المحاضرة الخامسة عشر 2017/11/22

* التراص :

1- من أي تغطية مفتوحة يمكن استخراج تغطية جزئية منتهية إذا كانت $X=\bigcup_{\alpha\in L}\theta_\alpha$ فيوجد $\alpha_1,\alpha_2,\dots\alpha_n$ بحيث $X=\theta_{\alpha_1}\cup\dots\cup\theta_{\alpha_n}$

2- " " " إذا كانت $\phi=\bigcap_{\alpha\in L}F_\alpha$ فتوجد $\alpha_1,\dots\alpha_n$ بحيث $\phi=F_{\alpha_1}\cap\dots\cap F_{\alpha_n}$

3- كل مرشحة أعظمية تكون متقاربة .

4- " شبكة " " "

5- " مرشحة لها نقطة تجمع (نقطة ملاصقة)

6- " شبكة " " "

1 ⇐ 3

البرهنة 3 ⇐ 6 :

الفرض : (X,e) ف تراص f مرشحة أعظمية

المطلب : $\exists x\in X : f\to x$

نفرض الآن مؤقتاً أن (المطلب غير محقق)

$\forall x\in X : f\not\to x$

$\exists\ \theta_x : \theta_x\notin f$ (then $\theta_x^c\in f$)

جوار مفتوح لـ x

$X=\bigcup_{x\in X}\theta_x$ بما أن $\{\theta_x\}_{x\in X}$

$\exists x_1,x_2,\dots x_n\in X$

$X=\hat{\bigcup_{k=1}}\ \theta_{x_k}$

$\phi=\hat{\bigcap_{k=1}^{n}}\ \theta_{x_n}^c\in f$

ولكن $\phi\notin f$ وهذا الفرض الذي افترضناه خاطئ

* (منفصلتان) sperated

$A,B\subseteq X$, $A\neq\phi$, $B\neq\phi$

$A\cap\bar{B}=\phi$, $B\cap\bar{A}=\phi$

Scanned by CamScanner

مثال

$A =]0,1[$ $\quad B =]1,2[$ $\quad C = [2,3[$

$\bar{A} = [0,1]$ $\quad \bar{B} = [1,2]$ $\quad \bar{C} = [2,3]$

$\bar{A} \cap B = \phi$ $\quad A \cap \bar{B} = \phi$ منفصلتان تبولوجياً

$\bar{B} \cap C = \{?\} \Rightarrow B, C$ ليستا منفصلتان تبولوجياً

الغير

* تعريف المجموعة المترابطة:

(X, τ)

$\exists\ \theta_1, \theta_2 \in \tau_X$

$\theta_1 \cap A \neq \phi$, $\theta_2 \cap A \neq \phi$

$A \subseteq \theta_1 \cup \theta_2$

$\theta_1 \cap \theta_2 \subseteq A^c$, $\theta_1 \cap \theta_2 \cap A = \phi$

مثال:

$X = \{a,b,c,d,e\}$

$\tau = \{\phi, X, \{a\}, \{c,d\}, \{a,c,d\}, \{c,b,d,e\}\}$

1- هل X مترابط؟

لا غير مترابط لأنا $X = \{a\} \cup \{c,b,d,e\}$

2- هل $A = \{a,d,e\}$ مترابطة أم لا؟

$\tau_A = \{\phi, A, \{a\}, \{d\}, \{a,d\}, \{d,e\}\}$

$A = \{a\} \cup \{d,e\}$

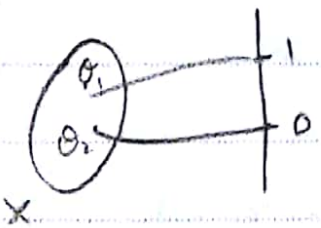
A غير مترابطة

(برهنة 4 ص 53)

* برهنان الشرط اللازم والكافي أن يكون الشرط الأول يكافئ الشرط السادس للترابط.

الفرض: (X, τ) ف .ط. مترابط

$f: (X, \tau) \to D = \{0,1\}$ مستمر.



المطلب f ليس غامر

الإثبات: لو فرضنا أن f مستمر وغامر

$\theta_1 = \{x : f(x) = 1\}$ مفتوحة لأن الصورة العكسية لمفتوحة مفتوحة

$\theta_2 = \{x : f(x) = 0\}$

$\theta_1 \cap \theta_2 = \phi$

$\theta_1 \cup \theta_2 = X$

Scanned by CamScanner

(وظيفة ليوم الأحد)

الفرض: لايوجد $f: X \to \{0,1\}$ غير ثابت

المطلوب: (X, τ) في حالة

- هل R مترابط بالنسبة للتوبولوجيا $\tau_{[a,b[}$ ؟

مفتوحة ومغلقة بآن معاً

$A = [0,1[$

$A^c =]-\infty, 0[\cup [1, \infty[$

مفتوحة مفتوحة

المتمم غير مترابط

- هل $(R, \tau_{]a,b]})$ مترابط ؟

لا: نأخذ $A =]0,1]$ هي مغلقة ومفتوحة معاً

Scanned by CamScanner