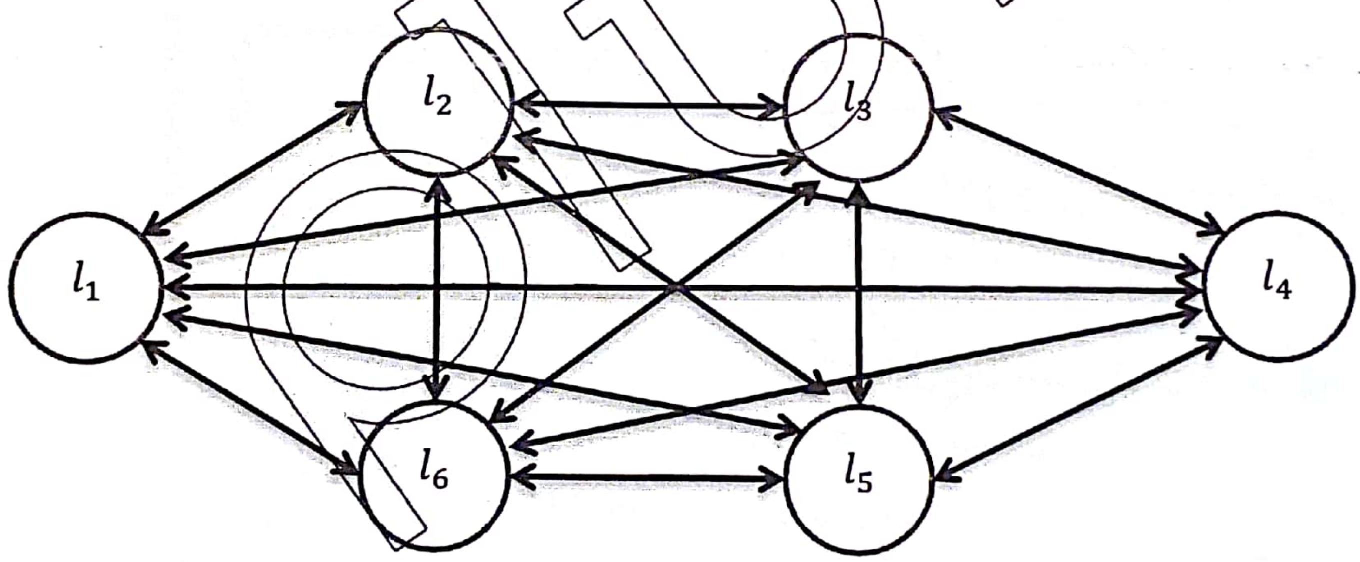
اهلاً بكم اصدقائي، في محاضرتنا سنقوم بحل المثال الذي قد وضعناه في المحاضرة السابقة فقط، وسنقوم في النهاية بتصويب خطأ في الرسم في مثال المحاضرة الثالثة ، وسنقوم بشرح فكرة تم السؤال عنها ، لنبدأ معاً :

تمرين :

ارسم بيان المصفوفة D ،ثم أوجد دائرة هاملتون الأصغرية للبيان الممثل في المصفوفة التالية :

$$D = \begin{array}{c} \\ l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ l_4 \\ l_5 \\ l_6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} l_1 & l_2 & l_3 & l_4 & l_5 & l_6 \end{array} \\ \begin{pmatrix} \infty & 6 & 6 & 8 & 5 & 7 \\ 3 & \infty & 5 & 12 & 4 & 10 \\ 4 & 5 & \infty & 15 & 10 & 7 \\ 6 & 7 & 3 & \infty & 6 & 3 \\ 8 & 6 & 8 & 10 & \infty & 8 \\ 9 & 4 & 2 & 7 & 5 & \infty \end{pmatrix} \end{array}$$



لم أضع الأوزان بسبب كبر البيان ، والأوزان لجميع الأقواس موضحة بالمصفوفة .

