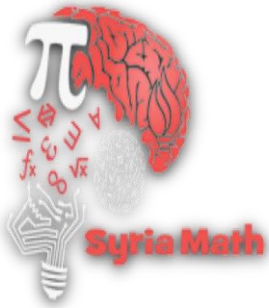


نظري

◄ دكتور المادة: ريما القمحة

◄المحاضرة : التاسعة عنوان المحاضرة : **Relations**

ما زلنا في النص الذي بدأنا في و سنكمل اليوم في عرضه و ترجمته ....

بعض المفردات هامة لفهم النص

Partitions	تجزئات	Concurrence	تطابق – توافق
Subdivision	تقسيم	Is parallel to	موازٍ لـ
Non overlapping	غير متقاطعة	Anti-symmetric	تخالفية
precisely	على وجه الدقة –بدقة تامة	Desired	منشود (مطلوب)
Nonempty	غير خالية	Properties	خصائص
Mutually disjoint	منفصلة مثنى مثنى	n-ary	متعددة الأطراف ذات nأطراف
Collection	أسرة – جماعة –تجمع	n-tuple	نسق مؤلف من nمركبة
Cells	خلايا	Ordered n-tuple	أنساق مرتبة من nمركبة
Equivalence	تكافؤ	ternary	ثلاثية الأبعاد
Reflexive	انعكاسية	Alike	متشابهة
Symmetric	تناظرية	Itself	بحد ذاته
Transitive	متعدية	Euclidean plane	المستوي الإقليدي
Classification	تصنيف - فرز	Similarity	تشابه
fixed	ثابت	Does not imply	لا يعطي
integer	عدد صحيح	Congruent modulo m	متوافقين حسب باقي القسمة على m
Equivalence class	صف تكافؤ	Quotient	مجموعة الخارج
fundamental	اساسي	Partial	جزئي

2.8 PARTITIONS

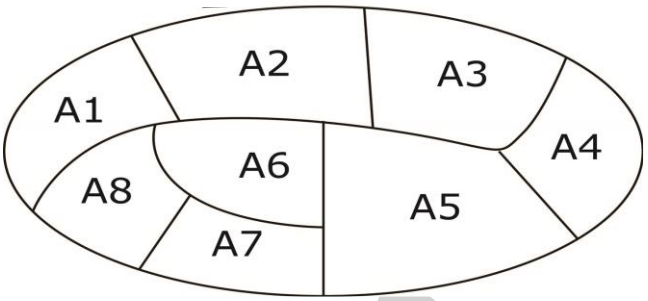
Let S be any nonempty set . A ***partition*** of S is a subdivision of S into nonoverlapping , nonempty subsets.

Precisely a partition of S is collection $\{A_i\}$ of nonempty subsets of S such that:

(i) Each a in S belongs to one of the A_i

(ii) The sets of $\{A_i\}$are mutually disjoint ; that is , if $A_i \neq A_j$ *then* $A_i \cap A_j = \emptyset$

The subsets in partition are called cells . Figure 2-6 is Venn diagram of a partitions of the rectangular set of points into five cells



المقطع السابق هام كفراغات

EXAMPLE 2.8 :Consider the following collections of subsets of S={1,2,...,8,9}

(i) {{1,3,5},{2,6},{4,8,9}}

(ii){{1,3,5},{2,4,6,8},{5,7,9}}

(iii){{1,3,5},{2,4,6,8}.{7,9}}

Then (i) is not a partitions of S since 7 in S does not belong to any of the subsets. Furthermore , (ii) is not a partition of S since {1,3,5} and {5,7,9} are not disjoint . on the other hand , (iii) is a partition of S.

2.9EQUIVALENCE RELATIONS

A relation R on a set S is called an equivalence relation if R is reflexive , symmetrical and transitive (see section 2.8). the general idea behind an equivalence relation is that it is a classification of objects which are some way "alike " Example 2.7(b) shows that equality is itself an equivalence relation. We list other equivalence relations in Example 2.9

EXAMPLE 2.9

قد يأتي كفراغات

(a) consider the set L of lines and the set T of triangles in the Euclidean plane . The relation " is parallel to or equal to" is an equivalence relation on L. and congruence and similarity are equivalence relations on T.

(b) the classifications of animals by species , that is , the relation" is of the same species as " is an equivalence relation on the set of animals.

