◄ دكتورة المادة: رشا بعاج

◄ المحاضرة : الثالثة عشر والرابعة عشر

مرحبا اصدقائي: نكمل معكم زملائي بحثنا الذي كان بعنوان "الاستيفاء بكثيرات الحدود"

محاضرة اليوم زملائي ستكون عبارة عن حل تمرين الوظيفة وسنتحدث عن طريقة جديدة تدعى طريقة سبلين (الشريحة) حيث أنها تختلف عن الطرق السابقة ....

حل تمرين وظيفة المحاضرة السابقة:

أوجد كثيرة حدود استيفاء هرميت التي تستوفي البيانات الآتية عند $f(1.03)$

x_i	1	1,05
$f(x_i)$	0,7656893	0,8354311
$f`(x_i)$	1,5315788	1,2422146

ما هو الخطأ الفعلي المرتكب في الحساب $f(x) = 3xe^x - e^{2x}$ قرب $f(1.03)$ ثم احسب الخطأ الأعظمي المرتكب

الحل: **نوجد المشتق لـ f** $f'(x) = 3e^x + 3xe^x - 2e^{2x}$

i	x_i	$f(x_i)$	$f'(x_i)$		
0	1	0,7656893			
			1,5315788		
0	1	0,7656893		$\frac{1,394836 - 1,5315788}{1,05 - 1}$ $= -2,734856$	
			$\frac{0,8354311 - 0,7656893}{1,05 - 1}$ $= 1,394836$		$\frac{-3,052428 + 2,734856}{1,05 - 1}$ $= -6,35144$
1	1,05	0,8354311		$\frac{1,2422146 - 1,394836}{1,05 - 1}$ $= -3,052428$	
			1,2422146		
1	1,05	0,8354311			

$$n = 1 \quad => \quad 2n + 1 = 3$$

$$H_3(n) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + a_3(x - x_0)^2(x - x_1)$$

$$= 0{,}7656893 + 1{,}5315788(x - 1) - 2{,}734856(x - 1)^2 - 6{,}35144(x - 1)^2(x - 1{,}05)$$

$$f(1.03) \approx H_3(1.03) \approx 0{,}8092896195 = \mathrm{Q}$$

الطلب الثاني : $E = |T - Q|$ حسبنا Q لنحسب T:

$$T = f(1{,}03) = 3(1{,}03)\mathrm{e}^{1{,}03} - \mathrm{e}^{2(1{,}03)} = 0{,}8093236189$$

ومنه $E_{exact} = |0{,}8093236189 - 0{,}8092896195| = 3{,}39994.10^{-5}$

$$E_{max} = \left|\frac{p_{2n+2}}{(2n+2)!} f^{2n+2}(\theta)\right|$$

$f(x) = 3xe^x - e^{2x}$ $\qquad$ $f`(x) = 3(e^x - xe^x) - 2e^{2x} = 3e^x + 3xe^x - 2e^{2x}$

$$f``(x) = 3e^x + 3(e^x + xe^x) - 4e^{2x} = 3e^x + 3e^x + 3xe^x - 4e^{2x} = 6e^x + 3xe^x - 4e^{2x}$$

$$f```(x) = 6e^x + 3(e^x + xe^x) - 8e^{2x} = 6e^x + 3e^x + 3xe^x - 8e^{2x} = 9e^x + 3xe^x - 8e^{2x}$$

$$f^4(x) = 9e^x + 3(e^x + xe^x) - 16e^{2x} = 9e^x + 3e^x + 3xe^x - 16e^{2x} = 12e^x + 3xe^x - 16e^{2x}$$

$$|maxf^{2n+2}(\theta)| = 12e^{1{,}03} + 3(1{,}03)e^{1{,}03} - 16e^{2(1{,}03)} = |-83{,}26743352| = 83{,}26743352$$

$$(2n+2)! = (2(1)+2)! = 24$$

$$p_{2n+2} = (x - x_0)^2(x - x_1)^2 = (1{,}03 - 1)^2(1{,}03 - 1)^2(1{,}03 - 1{,}05)^2 = 3{,}6.10^{-7}$$

$$E_{max} = \left|\frac{3{,}6.10^{-7}}{24}(\,83{,}26743352)\right| = 1{,}249011503.10^{-6}$$

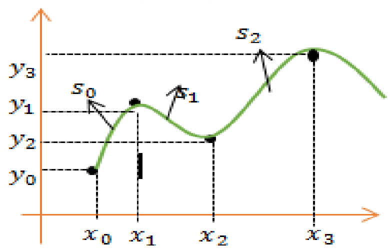
… … … … … … … ….