لنحسب اولاً القيم u_i, v_j من أجل المصفوفة D ، بالشكل :

$$u_1 = \min\{\infty, 6,6,8,5,7\} = 5 \, , u_2 = \min\{3, \infty, 5,12,4,10\} = 3$$

$$u_3 = 4 \, , u_4 = 3, u_5 = 6, u_6 = 2$$

حيث أن u_i هي أصغر قيمة في السطر i . لنحسب $(v_j = \min\{d_{ij} - u_i\})$ ومنه :

$$v_1 = \min\{\infty - 5,3 - 3,4 - 4,6 - 3,8 - 6,9 - 2\} = \min\{\infty, 0,0,3,2,7\} = 0$$

$$v_2 = \min\{6 - 5, \infty - 3,5 - 4,7 - 3,6 - 6,4 - 2\} = \min\{1, \infty, 1,4,0,2\} = 0$$

$$v_3 = 0, v_4 = 3, v_5 = 0, v_6 = 0$$

ومنه تكون الكلفة الابتدائية هي :

$$K(c)=\sum_{i=1}^{6}u_i+\sum_{j=1}^{6}v_j=5+3+4+3+6+2+3=26$$

الآن نوجد D_0 (مصفوفة التخفيض لـ D) من العلاقة : $d'_{ij}=d_{ij}-u_i-v_j$.
بالتالي :

$$d'_{11}=d_{11}-u_1-v_1=\infty\,,d'_{22}=\infty,d'_{33}=\infty,d'_{44}=\infty,d'_{55}=\infty,d'_{66}=\infty$$
$$d'_{12}=d_{12}-u_1-v_2=6-5-0=1\,,d'_{13}=d_{13}-u_1-v_3=6-5-0=1$$
$$d'_{14}=d_{14}-u_1-v_4=8-5-3=0\,,d'_{15}=d_{15}-u_1-v_5=5-5-0=0$$
$$d'_{16}=d_{14}-u_1-v_6=7-5-0=2\,,d'_{21}=0,d'_{23}=2,d'_{24}=6,d'_{25}=1$$
$$d'_{26}=7,d'_{31}=0,d'_{32}=1,d'_{34}=8,d'_{35}=6,d'_{36}=3,d'_{41}=3,d'_{42}=4$$
$$d'_{43}=0,d'_{45}=3,d'_{46}=0,d'_{51}=2,d'_{52}=0,d'_{53}=2,d'_{54}=1,d'_{56}=2$$
$$d'_{61}=7,d'_{62}=2,d'_{63}=0,d'_{64}=2,d'_{65}=3$$

ومنه تكون المصفوفة بالشكل :

$$D_0=\begin{array}{c|c} & \begin{array}{cccccc} l_1 & l_2 & l_3 & l_4 & l_5 & l_6 \end{array} \\ \begin{array}{c} l_1\\ l_2\\ l_3\\ l_4\\ l_5\\ l_6 \end{array} & \begin{pmatrix} \infty & 1 & 1 & 0 & 0 & 2\\ 0 & \infty & 2 & 6 & 1 & 7\\ 0 & 1 & \infty & 8 & 6 & 3\\ 3 & 4 & 0 & \infty & 3 & 0\\ 2 & 0 & 2 & 1 & \infty & 2\\ 7 & 2 & 0 & 2 & 3 & \infty \end{pmatrix} \end{array}$$

والآن نجد أن الأقواس المعدومة في هذه المصفوفة هي :

$$(l_1,l_4),(l_1,l_5),(l_2,l_1),(l_3,l_1),(l_4,l_3),(l_4,l_6),(l_5,l_2),(l_6,l_3)$$

والآن نحسب $w_{rs}=\min\{d_{rk}\}_{\substack{k\neq s\\k=1,n}}+\min\{d_{ks}\}_{\substack{k\neq r\\k=1,n}}$ ،

حيث :

$\min\{d_{rk}\}_{\substack{k\neq s\\k=1,n}}$: أصغر عنصر في السطر r ، دون العنصر d_{rs} .

$\min\{d_{ks}\}_{\substack{k\neq r\\k=1,n}}$: أصغر عنصر في العمود s ، دون العنصر d_{rs} .

وهي من أجل كل عنصر صفري في المصفوفة ، وبالتالي تكون بالشكل :

$$(l_1,l_4)\Rightarrow w_{14}=\min\{d_{1k}\}_{\substack{k\neq 4\\k=1,6}}+\min\{d_{k4}\}_{\substack{k\neq 1\\k=1,6}}=0+1=1$$
$$(l_1,l_5)\Rightarrow w_{15}=0+1=1\,,\qquad (l_2,l_1)\Rightarrow w_{21}=1+0=1$$
$$(l_3,l_1)\Rightarrow w_{31}=1+0=1\,,\qquad (l_4,l_3)\Rightarrow w_{43}=0+0=0$$
$$(l_4,l_6)\Rightarrow w_{46}=0+2=2\,,\qquad (l_5,l_2)\Rightarrow w_{52}=1+1=2$$
$$(l_6,l_3)\Rightarrow w_{63}=2+0=2$$
$$\Rightarrow \max\{w_{rs}\}=\{w_{46},w_{52},w_{63}\}$$

