_2, \delta_1, \delta_2 \geq 0$$

الجدول الابتدائي

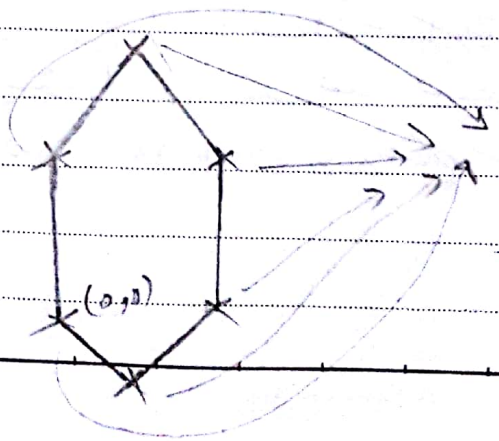
المتغيرات الأساسية	x_1	x_2	δ_1	δ_2	الطرف الثاني	
δ_1	2	1	1	0	6	$\frac{6}{2} = 3$
δ_2	6	9	0	1	36	$\frac{36}{6} = 6$
معادلة الهدف	100	80	0	0	0	$^6P = 0$

نتيجة الهدف

ملاحظة: أمثال معادلة الهدف يضرب بـ (-) ويوضع في الجدول الابتدائي

- ذكرت عدد متغيرات عناصر عمودها: فهذا عدد المتغيرات (2) وذكرت هذا العنصر بـ (δ_1)

كل جدول مرحلي السيمبلكس يعطينا حل وليس بالضرورة أن يكون كل الحلول الجدول النهائي سيعطينا كل الحلول



الحل الأمثل يكون واحدة من الحدود هذه الزوايا

طريقة السيمبلكس تبدأ من زاوية معينة مثلاً الزاوية (0,0) بناءً تختار الحل الأفضل

Scanned by CamScanner

عمود الدوران (العمود المقابل لأكبر قيمة موجبة في سطر دالة الهدف)

الحل: نأخذ القيم المقابلة لها بعمود الطرف الثاني

المتغيرات الأساسية $S_1 = 6$ ، $S_2 = 36$

المتغيرات غير الأساسية $x_1 = 0$ ، $x_2 = 0$ نأخذ القيمة 0 دائماً.

قيمة دالة الهدف عند هذا الحل: $f = 0$

المتغيرات الأساسية	x_1	x_2	S_1	S_2	الطرف الثاني	
S_1	2 (عنصر الدوران)	1	1	0	6	$\frac{6}{2} = 3$ ← سطر الدوران
S_2	6	9	0	1	36	$\frac{36}{6} = 6$
سطر دالة الهدف	100	80	0	0	0	

↑ عمود الدوران

(القيمة المقابلة لـ عمود الدوران)

التي نحول عنصر الدوران 2 إلى 1 وذلك بتقسيم سطر الدوران على 2 ثم نجعل جميع عناصر عمود الدوران تساوي الصفر مستعملين طريقة التحويلات السطرية التالية:

(الجديد) $R'_2 \longrightarrow R_2 - 6R'_1$

(الجديد) $R'_3 \longrightarrow R_3 - 100R'_1$

فيصبح لدينا الجدول التالي:

المتغيرات الأساسية	x_1	x_2	S_1	S_2	
x_1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	3
S_1	0	6	-3	1	18
سطر دالة الهدف	0	30 ↑	-50	0	-300

$\frac{3}{\frac{1}{2}} = 6$

$\frac{18}{6} = 3$ ← سطر الدوران

ثم نغير المتغيرات الأساسية (نأخذ منها متغيرات عنصر عمودها مساوياً عنصر يحدد 1) ونكتب هذا السطر (1)

هذا الحل ليس الحل الأمثل لأن عناصر سطر دالة الهدف ليست جميعها سالبة أو صفرية.

Scanned by CamScanner

نعتبر متغيرات الفرق $x_1=3, \delta_2=18$ المتغيرات الأساسية
ومتغيرات الفرق $x_2=\delta_1=0$ المتغيرات غير الأساسية
(قيمة دالة الهدف للشكل القياسي $f=-300$)

- نقوم بالخطوات : تحويل أعمدة المتغيرات الأساسية إلى أشعة الوحدة
حيث نجري التحويلات الأولية التالية :

$$R'_2 \longrightarrow \frac{1}{6} R_2 \quad , \quad R'_1 \longrightarrow R_1 - \frac{1}{2} R'_2$$

$$R'_3 \longrightarrow R_3 - 30 R'_2$$

المتغيرات الأساسية	x_1	x_2	δ_1	δ_2	
x_1	1	0	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{12}$	1.5
x_2	0	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	3
دالة الهدف	0	0	-35	-5	-390

- بما أن المتغيرات الأساسية أصبحت أشعة الوحدة ما زال معامل دالة الهدف غير موجبة
الحل الأمثل هو :
$\delta_1=\delta_2=0$ ، $x_2=3$ ، $x_1=1.5$
وقيمة دالة الهدف للشكل القياسي $f=-390$
للتأكد من صحة الحل نعوض في الشكل القياسي ونتحقق

انتهت المحاضرة

وعوائكم لنا باقيين ت

Scanned by CamScanner