◆ __ظاهرة رانج:__

كان السائد مسبقا أن زيادة عدد النقاط سيؤدي إلى زيادة في الدقة وتقليل في الخطأ حتى آتى العالم رانج وأعطانا الدلة $f(x) = \frac{1}{1+25x^2}$ وأثبت أنه من أجل حدودية استيفاء من الدرجة الرابعة بالنسبة لهذه الدالة نحصل على استيفاء أفضل من الدرجة السادسة عشر وبالتالي نقض الفكرة التي كانت سائدة سابقا

الطريقة الرابعة: طريقة سبلين ((Splin))

"هذه الطّريقة تختلف عن الطرق الثلاث السابقة (لاغرانج-هرميت-نيوتن)" حيث أنّ الطّرق الثلاث السابقة تعتمد على أن نأخذ حدودية تحوي جميع النقاط أما في طريقة سبلين سنأخذ الحدودية على مجالات



حيث أنّه تقسم الحدودية إلى أنواع:

١. حدوديّة من الدرجة الأولى لكنها لا تصلح بسبب الانكسار حيث لا تقبل الاشتقاق
٢. حدوديّة من الدرجة الثّانية
٣. حدوديّة من الدرجة الثّالثة
٤. حدوديّة من الدرجة الرّابعة(لكن الخطأ فيها كبير جداً)

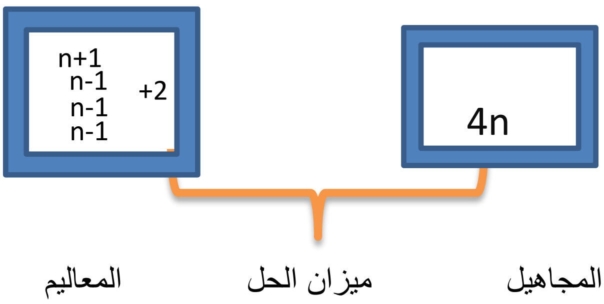
سندرس نحن حدوديّات الدّرجة الثّالثة وسميت حدودية سبلين التكعيبية وهي من الشكل (*)

$$S(x) = \begin{cases} S_0(x) = a_0x^3 + b_0x^2 + c_0x + d_0 & ; x \in [x_0, x_1] \\ S_1(x) = a_1x^3 + b_1x^2 + c_1x + d_1 & ; x \in [x_1, x_2] \\ \vdots \\ S_{n-1}(x) = a_{n-1}x^3 + b_{n-1}x^2 + c_{n-1}x + d_{n-1} & ; x \in [x_{n-1}, x_n] \end{cases}$$

تعتمد هذه الطريقة على إيجاد حدودية بين كل نقطتين متتاليتين

لتكن لدينا النقاط (x_n, y_n) .... (x_0, y_0) ولدينا $(n+1)$ نقطة مختلفة سنقوم باستيفاء الدالة التي تمر بهذه النقاط بكثيرات حدود من الدرجة الثالثة ندعو x_0 نقطة البداية والنقاط $(x_1 \; \dots \dots x_{n-1})$ ندعوها " العقد" ونقطة النهاية x_n

تحوي جملة المعادلات في كثير حدود سبلين السابق التي عددها n تحوي على $4n$ مجهول



الشروط التي يجب أن تحققها هذه الحدوديات:

١) $s(x_i) = y_i \quad ; i = 0,1, \dots \dots n$ ، يدعى شرط الاستيفاء الأصلي وفيه $n+1$ معلومة

٢) شرط العقد:

a) شرط الاتصال وفيه $n-1$ معلومة

$$s_j(x_{j+1}) = s_{j+1}(x_{j+1}) \quad ; j = 0, \dots \dots . n-2$$

b) شرط الاستمرار (مرتبط بالمشتقات وفيه $n-1$ معلومة)

$$s'_j(x_{j+1}) = s'_{j+1}(x_{j+1}) \quad ; j = 0, \dots \dots . n-2$$

c) شرط التقعر (يأتي من المشتق الثاني وفيه $n-1$ معلومة)

$$s''_j(x_{j+1}) = s''_{j+1}(x_{j+1}) \quad ; j = 0, \dots \dots . n-2$$

٣) <u>الشروط الحدية(حدوديات سبلين لها شكلين):</u>

أ) شريحة طبيعية أو (حرة): يكون $s''(x_0) = 0 \ , \ s''(x_n) = 0$ وفيها ٢ معلوم

ب) شريحة مقيدة: $s'(x_n) = f'(x_n) \ , \ s'(x_0) = f'(x_0)$ وفيها ٢ معلوم

<u>مثال</u>: ليكن لدينا دالة سبلين الطبيعية التي يستوفي الدالة f عند النقاط :