بالتالي يمكن اختيار احد الاقواس$(l_6,l_3),(l_5,l_2),(l_4,l_6)$ ، وليكن (l_5,l_2) (اخترناه عشوائياً) ،
الآن نشكل المجموعتين r'_0, r''_0 ، بالشكل :

$$\boxed{\{(l_5,l_2)\}} \subseteq r'_0 \quad , \qquad \{(l_5,l_2)\} \subseteq r''_0$$

حيث أن r'_0 يوافق المصفوفة D'_0 وهي المصفوفة D_0 ولكن دون الضلع المختار (l_5,l_2) .

و r''_0 توافق المصفوفة D''_0 وهي المصفوفة D_0 دون السطر l_5 والعمود l_2 .

فتكون الآن المصفوفتان D'_0, D''_0 بالشكل :

$$D'_0 = \begin{array}{c} \\ l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ l_4 \\ l_5 \\ l_6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} l_1 & l_2 & l_3 & l_4 & l_5 & l_6 \end{array} \\ \begin{pmatrix} \infty & 1 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & \infty & 2 & 6 & 1 & 7 \\ 0 & 1 & \infty & 8 & 6 & 3 \\ 3 & 4 & 0 & \infty & 3 & 0 \\ 2 & \boxed{\infty} & 2 & 1 & \infty & 2 \\ 7 & 2 & 0 & 2 & 3 & \infty \end{pmatrix} \end{array} \quad , \quad D''_0 = \begin{array}{c} \\ l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ l_4 \\ l_6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} l_1 & l_3 & l_4 & l_5 & l_6 \end{array} \\ \begin{pmatrix} \infty & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 6 & \boxed{\infty} & 7 \\ 0 & \infty & 8 & 6 & 3 \\ 3 & 0 & \infty & 3 & 0 \\ 7 & 0 & 2 & 3 & \infty \end{pmatrix} \end{array}$$

بما أن $\boxed{\{(l_5,l_2)\}} \subseteq r'_0$ ، و r'_0 يوافق D'_0 لذلك نضع مكان (l_5,l_2) لا نهاية، وبما أن $\{(l_5,l_2)\} \subseteq r''_0$
و r''_0 يوافق D''_0 نضع مكان (l_2,l_5) لا نهاية .

الآن لحساب الكلف للمصفوفتين نقوم أولاً بحساب قيم u_i, v_j لكلا المصفوفتين ، بالشكل :

من أجل D'_0 :

$$u_1 = 0, u_2 = 0 , u_3 = 0 , u_4 = 0 , u_5 = 1, u_6 = 0$$
$$v_1 = 0, v_2 = 1, v_3 = 0, v_4 = 0, v_5 = 0, v_6 = 0$$

فتكون الكلفة لها هي :

$$K(r'_0) = K(c) + \sum_{i=1}^{6} u_i + \sum_{j=1}^{6} v_j = 26 + 1 + 1 = 28$$

من أجل D''_0 :

$$u_1 = 0, u_2 = 0 , u_3 = 0 , u_4 = 0 , u_5 = 0$$
$$v_1 = 0, v_2 = 0, v_3 = 0, v_4 = 0, v_5 = 0$$

فتكون الكلفة لها هي :

$$K(r''_0) = K(c) + \sum_{i=1}^{5} u_i + \sum_{j=1}^{5} v_j = 26 + 0 = 26$$

الآن نأخذ الـ $\min\{ K(r'_0), K(r''_0)\}$ ، وهو $K(r''_0)$، وهي الكلفة المقابلة للمصفوفة D''_0 .

إذاً نختار الآن المصفوفة D''_0 ونعيد تطبيق الخوارزمية من جديد عليها .

الآن نعود لاستخدام القانون : $d'_{ij} = d_{ij} - u_i - v_j$ ، لإيجاد مصفوفة التخفيض لـ D''_0 ، فنجد أن :

$$D_1 = \begin{array}{c} \\ l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ l_4 \\ l_6 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} l_1 & l_3 & l_4 & l_5 & l_6 \end{array} \\ \begin{pmatrix} \infty & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 6 & \infty & 7 \\ 0 & \infty & 8 & 6 & 3 \\ 3 & 0 & \infty & 3 & 0 \\ 7 & 0 & 2 & 3 & \infty \end{pmatrix} \end{array}$$

بقيت المصفوفة على حالها لأن u_i, v_j من أجل المصفوفة D''_0 جميعهم معدومين .

