◄ دكتورة المادة: هدى شماط

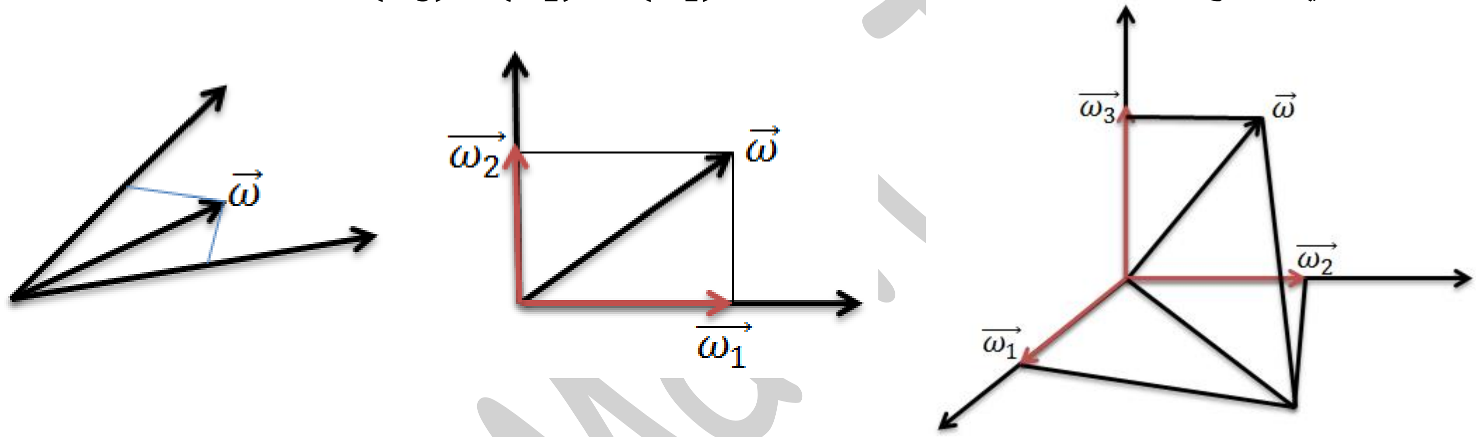
◄ المحاضرة: العشرون

عنوان المحاضرة : تفريق الدورانات

تفريق الدورانات

1- **في مستوي :** نفرق الدوران إلى دوارنين $(\overrightarrow{\omega_1})$ و $(\overrightarrow{\omega_2})$

2- **في الفراغ :** نفرق الدوران إلى ثلاثة دورانات $(\overrightarrow{\omega_1})$ و $(\overrightarrow{\omega_2})$ و $(\overrightarrow{\omega_3})$



تفريق الانسحاب $(\vec{V})$ إلى دورانيين متعاكسين

1- في مستوي : نفرق الانسحاب إلى انسحابين $(\overrightarrow{V_1})$ و $(\overrightarrow{V_2})$

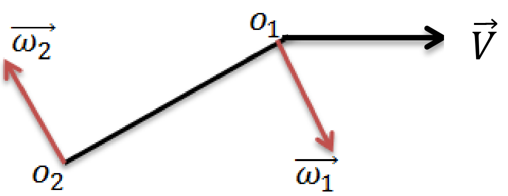
2- في الفراغ : نفرق الانسحاب إلى ثلاثة انسحابات $(\overrightarrow{V_1})$ و $(\overrightarrow{V_2})$ و $(\overrightarrow{V_3})$

3- نفرق الانسحاب إلى دورانين بأن نثبت أحد الدورانات وليكن $(\overrightarrow{\omega_1})$ مطبق في (o_1) ثم نأخذ الدوران الثاني $(\overrightarrow{\omega_2})$ المطبق في (o_2) بحيث تتشكل لدينا مزدوجة ذراعها $(\overrightarrow{o_1 o_2})$

$$\vec{V} = \overrightarrow{\omega_1} \wedge \overrightarrow{o_1 o_2}$$

أو $$\vec{V} = \overrightarrow{\omega_2} \wedge \overrightarrow{o_2 o_1}$$

الدورانين واقعين بمستو يعامد الانسحاب



تركيب انسحاب مع دوران في الحالة العامة هي حركة عامة إذا كان يدور وينسحب على نفس المحور تكون الحركة لولبية .