نقطة النهاية $x_2 = 3$ ، العقدة $x_1 = 2$ ، نقطة البداية $x_0 = 1$

$$s(x) = \begin{cases} s_0(x) = 2(x-1) - (x-1)^3 & ; 1 \le x \le 2 \\ s_1(x) = a + b(x-2) + c(x-2)^2 + d(x-2)^3 ; & 2 \le x \le 3 \end{cases}$$

أوجد الثوابت a, b, c, d

الحل: لتحديد الثوابت نطبق شروط الاستيفاء بحدوديات سبلين :

١) شرط الاستيفاء العام : $s(x_i) = y_i \ ; \ i = 0, \dots \dots \dots , n$ ، لا يمكن تطبيق الشرط لأن y_i مجهولة

٢) شرط العقد : بداية سنوجد المشتقات لتنظيم الحل :

$$s_0(x) = 2(x-1) - (x-1)^3$$

$$s`_0(x) = 2 - 3(x-1)^2 \qquad , \qquad s``_0(x) = -6(x-1)$$

$$s_1(x) = a + b(x-2) + c(x-2)^2 + d(x-2)^3$$

$$s`_1(x) = b + 2c(x-2) + 3d(x-2)^2$$

$$s``_1(x) = 2c + 6d(x-2)$$

أ. شرط الاتصال :

$$s_j(x_{j+1}) = s_{j+1}(x_{j+1}) \quad \text{حيث} \quad j = 0,..,n-2$$

$$s_0(x_1) = s_1(x_1)$$

$$\left.\begin{array}{l} 2(x-1)-(x-1)^3 = a + b(x-2) + c(x-2)^2 + d(x-2)^3 \\ (x_1 = 2) \Rightarrow \quad 2(2-1)-(2-1)^3 = a + b(2-2) + c(2-2)^2 + d(2-2)^3 \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow a = 1$$

ب. شرط الاستمرار :

$$\acute{s}_j(x_{j+1}) = \acute{s}_{j+1}(x_{j+1}) \quad \text{حيث} \quad j = 0,..,n-2$$

$$\acute{s}_0(x_1) = \acute{s}_1(x_1)$$

$$2-3(x-1)^2 = b + 2c(x-2) + 3d(x-2)^2:$$

$$(x_1 = 2) \Rightarrow \quad 2-3(2-1)^2 = b + 2c(2-2) + 3d(2-2)^2\}$$

$$\Rightarrow b = -1$$

ت. شرط التقعر :

$$s``_j(x_{j+1}) = s``_{j+1}(x_{j+1}) \quad \text{حيث} \quad j = 0,..,n-2$$

$$s``_0(x_1) = s``_1(x_1)$$

$$(x_1 = 2 \Rightarrow) \quad -6(x-1) = 2c + 6d(x-2)$$

$$-6(2-1) = 2c + 6d(2-2)$$

$$\Rightarrow c = -3$$

٣) الشروط الحدية : بما أن شريحة سبلين طبيعية فإنها تحقق: $s``_0(x_0) = 0$

حيث أن $x_0 = 1$ $\qquad s``_0(x_n) = 0$

$$-6(x-1) = 0 \Rightarrow -6(1-1) = 0 \quad \Rightarrow 0 = 0$$

$2c + 6d(x-2) \quad \Rightarrow \quad s``_0(x_0) = 0$ أي $s``_0(x_n) = 0$ ومنه $s_1(x_2) = 0$

بما أن $c = -3$, $x_2 = 3$ $\Rightarrow$ $2(-3) + 6d(3-2) = 0$

$$\Rightarrow d = 1$$

مثال(٢) : ليكن لدينا دالة سبلين التكعيبية المعطاة بالشكل :

نقطة البداية $x_0 = -2$, و العقد $x_1 = -1, x_2 = 1$, نقطة النهاية $x_3 = 2$

$$s(x) = \begin{cases} (x+1)^3 & ; -2 \le x \le -1 \\ ax^3 + bx^2 + cx + d & ; -1 \le x \le 1 \\ (x-1)^2 & ; \ 1 \le x \le 2 \end{cases}$$