والآن نجد أن الأقواس المعدومة في هذه المصفوفة هم :

$$(l_1, l_4), (l_1, l_5), (l_2, l_1), (l_3, l_1), (l_4, l_3), (l_4, l_6), (l_6, l_3)$$

نحسب w_{rs} بالشكل :

$$(l_1, l_4) \Rightarrow w_{14} = 0 + 2 = 2$$

$$(l_1, l_5) \Rightarrow w_{15} = 0 + 3 = 3\,, \qquad (l_2, l_1) \Rightarrow w_{21} = 2 + 0 = 2$$

$$(l_3, l_1) \Rightarrow w_{31} = 3 + 0 = 3\,, \qquad (l_4, l_3) \Rightarrow w_{43} = 0 + 0 = 0$$

$$(l_4, l_6) \Rightarrow w_{46} = 0 + 2 = 2\,, \qquad (l_6, l_3) \Rightarrow w_{63} = 2 + 0 = 2$$

$$\Rightarrow \max\{w_{rs}\} = \{w_{15}, w_{31}\}$$

بالتالي يمكن اختيار احد الاقواس $(l_1, l_5), (l_3, l_1)$ ، وليكن (l_3, l_1) ، الآن نشكل المجموعتين r'_1, r''_1 ، بالشكل :

$$\{(l_5, l_2), \overline{(l_3, l_1)}\} \subseteq r'_1 \quad , \qquad \{(l_5, l_2), (l_3, l_1)\} \subseteq r''_1$$

حيث أن r'_1 يوافق المصفوفة D'_1 وهي المصفوفة D_1 ولكن دون الضلع المختار (l_3, l_1).

و r''_1 توافق المصفوفة D''_1 وهي المصفوفة D_1 دون السطر l_3 والعمود l_1 .

فتكون الآن المصفوفتان D'_1, D''_1 بالشكل :

$$D'_1 = \begin{array}{c} \\ l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ l_4 \\ l_6 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} l_1 & l_3 & l_4 & l_5 & l_6 \end{array} \\ \begin{pmatrix} \infty & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 6 & \infty & 7 \\ \boxed{\infty} & \infty & 8 & 6 & 3 \\ 3 & 0 & \infty & 3 & 0 \\ 7 & 0 & 2 & 3 & \infty \end{pmatrix} \end{array} \quad , \quad D''_1 = \begin{array}{c} \\ l_1 \\ l_2 \\ l_4 \\ l_6 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} l_3 & l_4 & l_5 & l_6 \end{array} \\ \begin{pmatrix} \boxed{\infty} & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 6 & \infty & 7 \\ 0 & \infty & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & \infty \end{pmatrix} \end{array}$$

بما أن $\{\overline{(l_3, l_1)}\} \subseteq r'_1$ ، و r'_1 يوافق D'_1 لذلك نضع مكان (l_3, l_1) لا نهاية، وبما أن $\{(l_3, l_1)\} \subseteq r''_1$

و r''_1 يوافق D''_1 نضع مكان (l_1, l_3) لا نهاية .

الآن لحساب الكلف للمصفوفتين نقوم اولاً بحساب قيم u_i, v_j لكلا المصفوفتين .

من أجل D_1' :

$$u_1 = 0, u_2 = 0\ , u_3 = 3\ , u_4 = 0\ , u_5 = 0$$
$$v_1 = 0, v_2 = 0, v_3 = 0, v_4 = 0, v_5 = 0$$

فتكون الكلفة لها هي :

$$K(r_1') = K(r_0'') + \sum_{i=1}^{5} u_i + \sum_{j=1}^{5} v_j = 26 + 3 = 29$$

من أجل D_0'' :

$$u_1 = 0, u_2 = 2\ , u_3 = 0\ , u_4 = 0$$
$$v_1 = 0, v_2 = 0, v_3 = 0, v_4 = 0$$

فتكون الكلفة لها هي :

$$K(r_1'') = K(r_0'') + \sum_{i=1}^{4} u_i + \sum_{j=1}^{4} v_j = 26 + 2 = 28$$

الآن نأخذ الـ $\min\{K(r_1'), K(r_1''), K(r_0')\}$ ، وهو $K(r_1'')$، وهي الكلفة المقابلة للمصفوفة D_1'' .

إذاً نختار الآن المصفوفة D_1'' ونعيد تطبيق الخوارزمية من جديد عليها .

