◄ دكتور المادة: ريما القمحة

◄المحاضرة: العاشرة   عنوان المحاضرة : function

بعد أن أنهينا الفصل الثاني سنبدأ بالفصل الثالث من مقررنا و هو (التوابع)

بعض المفردات هامة لفهم النص

Functions	توابع	Unique	فريد-وحيد
Concepts	مفاهيم	Domain	منطلق
Appear	يظهر	Codomain	مستقر
Major role	دور رئيسي	Image	مستقر فعلي
Transformation	تحويلات	Notation	ملاحظة
Determined	يحديد	Independent	مستقل
Background	خلفية	Variable	متحول
Investigate	نبحث- ندرس	Dependent	غير مستقل _تابع
Elementary	أولية _بدائية	Obvious	واضحة
Assigned	يسند -يعطي	Identity function	تطبيق مطابق

Functions

INTRODUCTION

ONE of the most important concepts in mathematics is that of a function . This concept appears and plays a major role in all branches of mathematics . The terms "map" "mapping", "transformation" and many others are sometimes used instead of "function", the choice of which word to use in a given situation is usually determined by tradition and by the mathematical background of the person using this term.

In this chapter we will investigate elementary properties of functions

FUNCTIONS

Suppose that to each element of a set A there is assigned a unique element of a set B ,the collection of such assignments is called a function from A into B . The set A is called the domain of the function , and the set B is called the codomain .

We usually represent a function by a letter , e.g .f,g, etc If f is a function from A to B ,

$$f: A \to B$$

Which is read " f takes (or maps) A into B " .if $a \in A$, then the unique element of B which the function f assigns to a is called the image of a under f , or the value of f at a , and is designated by f(a)

(read f of a) . The set of all such image values is called the image of f and is denoted by Im (f) or f(A) . Observe that Im (f) is a subset (perhaps a proper subset) of B .

IF a function f can be expressed by a mathematical formula , then there are several ways in which the function f may be described . For example , suppose f is the function from R into R which sends each real number into its square ;then f may be described by any of the following:

$$f(x) = x^2 \quad or\ x \mapsto x^2 \quad or \quad y = x^2$$

Here the barred arrow $\mapsto$ is read "goes into " . In the last notation , x is called the independent variable and y is called the dependent variable since the value of y will depend on the value that x takes .

Remark : Whenever a function f is given by a formula using the independent variable x , as above , we assume unless otherwise stated or implied that f is a function from R (or the largest subset of R for which f has meaning) into R .

EXAMPLE 3.1.

(a)consider the function f(x)=x^3 , i.e. f assigns to each real number its cube . Then the image of 2 is 8 , and so we may write f(2)=8 (By convention, f is a function from R into R)

(c)Figure 3-1 defines a function f from A={a,b,c,d} into B={r,s,t,u} in the obvious way , Here f(a)=s f(b)=u f(c)=r f(d)=s

The image of f consists of ithe mage values ; hence

$$Im(f) = \{r, s, u\}$$

Note that t does not belong to the image of f because t is not .the

Image of any element under f .

التطبيق المطابق

(d)Let A be any set . The function from A into A which assigns to each element itself is called the identity function on A and is usually denoted by 1_A or simply 1. In other words

$$1_A(a) = a$$

For every element a in A

الترجمة :

التوابع

٣.١ مقدمة :

أحد أهم المفاهيم الرياضية في الرياضيات هي التوابع ز هذا المفهوم يظهر و يلعب دوراً أساسياً في كل فروع الرياضيات . إن المصطلحات " خريطة" " تخطيط" "رسم خرائط" و "تحويل" و العديد من المصطلحات الأخرى تستخدم في بعض الأحيان بدلاً من " تابع" . إن اختيار أي من هذه الكلمات يجب استخدامها في حالة معينة يحدد عادة حسب الأعراف و حسب الخلفية الرياضية للشخص الذي يستخدم هذه المصطلحات . سنبحث في هذا الفصل الخصائص الأولية (الأساسية) للتوابع.