والمطلوب a, b, c, d

الحل: لتحديد الثوابت a, b, c, d نطبق شروط الاستيفاء بحدوديات سبلين :

١) شرط الاستيفاء العام : $s(x_i) = y_i \,; i = 0, \dots, n$ ، لا يمكن تطبيق الشرط لأن y_i مجهولة

ولدينا : $x_3 = 2$ نقطة النهاية , $x_1 = -1, x_2 = 1$ و العقد , $x_0 = -2$ نقطة البداية

٢) شرط العقد : بداية سنوجد المشتقات لتنظيم الحل :

$$s_0(x) = (x+1)^3$$

$$s`_0(x) = 3(x+1)^2$$

$$s``_0(x) = 6(x+1)$$

$$s_1(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$s`_1(x) = 3\text{ax}^2 + 2\text{bx} + c$$

$$s``_1(x) = 6\text{ax} + 2\text{b}$$

$$s_2(x) = (x-1)^2$$

$$s`_2(x) = 2(x-1)$$

$$s``_2(x) = 2$$

أ. <u>شرط الاتصال :</u>

$s_j(x_{j+1}) = s_{j+1}(x_{j+1})$ حيث $j = 0, \dots, n-2$

أي $s_0(x_1) = s_1(x_1)$

$$\left.\begin{array}{l} (x+1)^3 = ax^3 + bx^2 + cx + d \\ (x_1 = -1) \Rightarrow \quad (-1+1)^3 = a(-1)^3 + b(-1)^2 + c(-1) + d \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow -\text{a} + \text{b} - \text{c} + \text{d} = 0 \quad \dots\dots\dots \quad (1$$

وأيضا $s_1(x_2) = s_2(x_2)$

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = (x-1)^2$$

$$(x_2 = 1) \Rightarrow \quad a(1)^3 + b(1)^2 + c(1) + d = (1-1)^2$$

$$\Rightarrow a + b + c + d = 0 \quad \dots\dots \quad (2)$$

شرط الاستمرار :

$$\acute{s}_j(x_{j+1}) = \acute{s}_{j+1}(x_{j+1}) \quad \text{حيث} \quad j = 0,\dots,n-2$$

أي $\acute{s}_0(x_1) = \acute{s}_1(x_1)$

$$3(x+1)^2 = 3ax^2 + 2bx + c:$$

$$(x_1 = -1) \Rightarrow \quad 3(-1+1)^2 = 3a(-1)^2 + 2b(-1) + c\}$$

$$\Rightarrow 3a - 2b + c = 0 \quad \dots\dots\dots \ (3)$$

وأيضا $s_1`(x_2) = s_2`(x_2)$

$$3ax^2 + 2bx + c = 2(x-1)$$

$$(x_2 = 1) \Rightarrow \quad 3a(1)^2 + 2b(1) + c = 2(1-1)$$

$$\Rightarrow 3a + 2b + c = 0 \quad \dots\dots\dots\dots \ (4)$$

ب. شرط التقعر :

$$s``_j(x_{j+1}) = s``_{j+1}(x_{j+1}) \quad \text{حيث} \quad j = 0,\dots,n-2$$

$$s``_0(x_1) = s``_1(x_1)$$

$$6(x+1) = 2\mathrm{ax} + 2\mathrm{b}$$

$$(x_1 = -1) \Rightarrow \quad 6(-1+1) = 6a(-1) + 2b$$

$$\Rightarrow -6a + 2b = 0 \dots\dots (5)$$

وأيضا $s_1``(x_2) = s_2``(x_2)$

$$6ax + 2b = 2$$

$$(x_2 = 1) \Rightarrow \quad 6a(1) + 2b(1) = 2$$

$$\Rightarrow 6a + 2b = 2 \quad \dots\dots\dots\dots \ (6)$$

بالحل المشترك للمعادلات السابقة نوجد a ,b ,c ,d :

نجمع المعادلات (5) و (6) :

-6a+2b=0

6a+2b=2

$0+4b=2 \Rightarrow 4b=2 \Rightarrow b=\frac{1}{2}$

نعوض قيمة b في المعادلة (6)

$6a+2(\frac{1}{2})=2$

6a+1=2=>6a=2-1

6a=1 => $a=\frac{1}{6}$

نعوض قيمة a,b في المعادلة (4)