الآن نعود لاستخدام القانون: $d_{ij}' = d_{ij} - u_i - v_j$ ، لإيجاد مصفوفة التخفيض لـ D_1'' ، فنجد أن :

$$D_2 = \begin{array}{c|cccc} & l_3 & l_4 & l_5 & l_6 \\ \hline l_1 & \infty & 0 & 0 & 2 \\ l_2 & 0 & 4 & \infty & 5 \\ l_4 & 0 & \infty & 3 & 0 \\ l_6 & 0 & 2 & 3 & \infty \end{array}$$

والآن نجد أن الأقواس المعدومة في هذه المصفوفة هم :

$$(l_1, l_4), (l_1, l_5), (l_2, l_3), (l_4, l_3), (l_4, l_6), (l_6, l_3)$$

نحسب w_{rs} بالشكل :

$$(l_1, l_4) \Rightarrow w_{14} = 0 + 2 = 2\ , \qquad (l_1, l_5) \Rightarrow w_{15} = 0 + 3 = 3$$
$$(l_2, l_3) \Rightarrow w_{23} = 4 + 0 = 4\ , \qquad (l_4, l_3) \Rightarrow w_{43} = 0 + 0 = 0$$
$$(l_4, l_6) \Rightarrow w_{46} = 0 + 2 = 2\ , \qquad (l_6, l_3) \Rightarrow w_{63} = 2 + 0 = 2$$
$$\Rightarrow \max\{w_{rs}\} = w_{23}$$

بالتالي نختار القوس (l_2, l_3) ، الآن نشكل المجموعتين r_2', r_2'' ، بالشكل :

$$\{(l_5, l_2), (l_3, l_1), \overline{(l_2, l_3)}\} \subseteq r_2' \quad , \qquad \{(l_5, l_2), (l_3, l_1), (l_2, l_3)\} \subseteq r_2''$$

حيث أن r_2' يوافق المصفوفة D_2' وهي المصفوفة D_2 ولكن دون الضلع المختار (l_2, l_3).

و r_2'' توافق المصفوفة D_2'' وهي المصفوفة D_2 دون السطر l_2 والعمود l_3 .

ومنه تكون المصفوفتان بالشكل :

$$D_2' = \begin{array}{c} \\ l_1 \\ l_2 \\ l_4 \\ l_6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} l_3 & l_4 & l_5 & l_6 \end{array} \\ \begin{pmatrix} \infty & 0 & 0 & 2 \\ \boxed{\infty} & 4 & \infty & 5 \\ 0 & \infty & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & \infty \end{pmatrix} \end{array} \quad , \quad D_2'' = \begin{array}{c} \\ l_1 \\ l_4 \\ l_6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} l_4 & l_5 & l_6 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & \boxed{\infty} & 2 \\ \infty & 3 & 0 \\ 2 & 3 & \infty \end{pmatrix} \end{array}$$

وضعنا لانهاية عند العنصر (l_1, l_5) في المصفوفة D_2'' وذلك لأنها توافق r_2'' والذي يحوي مجموعة الأضلاع $(l_3, l_1), (l_2, l_3), (l_5, l_2)$ ، ولو استطعنا اخذ الضلع (l_1, l_5) فهذا سيؤدي إلى الحصول على الدائرة المغلقة $< l_5, l_2, l_3, l_1, l_5 >$ وبالتالي اصبح يوجد تكرار عقد وبالتالي لا نستطيع ايجاد دائرة هاملتون ، لذلك وضعنا مكانها لا نهاية كي لا نقوم باختيارها فيما بعد .

الآن لحساب الكلف للمصفوفتين نقوم اولاً بحساب قيم u_i, v_j لكلا المصفوفتين .

من أجل D_2' :

$$u_1 = 0, u_2 = 4, u_3 = 0, u_4 = 0$$
$$v_1 = 0, v_2 = 0, v_3 = 0, v_4 = 0$$

فتكون الكلفة لها هي :

$$K(r_2') = K(r_1'') + \sum_{i=1}^{4} u_i + \sum_{j=1}^{4} v_j = 28 + 4 = 32$$

من أجل D_0'' :

$$u_1 = 0, u_2 = 0, u_3 = 2$$
$$v_1 = 0, v_2 = 1, v_3 = 0$$

فتكون الكلفة لها هي :

$$K(r_2'') = K(r_1'') + \sum_{i=1}^{3} u_i + \sum_{j=1}^{3} v_j = 28 + 2 + 1 = 31$$

الآن نأخذ الـ $\min\{K(r_2''), K(r_2')\}$ ، وهو $K(r_2'')$، وهي الكلفة المقابلة للمصفوفة D_2'' .