(c) The relation $\subset$ of set inclusion is not an equivalence relation. It reflexive and transitive, but it is not symmetric since $A \subset B$ does not imply $B \subset A$

(d) Let m be a fixed positive integer . Tow integers a and b are said to be congruent modulo m , written $a \equiv b(mod\ m)$

Syria Math Team

If m divides a-b . for example , for m=4 we have 11≡3(mod 4)since 4 divides 11-3 , and 22≡6(mod 4) since 4 divides 22-6 . we prove in problem 2.16 that congruence modulo m is an equivalence relation .

2.10 EQUIVALENCE RELATIONS AND PARTITIONS

قد يأتي كفراغات

Let R be an equivalence relation in a set A and , for each $a \in A$, let[a] , called the equivalence class of A , be the set of elements to which a is related :

$$[a] = \{x : (a, x) \in R\}$$

The collection of equivalence classes of A , denoted by A/R , is called the quotient of A by R : A/R={[a] : a∈ A}

The fundamental property of a quotient set is contained in the following theorem .

2.11PARTIAL ORDERING RELATIONS

We Define another important class of relations. A relation R on a set S is called partial ordering on S if R is reflexive , anti-symmetric and transitive .

We shall study partial orderings in more detail in Chapter 10 , so here we will simply give some examples .

EXAMPLE2.11

(a) the relation ⊂ of set inclusion is a partial ordering on any collection of sets since set inclusion has the three desired properties . that is , (i)A⊂ A, (ii)if A⊂ B and $B \subset A$ $then$ $A = B$, and (iii)if $A \subset B$ and $B \subset C$ $then$ $A \subset C$.

(b) The relation ≤ on the real numbers R is Reflexive , anti-symmetric and transitive . Thus ≤ is a partial ordering.

2.12 N–ARY RELATIONS

So far we have only discussed binary relations . An n-ary relation is a set of ordered n-tuples. If S is a set , a subset of S^n is calld an n-ary relation on S . In particular ,a subset of S^3 is called a ternary relation on S

الترجمة :

مرحباً بكم أصدقائي ، سننهي في هذه المحاضرة الفصل الثاني من مقررنا (العلاقات) ، لنبدأ بالمحاضرة القادمة فصل جديد.... لنبدأ :

Syria Math Team

٢ .٨ *التجزئات*: لتكن S مجموعة غير خالية ، نسمي " تجزئة" للمجموعة S هي تقسيم من S في مجموعات غير متقاطعة و غير خالية .

بدقة تامة ، نعرف تجزئة S على أنها الجماعة $\{A_i\}$من المجموعات الجزئية غير الخالية من S هذا يعني:

(i)كل a من S تنتمي إلى واحدة من A_i

(ii)تكون المجموعات الجزئية $\{A_i\}$منفصلة مثنى مثنى إذا كان $A_i \neq A_j$ عندئذٍ $A_i \cap A_j = \emptyset$

-تسمى المجموعات الجزئية في التجزئة بالخلايا . كما في الشكل ٢-٦ و الذي هو مخطط فين لتجزئة مجموعة مستطيلة من النقاط مجزئة لخمس خلايا.

مثال ٢-٨: لتكن لدينا الجماعات التالية من المجموعات الجزئية من $S = \{1,2,3, \dots ,9\}$

(i) $\{\{1,3,5\},\{2,6\},\{4,8,9\}\}$
(ii) $\{\{1,3,5\},\{2,4,6,8\},\{5,7,9\}\}$
(iii) $\{\{1,3,5\},\{2,4,6,8\},\{5,7\}\}$

-عندها تكون (i) ليست تجزئة لـ S لأن 7 تنتمي لـ S و لا تنتمي إلى أي من هذه المجموعات الجزئية . إضافة لذلك ، (ii) لا تشكل تجزئة لـ Sلأن $\{1,3,5\},\{5,7,9\}$ غير منفصلتين . من جهة أخرى (iii) هي تجزئة لـ S

٢– ٩ علاقات التكافؤ :

تدعى العلاقة R على مجموعة S " علاق تكافؤ " إذا كانت العلاقة R علاقة انعكاسية و تناظرية و متعدية (راجع المقطع ٢-٨)

- الفكرة العامة من علاقة التكافؤ هذه هي تصنيف الأغراض المتشابهة بحيث تكون متشابهة بشكل معين . يبين المثال ٢-٧ (b) أن التساوي هي بحد ذاتها علاقة تكافؤ . سنسرد علاقات تكافؤ أخرى في المثال ٢-٩

مثال ٢-٩ : (a) لتكن لدينا المجموعة L مجموعة الخطوط و لتكن T مجموعة المثلثات في المستوي الإقليدي . العلاقة " يوازي أو يساوي لـ " هي علاقة تكافؤ على المجموعة L و التوافق و التشابه هي علاقات تكافؤ على T .