٣.٢ التوابع :

لنفرض أنه لكل عنصر من المجموعة A يعطى (يسند) عنصر وحيد من مجموعة B.

تجمع كل هذه المعطيات (الاسنادات) يدعى دالة من A إلى B .

تدعى المجموعة A منطلق الدالة ، تدعى المجموعة B مستقر هذه الدالة .

عادةً يتم تمثيل الدوال من خلال الأحرف ، على سبيل المثال f, g ,.....

- إذا كانت f تمثل دالة من A إلى B عندها نكتب $f: A \to B$ حيث أنها تقرأ (f تأخذ "تصور" A إلى B) إذا كان $a \in A$ عندها العنصر الوحيد من B و الذي يسند الدالة f إلى العنصر a و يطلع عليه صورة a وفق الدالة f أو قيمة f بالنسبة لـ a و هي تمثل (تكتب) f(a) و تقرأ f الـ a . إن مجموعة كل قيم الصور تدعى صورة الدالة f (المستقر الفعلي) و يرمز لها بـ Im(f) أو f(A) . نلاحظ أن Im(f) هي مجموعة جزئية (ربما محتواة تماماً) في B .
- إذا كان بالإمكان التعبير عن الدالةf بصيغة رياضية ، عندها يكون هنالك العديد من الطرق و التي يمكن من خلالها وصف الدالة بها مثل :

$$f(x) = x^2 \quad \text{أو} \; x \mapsto x^2 \quad \text{أو} \; y = x^2$$

هنا ، هذا السهم (الموجّه) يتم قراءته " يذهب إلى "

في الملاحظة الأخيرة : إن x ادعى " المتحول المستقل "
و y يدعى " المتحول المرتبط" (غير المستقل) التابع

ملاحظة : كلما أعطيت دالة f بصيغة يستخدم فيها المتحول المستقل x

كما في الأعلى ،نفترض ما لم يذكر خلاف ذلك أن f هي دالة من R (أو أكبر مجموعة جزئية في R من أجل كل دالة f لها معنى) إلى R

مثال ٣.١ :

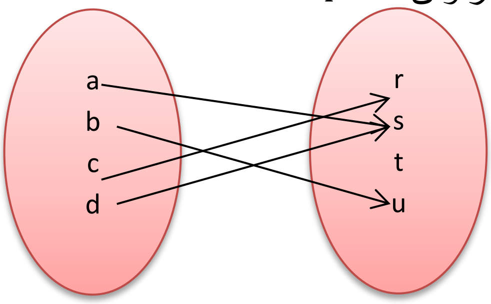
(a)لتكن لدينا الدالة $f(x) = x^3$ ، هذا يعني أن f تسند (تعطي) لكل عدد حقيقي مكعبه . عندها تكون صورة العدد 2 هي 8 و أيضاً يمكننا كتابة $f(2) = 8$ و للسهولة (بالاتفاق) إنّ f هي دالة من R إلى R .

(c)الشكل ١-٣ يعرف الدالة f من المجموعة A={a,b,c,d} إلى B={r,s,t,u} بطريقة واضحة ، هنا :

$$f(a) = s \,, f(b) = u \;\;, f(c) = r \;\;, f(d) = s$$

إن صورة f (المستقر الفعلي) تتألف من قيم الصور و بالتالي $Im(f) = \{r, s, u\}$

لاحظ أن t لا تنتمي إلى صورة الدالة f لأنها ليست صورة لأي عنصر وفق الدالة f



(d)لتكن A مجموعة ما ، الدالة من A إلى A و التي تربط (تسند) كل عنصر إلى نفسه يطلق عليها " التطبيق المطابق" على A و عادة يرمز لها 1_A أو ببساطة 1 بمعنى آخر $1_A(a) = a$ من أجل كل عنصر a في A

انتهت المحاضرة

إعداد: سهى العلي – نذير تيناوي