3a+2b+c=0

3($\frac{1}{6}$)+2 ($\frac{1}{2}$)+c=0

$\frac{1}{2}+1+c=0 \;\; => \frac{1}{2}+\frac{2}{2}+c=0$

$(1) \;\; (2)$ نوحد المقامات

$$=> \frac{3}{2}+c=0 => c=-\frac{3}{2}$$

نعوض قيمة a,b,c في المعادلة (2)

$a+b+c+d=0 \;\; =>$

$\frac{1}{6}+\frac{1}{2}-\frac{3}{2}+d=0 \;\; =>$

$(1)(3)\;(3)$ نوحد المقامات

$$\frac{1}{6}+\frac{3}{6}-\frac{9}{6}+d=0 \;\; =>$$

$$\frac{-5}{6}+d=0 \;\; => d=\frac{5}{6}$$

٣) لا يوجد حاجة للشروط الحدية لأن الدالة s لم تحدد طبيعتها .

"انتهت المحاضرة الثالثة عشر"

◄المحاضرة :الرابعة عشر

سنورد حل تمارين الوظيفة الموجود في المحاضرة السابقة ...

السؤال الأول:

ليكن لدينا الشريحة التكعيبية المقيدة لسبلين الذي يستوفي التابع f عند النقاط :

$$s(x)=\begin{cases} s_0(x)=22-9(x-1)-(x-1)^3 & : 1\le x\le 2 \\ s_1(x)=a+b(x-2)+c(x-2)^2+d(x-2)^3 & : 2\le x\le 3 \end{cases}$$

أوجد الثوابت a,b,c,d بفرض $\acute{f}(1)=\acute{f}(3)$

الحل: لتحديد الثوابت نطبق شروط الاستيفاء لحدوديات سبلين

١) شرط الاستيفاء العام : $s(x_i)=y_i\,;i=0,\dots,n$ ، لا يمكن تطبيق هذا الشرط لأن y_i مجهولة

٢) شرط العقد : بداية سنوجد المشتقات لتنظيم الحل :

$$s_0(x)=22-9(x-1)-(x-1)^3$$

$$s`_0(x)=-9-3(x-1)^2$$

$$s``_0(x)=-6(x-1)$$

$$s_1(x)=a+b(x-2)+c(x-2)^2+d(x-2)^3$$

$$s`_1(x)=\mathrm{b}+2c(x-2)+3d(x-2)^2$$

$$s``_1(x)=2c+6d(x-2)$$

ولدينا : $x_2=3$ نقطة النهاية ، $x_1=2$, العقدة ، $x_0=1$, نقطة البداية

ت. <u>شرط الاتصال :</u>

$$s_j(x_{j+1})=s_{j+1}(x_{j+1}) \quad \text{حيث} \quad j=0,\dots,n-2$$

$$\left.\begin{array}{c} s_0(x_1)=s_1(x_1) \\ 22-9(x-1)-(x-1)^3=a+b(x-2)+c(x-2)^2+d(x-2)^3 \\ (x_1=2)\Rightarrow\ 22-9(2-1)-(2-1)^3=a+b(2-2)+c(2-2)^2+d(2-2)^3 \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \mathrm{a}=12$$

شرط الاستمرار :

$$\acute{s}_j(x_j+1) = \acute{s}_{j+1}(x_{j+1}) \quad \text{حيث} \quad j = 0,\dots,n-2$$

$$\acute{s}_0(x_1) = \acute{s}_1(x_1)$$

$$-9-3(x-1)^2 = b+2c(x-2)+3d(x-2)^2$$

$$(x_1=2) \Rightarrow \quad -9-3(2-1)^2 = b+2c(2-2)+3d(2-2)^2\} \quad \Rightarrow b=-12$$

ث. شرط التقعر :

$$s``_j(x_{j+1}) = s``_{j+1}(x_{j+1}) \quad \text{حيث} \quad j = 0,\dots,n-2$$

$$s``_0(x_1) = s``_1(x_1)$$

$$-6(x-1) = 2c+6d(x-2)$$

$$-6(2-1) = 2c+6d(2-2)\} \quad \Rightarrow c=-3$$

١- الشروط الحدية : بما أن $s(x)$ مقيدة فإن :

$$s`(x_0) = f`(x_0)$$

$$s`(x_n) = f`(x_n)$$

$$s`(x_0) = f`(x_0) \quad ; \quad x_0 = 1$$

$$-9-3(x-1)^2 = f`(1)$$

$$-9-3(1-1)^2 = f`(1) \quad \Rightarrow \quad f`(1) = -9$$

$$s`_1(x_2) = f`(x_2) \quad ; \quad x_2 = 3$$

$$b+2c(x-2)+3d(x-2)^2 = f`(3)$$

$$b+2c(3-2)+3d(3-2)^2 = f`(3)$$

$$-9 = f`(1) = f`(3) \quad \Rightarrow \quad -12-6+2d = -9$$

$$-18+3d = -9 \quad \Rightarrow \quad 3d = 9 \quad \Rightarrow d = 3$$

... ...