إذاً نختار الآن المصفوفة D_2'' ونعيد تطبيق الخوارزمية من جديد عليها.

الآن نعود لاستخدام القانون : $d_{ij}' = d_{ij} - u_i - v_j$ ، لإيجاد مصفوفة التخفيض لـ D_2'' ، فنجد أن :

$$D_3 = \begin{array}{c} \\ l_1 \\ l_4 \\ l_6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} l_4 & l_5 & l_6 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & \infty & 2 \\ \infty & 2 & 0 \\ 0 & 0 & \infty \end{pmatrix} \end{array}$$

نجد أن الأقواس المعدومة هي :

$$(l_1, l_4), (l_4, l_6), (l_6, l_4), (l_6, l_5)$$

نحسب w_{rs} بالشكل :

$$(l_1, l_4) \Rightarrow w_{14} = 2 + 0 = 2 , \qquad (l_4, l_6) \Rightarrow w_{46} = 2 + 2 = 4$$
$$(l_6, l_4) \Rightarrow w_{64} = 0 + 0 = 0 , \qquad (l_6, l_5) \Rightarrow w_{65} = 0 + 2 = 2$$
$$\Rightarrow \max\{w_{rs}\} = w_{46}$$

بالتالي نختار القوس (l_4, l_6) ، الآن نشكل المجموعتين r_3', r_3'' ، بالشكل :

$$\{(l_5, l_2), (l_3, l_1), (l_2, l_3), \overline{(l_4, l_6)}\} \subseteq r_3' \quad , \qquad \{(l_5, l_2), (l_3, l_1), (l_2, l_3), (l_4, l_6)\} \subseteq r_3''$$

حيث أن r_3' يوافق المصفوفة D_3' وهي المصفوفة D_3 ولكن دون الضلع المختار (l_4, l_6).

و r_3'' توافق المصفوفة D_3'' وهي المصفوفة D_3 دون السطر l_4 والعمود l_6 .

ومنه تكون المصفوفتان بالشكل :

$$D_3' = \begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc} l_4 & l_5 & l_6 \end{array} \\ \begin{array}{c} l_1 \\ l_4 \\ l_6 \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & \infty & 2 \\ \infty & 2 & \boxed{\infty} \\ 0 & 0 & \infty \end{pmatrix} \end{array} \quad , \quad D_3'' = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} l_4 & l_5 \end{array} \\ \begin{array}{c} l_1 \\ l_6 \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & \infty \\ \boxed{\infty} & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

وضعنا لا نهاية في المصفوفة D_3'' عند العنصر (l_6, l_4) وذلك لأنه ينتمي لـ D_3' حيث هو يوجد في المجموعة r_3' لأنه نظير للعنصر المختار (l_4, l_6) .

الآن لحساب الكلف للمصفوفتين نقوم اولاً بحساب قيم u_i, v_j لكلا المصفوفتين .

من أجل D_3' :

$$u_1 = 0, u_2 = 2 , u_3 = 0 , v_1 = 0, v_2 = 0, v_3 = 2$$

فتكون الكلفة لها هي :

$$K(r_3') = K(r_2'') + \sum_{i=1}^{3} u_i + \sum_{j=1}^{3} v_j = 31 + 2 + 2 = 35$$

من أجل D_3'' :

$$u_1 = 0, u_2 = 0 , \ v_1 = 0, v_2 = 0$$

فتكون الكلفة لها هي :

$$K(r_3'') = K(r_2'') + \sum_{i=1}^{2} u_i + \sum_{j=1}^{2} v_j = 31 + 0 = 31$$

الآن نأخذ الـ $\min\{K(r_3''), K(r_3')\}$ ، وهو $K(r_3'')$، وهي الكلفة المقابلة للمصفوفة D_3'' .

إذاً نختار الآن المصفوفة D_3'' ونعيد تطبيق الخوارزمية من جديد عليها .