نميز الحالات التالية لتركيب انسحاب مع دوران

1- إذا كان $\vec{V} \parallel \vec{\omega}$

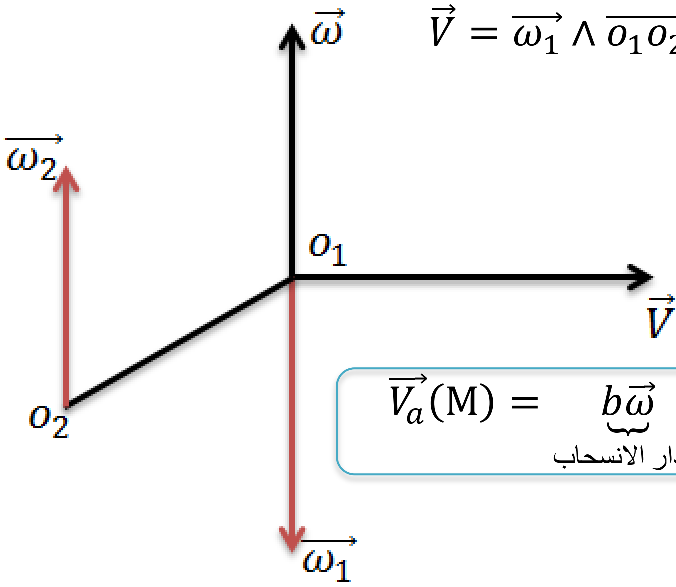
مرتبطين خطيا $\Leftarrow \vec{V} = b\vec{\omega}$ ومنه فالحركة لولبية بسيطة

سرعة النقطة تعطى بالعلاقة : $\boxed{\vec{V_a}(M) = b\vec{\omega} + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{oM}}$

2- إذا كان $\vec{V} \perp \vec{\omega}$

نفرق الانسحاب $(\vec{V_1})$ إلى دورانين $(\vec{\omega_1})$ و $(\vec{\omega_2})$ بحيث $(\vec{\omega_1})$ نختاره معاكس مباشرة لـ $(\vec{\omega})$ وهي o_1 ويساويه و $(\vec{\omega_2})$ يطبق في نقطة (o_2) ويوازي $(\vec{\omega})$ ويساويه بحيث يشكل $(\vec{\omega_1})$ مع $(\vec{\omega_2})$ مزدوجة ذراعها $(\overrightarrow{o_1o_2})$

$$\vec{V} = \vec{\omega_2} \wedge \overrightarrow{o_2o_1} \quad \underbrace{\vee}_{\text{أو}} \quad \vec{V} = \vec{\omega_1} \wedge \overrightarrow{o_1o_2}$$



فالمحصلة العامة هي $(\vec{V_a})$

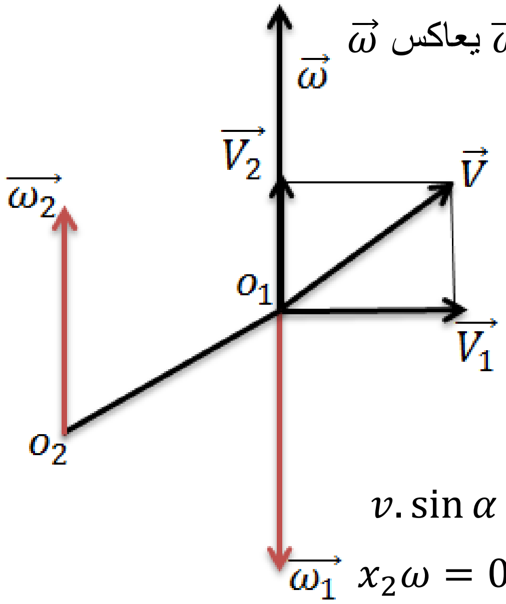
$$\boxed{\vec{V_a}(M) = \underbrace{b\vec{\omega}}_{\text{مقدار الانسحاب}} + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{o_2M} \ ; \vec{\omega} = \vec{\omega_2}}$$