السؤال الثاني: أوجد الحدودية التي تستوفي النقاط الآتية: (**بطريقة لاغرانج)**

x_i	0	1	2
$f(x_i)$	-2	-1	2

الحل:

عدد النقاط $(3-1) \Leftarrow n=2$ ، بدايةً سنقوم بإيجاد:

$$L_0(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} = \frac{(x-1)(x-2)}{(-1)(-2)} = \frac{1}{2}(x-1)(x-2)$$

$$L_1(x)=\frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}=\frac{(x)(x-2)}{(1)(1-2)}=-x(x-2)$$

$$L_2(x)=\frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)}=\frac{(x)(x-1)}{(2)(2-1)}=\frac{1}{2}x(x-1)$$

وعليه فإنّ

$$p_2(x)=L_0(x)y_0+L_1(x)y_1+L_2(x)y_2$$

$$\mathrm{p}_2(x)=-x(x-1)(\mathrm{x}-2)+\mathrm{x}(x-2)+x(x-1)$$

....

السؤال الثالث: أوجد كثيرة حدود نيوتن التي تستوفي البيانات التالية ثم احسب $f(1,5)$

x_i	-2	-1	0	1	2	3
$f(x_i)$	16	8	4	-16	8	-4

i	$\mathbf{x_i}$	$\mathbf{f(x_i)}$					
0	$\mathbf{-2}$	$16\ a_0$					
			$-8\ a_1$				
1	$\mathbf{-1}$	8		$2\ a_2$			
			-4		$\frac{-10}{3}\ a_3$		
2	$\mathbf{0}$	4		-8		$\frac{10}{3}\ a_4$	
			-20		10		$\frac{-11}{6}\ a_5$
3	$\mathbf{1}$	-16		22		$\frac{-35}{6}$	
			24		$\frac{-40}{3}$		
4	$\mathbf{2}$	8		-18			
			-12				
5	$\mathbf{3}$	-4					

$$p_5(x)=16-8(x+2)+2(x+2)(x+1)-\frac{10}{3}(x+2)(x+1)(x)$$
$$+\frac{10}{3}(x+2)(x+1)x(x-1)\quad-\frac{11}{6}(x+2)(x+1)x(x-1)\,(x\;-2)$$

$$f(1{,}5) \cong p_5(1{,}5) = -10{,}359375$$

....

السؤال الرابع: لتكن لدينا النقاط التالية :

$x_i = -1{,}0{,}1$ أوجد حدودية استيفاء هرميت لهذه النقاط إذا علمت أن

$f(x) = x^4 + 1$ ثم أوجد $f(0{,}5)$ والخطأ الفعلي المرتكب في هذه النقطة $f'(x) = 4x^3$

i	x_i	$f(x_i)$					
0	−1	2					
			−4				
0	−1	2		3			
			−1		−2		
1	0	1		1		1	
			0		0		0
1	0	1		1		1	
			1		2		
2	1	2		3			
			4				
2	1	2					

$$H_{2n+1} = a_0 + a_1(x-x_0) + a_2(x-x_0)^2 + a_3(x-x_0)^2(x-x_1) + a_4(x-x_0)^2(x-x_1)^2 + \cdots \ldots \ldots + (x-x_0)^2(x-x_1)^2(x-x_2)^2 + \cdots \ldots . . (x-x_{2n-1})$$

$$H_5 = 2 + (-4)(x+1) + 3(x+1)^2 + (-2)(x+1)^2(x) + (1)(x+1)^2x^2$$

$$f(0.5) \approx H_5(0{,}5) = 1{,}0625 = Q$$

لإيجاد الخطأ الأعظمي نطبق القانون $E_{exact} = |T - Q|$

معنا Q نحسب T <= $f(x) = x^4 + 1 \Rightarrow \quad f(0{,}5) = (0{,}5)^4 + 1 = 1{,}0625 = T$

$$E_{exact} = |T - Q| = |1{,}0625 - 1{,}0625| = 0$$

" انتهت المحاضرة "

إعداد: راما جوهر & هديل سعيد & علا الدالاتي