نوجد مصفوفة التخفيض من أجل D_3'' ، وبما أن $u_1 = u_2 = v_1 = v_2 = 0$ ، بالتالي تكون $D_4 = D_3''$
ومنه :

$$D_4 = \begin{array}{c|cc} & l_4 & l_5 \\ \hline l_1 & 0 & \infty \\ l_6 & \infty & 0 \end{array}.$$

والأقواس المعدومة هي : $(l_1, l_4), (l_6, l_5)$ ، نحسب w_{rs} فيكون :

$$(l_1, l_4) \Rightarrow w_{14} = \infty \quad , \quad (l_6, l_5) \Rightarrow w_{65} = \infty$$

وبالتالي نختار احداهما وليكن (l_6, l_5) ، ومنه :

$$\{(l_5, l_2), (l_3, l_1), (l_2, l_3), (l_4, l_6), (l_6, l_5)\} \subseteq r_4''$$
$$\{(l_5, l_2), (l_3, l_1), (l_2, l_3), (l_4, l_6), \overline{(l_6, l_5)}\} \subseteq r_4'$$

وتكون المصفوفتين :

$$D_4' = \begin{array}{c|cc} & l_4 & l_5 \\ \hline l_1 & 0 & \infty \\ l_6 & \infty & \boxed{\infty} \end{array} \quad , \quad D_4'' = \begin{array}{c|c} & l_4 \\ \hline l_1 & 0 \end{array}$$

الآن لحساب الكلف للمصفوفتين نقوم أولاً بحساب قيم u_i, v_j لكلا المصفوفتين .

من أجل D_4' :

$$u_1 = 0, u_2 = \infty \; v_1 = 0, v_2 = \infty$$

فتكون الكلفة لها هي :

$$K(r_4') = K(r_3'') + \sum_{i=1}^{2} u_i + \sum_{j=1}^{2} v_j = \infty$$

هذا يعني أنه لا يمكن تكون دائرة من الأضلاع الموجودة في r_4' .

من أجل D_4'' :

$$u_1 = v_1 = 0$$

فتكون الكلفة لها هي :

$$K(r_4'') = K(r_3'') + \sum_{i=1}^{1} u_i + \sum_{j=1}^{1} v_j = 31 + 0 = 31$$

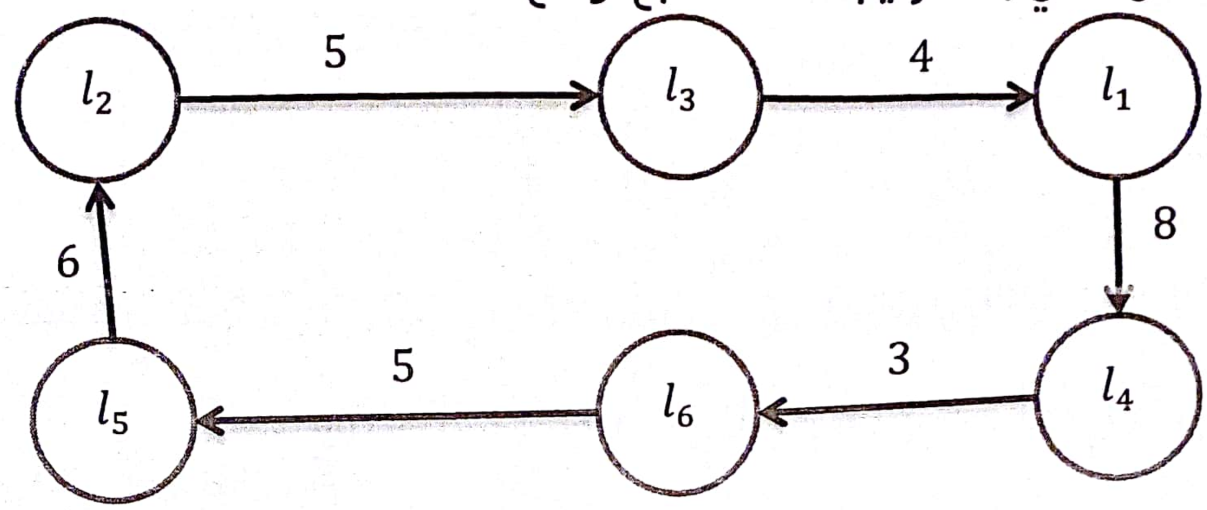
الآن نأخذ الـ $\min\{K(r_4''), K(r_4')\}$ ، وهو $K(r_4'')$، وهي الكلفة المقابلة للمصفوفة D_4'' .