(b)تصنيف الحيوانات وفقاً لأنواعها حيث أن العلاقة " تكون من نفس النوع " هي علاقة تكافؤ على مجموعة الحيوانات .

Syria Math Team

(c)علاقة الاحتواء للمجموعات $\subset$هي ليس علاقة تكافؤ . إنها انعكاسية و متعدية و لكنها ليست تناظرية لأن $A \subset B$ لا يعطي أن تكون $A \subset B$.

(d)ليكن m عدد صحيح موجب ثابت . يقال عن العددين الصحيحين aوb أنهما متوافقان حسب باقي القسمة m و تكتب بالشكل : $a \equiv b(mod\ m)$ إذا كانت m تقسم $a-b$

على سبيل المثال : من أجل $m=4$ عندئذٍ سيكون لدينا $11 \equiv 3\ (mod\ 4)$ لأن 4 تقسم $11-3$ و $22 \equiv 6(mod\ 4)$ لأن 4 تقسم $22-6$

-برهنا في المسألة ٢-١٦ أن التوافق حسب باقي القسمة لـ m هي علاقة تكافؤ

٢-١٠ علاقات التكافؤ و التجزئات :

لتكن R علاقة تكافؤ على مجموعة A و من أجل كل عنصر $a \in A$ و ليكن لدينا $[a]$ يدعى صف تكافؤ A و الذي هو مجموعة العناصر التي ترتبط بـ a وفق العلاقة :

$$[a] = \{x: (a, x) \in R\}$$

الجماعة (التجمع) من صفوف التكافؤ لـ A يرمز له بـ A/R و يدعى مجموعة الخارج لـ Aبواسطة R

$$A/R = \{[a]: a \in A\}$$

الخاصة الأساسية لمجموعة الخارج موجودة في النظرية التالية .

٢-١١علاقات الترتيب الجزئي :

نعرف صفاً مهماً آخر من العلاقات . تدعى العلاقة Rعلى المجموعة S"علاقة ترتيب جزئي " على Sإذا كانت Rانعكاسية و تخالفية و متعدية.

و سندرس علاقة الترتيب الجزئي بشكل أعمق في الفصل العاشر ، لذلك ستعطي ببساطة بعض الأمثلة .

مثال ٢-١١:

(a) العلاقة $\subset$احتواء المجموعات هي علاقة ترتيب جزئي على أي جماعة من المجموعات لأن احتواء المجموعات لها ثلاث خواص منشودة (مطلوبة)
وهي : ١- $A \subset A$من أجل كل مجموعة A
٢- إذا كان $A \subset B$و$B \subset A$عندها $A = B$
٣-إذا كان $A \subset B$ و $B \subset C$عندها $A \subset C$

(b) العلاقة $\leq$على مجموعة الأعداد الحقيقية R هي علاقة انعكاسية و تخالفية و متعدية و منه $\leq$ هي علاقة ترتيب جزئي

٢-١٢ علاقات ذات البعد n (متعددة الأطراف)

-إلى حد الآن ، ناقشنا فقط العلاقات الثنائية . " العلاقات متعددة الأطراف " هي مجموعة ذات أنساق مرتبة بعدها n .

إذا كانت Sمجموعة ، المجموعة الجزئية من S^nتدعى علاقة ذات n طرف على S(متعددة الأطراف) .
بشكل خاص ، تدعى المجموعة الجزئية من S^3 " علاقة ثلاثية الأبعاد" على S

Equivalence relation (علاقة تكافؤ)

1-reflexive (انعكاسية)

2-symmetric (تناظرية)

3-transitive(متعدية)

Partial ordering relation (علاقة ترتيب جزئي)

1-reflexive (انعكاسية)

2-Anti-symmetric (تخالفية)

3-transitive(متعدية)

ملاحظة:

يعد هذا الفصل هام جداً للامتحان بكل ما يحتويه من مفردات و مصطلحات و كل ما هو مؤشر عليه هام جداً

و بهذا نكون أنهينا الفصل الثاني

انتهت المحاضرة

إعداد: سهى العلي – نذير تيناوي