3- $(\vec{V})$ يصنع زاوية مع $(\vec{\omega})$ مقدارها (α)

نفرق $(\vec{V})$ إلى انسحابين $(\vec{V_1})$ و $(\vec{V_2})$

بحيث $\vec{V_1} \perp \vec{\omega}$ و $\vec{V_2} // \vec{\omega}$

$$\vec{V_1} = v.\sin\alpha\, \vec{\imath_1}$$
$$\vec{V_2} = v.\cos\alpha\, \vec{\jmath_1}$$



نفرق $(\vec{V})$ إلى دورانين $(\vec{\omega_1})$ و $(\vec{\omega_2})$ بحيث $\vec{\omega}//\vec{\omega_2}$ و $\vec{\omega_1}$ يعاكس $\vec{\omega}$

$$\Rightarrow \vec{V_1} = \vec{\omega_2} \wedge \overrightarrow{o_2o_1}$$

لكن : $\vec{V_1} = \vec{\omega_2} \wedge \overrightarrow{o_2o_1} = \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{o_2o_1}$

$$v.\sin\alpha\, \vec{\imath_1} = \begin{vmatrix} \vec{\imath_1} & \vec{\jmath_1} & \vec{k_1} \\ 0 & \omega & 0 \\ 0 - x_2 & 0 - y_2 & 0 - z_2 \end{vmatrix}$$

$$v.\sin\alpha\, \vec{\imath_1} = -\omega z_2 \vec{\imath_1} + x_2 \omega \vec{k_1}$$

بالمطابقة نجد :

$$v.\sin\alpha = -z_2\omega \Rightarrow z_2 = \frac{-v.\sin\alpha}{\omega}$$

$$x_2\omega = 0 \Rightarrow x_2 = 0 \ , \ y_2 = 0 \ ; \ \forall y_2$$

$$o_2\left(0,0,\frac{-v.\sin\alpha}{\omega}\right)$$

o_2 نقطة التطبيق لـ $(\overrightarrow{\omega_2})$

نأخذ محصلة الانسحاب $\vec{\omega} \parallel \overrightarrow{V_2}$

$$v.\cos\alpha = b\omega$$

$$b = \frac{v.\cos\alpha}{\omega}$$

الحركة المحصلة هي حركة انسحاب ودوران

$$\boxed{\Longrightarrow \overrightarrow{V_a}(\mathrm{M}) = b\vec{\omega} + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{o_2M}}$$

الحركة لولبية بسيطة .