وبما نه لم يبقى إلا ضلع وحيد (l_1, l_4) ، في المصفوفة D_4'' نختاره فوراً ، فتكون الدائرة هي :

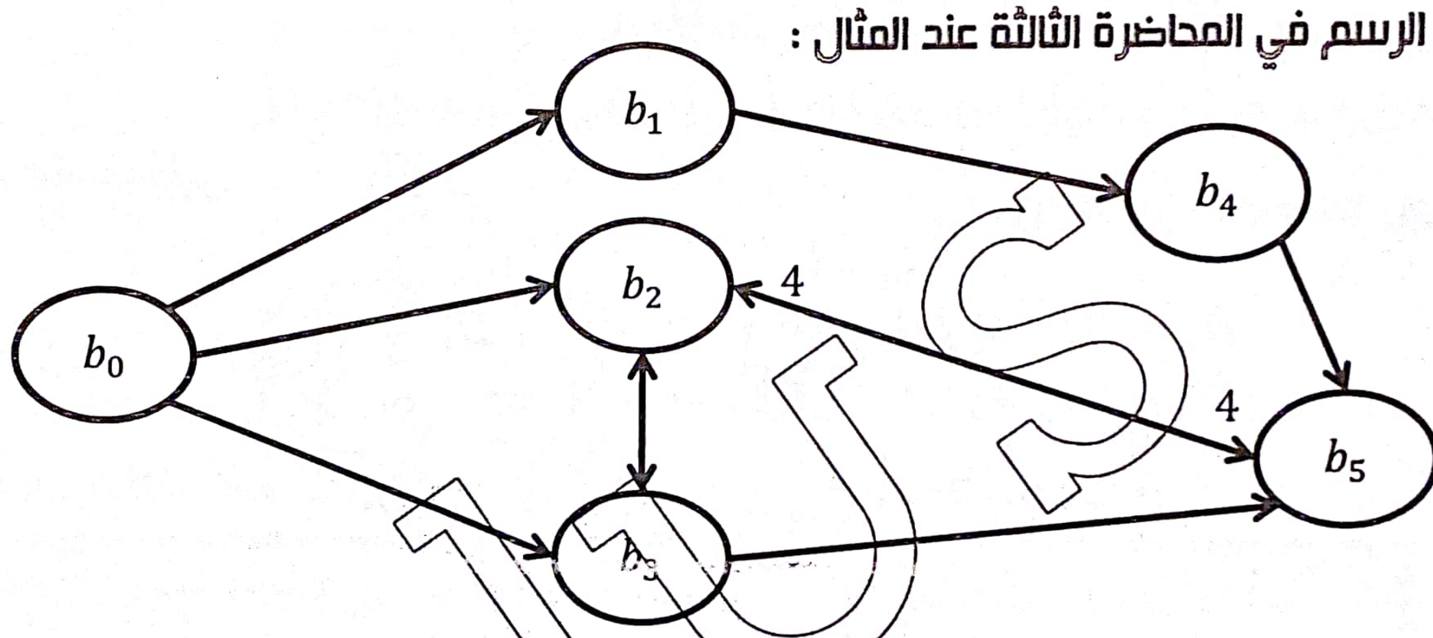
$$\{(l_5, l_2), (l_3, l_1), (l_2, l_3), (l_4, l_6), (l_6, l_5), (l_1, l_4)\}$$

وتكون كلفتها هي 31.

رسمها يكون بالشكل التالي بعد ترتيب العقد لتصبح أوضح :



تصويب الرسم في المحاضرة الثالثة عند المثال :



وهي فقط إضافة القوس (b_5, b_2) مع وزنه 4 كما هو موضح بالشكل .

بالنسبة للشرح أو التوضيح هو فقط عند حساب طاقة التمرير ، إذا كنا في المرحلة i فإن طاقة التمرير في هذه المرحلة هي Q_i يتم حسابها بالشكل : $Q_i = \min\{h_l, a_{ln}\}$ ، وحيث أن :

n هو دليل أخر عقدة ، و l نوجدها من الثنائية الموفقة لـ b_n حيث هي (l, h_n) .

فمثلاً إذا كانت الثنائية الموافقة لـ b_5 في المرحلة الأولى هي $(2,4)$ فإن $l = 2$ ومنه تكون :

$$Q_1 = \min\{h_2, a_{25}\}$$

في حال وجود شيء غير مفهوم أو واضح أو خطأ ضمن المحاضرات الرجاء ارسال مكان الفقرة لي شخصياً أو عن طريق الفيس بوك : $Khaled.syr.56808$ ، كي نعيد شرحها أو تصحيحها ضمن المحاضرات وشاكرين تعاونكم وثقتكم بنا ^_^ .

إلى اللقاء في المحاضرة القادمة ...

انتهت المحاضرة