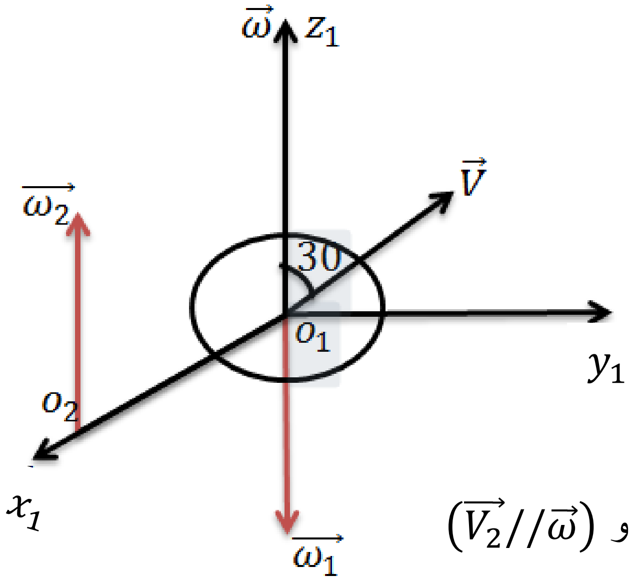
مسألة

تدور أسطوانة دائرية حول محورها بسرعة زاويّة $(\vec{\omega})$ وتنسحب مع محورها بسرعة $(\vec{V})$ تصنع زاوية $(\alpha = 30)$ ، **والمطلوب :**

-1 عين عناصر الحركة المحصلة .

-2 اكتب عبارة السرعة المطلقة لنقطة ما من الأسطوانة .

الحل



-1 نفرق $(\vec{V})$ إلى $(\overrightarrow{V_1} \perp \vec{\omega})$ و $(\overrightarrow{V_2} // \vec{\omega})$

حيث :

$$\overrightarrow{V_1} = v.\sin 30\,\overrightarrow{J_1} \Longrightarrow \overrightarrow{V_1} = \frac{v}{2}\overrightarrow{J_1}$$

$$\overrightarrow{V_2} = v.\cos 30\,\overrightarrow{k_1} \Longrightarrow \overrightarrow{V_2} = \frac{\sqrt{3}v}{2}\overrightarrow{k_1}$$

نفرق $\overrightarrow{V_1}$ إلى دورانين متتاليين الأول $(\overrightarrow{\omega_1})$ يعاكس مباشرة $(\vec{\omega})$ والثاني $(\overrightarrow{\omega_2} \parallel \vec{\omega})$ ومطبق في (o_2)

$$\overrightarrow{V_1} = \overrightarrow{\omega_2} \wedge \overrightarrow{o_2o_1} \Longrightarrow \overrightarrow{V_1} = \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{o_2o_1}$$

$$\Rightarrow \frac{v}{2}\overrightarrow{J_1} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\imath_1} & \overrightarrow{J_1} & \overrightarrow{k_1} \\ 0 & 0 & \omega \\ -x_2 & -y_2 & -z_2 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \frac{v}{2}\overrightarrow{J_1} = \omega.y_2\overrightarrow{\imath_1} - x_2.\omega\overrightarrow{J_1} + 0\overrightarrow{k_1}$$

بالمطابقة نجد :

$$y_2 = 0 \quad , -x_2.\omega = \frac{v}{2} \Rightarrow x_2 = -\frac{v}{2\omega} \quad , z_2 = 0 \quad ; \quad \forall\, z_2$$

$$o_2\left(-\frac{v}{2\omega}, 0\,, 0\right)$$

نحسب خطوة اللولب من $(\overrightarrow{V_2})$

$$\overrightarrow{V_2} \parallel \vec{\omega}$$

$$\frac{\sqrt{3}v}{2}\overrightarrow{k_1} = b.\omega\overrightarrow{k_1} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{v}{\omega}$$

إن الحركة لولبية بسيطة وإن شعاع دوران $\vec{\omega}$ ونقطة التطبيق هي o_2

-2 ايجاد سرعة أي نقطة من الاسطوانة ولتكن $M(x, y, z)$ من العلاقة التالية :

$$\overrightarrow{V_a}(M) = b\vec{\omega} + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{o_2M}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{V_a}(M) = \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{v}{\omega}\vec{\omega} + \begin{vmatrix} \overrightarrow{\imath_1} & \overrightarrow{J_1} & \overrightarrow{k_1} \\ 0 & \omega & 0 \\ x - x_2 & y - y_2 & z - z_2 \end{vmatrix}$$

انتهت المحاضرة

من يحبك يرى فيك جمالاً لم تره أنت في نفسك

إعداد: محمد علي فليون ** لمى حبشية