◄ دكتور المادة: ريما القمحة

نظري

◄ المحاضرة: الحادية عشر

عنوان المحاضرة: **function**

بعد أن أنهينا الفصل الثاني سنبدأ بالفصل الثالث من مقررنا و هو (التوابع)

بعض المفردات هامة لفهم النص

Functions	دوال-توابع	Specifies	تحقق
Concepts	مفاهيم	Assignment	إسناد
Appear	يظهر	Itself	بحد ذاته
Major role	دور رئيسي	polynomial	كثيرة حدود
assigned	يسند – يعطي	plot	رسم
Consider	يعتبر	approximated	تقريب
Distinguish	يميز – يفرق	computed	حساب – محسوب
Graph	بيان-مخطط بياني	smooth	أملس- انسحابي
basic	أساسي	Curve	منحني
Property	خاصة	various	متعدد
Corresponding	مرافقة – مقابلة	Terminology	مصطلح
Codomain	المستقر	Except	ما عدا
coordinate	مسقط-مركبة	pictorial	بياني
Barred arrow	$\mapsto$	Another point of view	من وجهة نظر أخرى

Graph Of a Function

GRAPH OF A FUNCTION

There is another point of view from which functions may be considered . First of all, every function $f: A \to B$ gives rise to relation from A to B called the graph of f and defined by : Graph of f $=\{(a,b): a \in A, b = f(a)\}$

Two functions $f: A \to B$ and $g: A \to B$ are defined to be equal , written f=g if f(a)=g(a) for every a∈A ; that is , if they have the same graph . Accordingly , we do not distinguish between a function and its graph.

The graph of a function $f: A \to B$ has the following basic property:

Each $a \in A$ belongs to a unique ordered pair (a,b) in the relation. $(*)$

On the other hand , suppose if f is a relation from A to B satisfying $(*)$. Then f specifies an assignment of an element $b \in B$ to each $a \in A$; namely , if (a,b)$\in f$ then b is assigned to a. in other words , f is a function from A into B . Accordingly , the concepts of functions and of relations satisfying $(*)$ are one and the same . in fact , some texts define a function as a relation satisfying $(*)$.

Although we do not distinguish between a function and its graph , we will still use the terminology "graph of f" when referring to f as a set of ordered pairs. Moreover , since the graph of f is a relation , we can draw its picture as we done for relations in general. And this pictorial representation is itself sometimes called the graph of f . Also , the defining condition of a function , that each $a \in A$ belongs to a unique pair (a,b) in f is equivalent to <u>the geometrical condition of each vertical line intersecting the graph in exactly one point.</u>

EXAMPLE 3.2.

(a)let $f: A \to B$ be the function defined in example 3.1(a). Then the graph of f is the following set of ordered pairs: {(a,s),(b,u),(c,r),(d,s)}

(b)consider the following relations on the set A={1,2,3} :

$$f = \{(1,3), (2,3), (3,1)\}$$
$$g = \{(1,2), (3,1)\}$$
$$h = \{(1,3), (2,1), (1,2), (3,1\ )\}$$

f is a function from A into A since each member of A appears as the first coordinate in exactly one ordered pair in f : here f(1)=3 , f(2)=3 and f(3)=1 . g is not a function from A into A since 2 $\in A$ is not the first coordinate of any pair in g and so g does not assign any image to 2 . also h is not a function from A into A since 1$\in A$ appears as the first coordinate of two distinct ordered pairs in h , (1,3) and (1,2) . if h is to be a function it cannot assign both 3 and 2 to the element 1$\in A$.

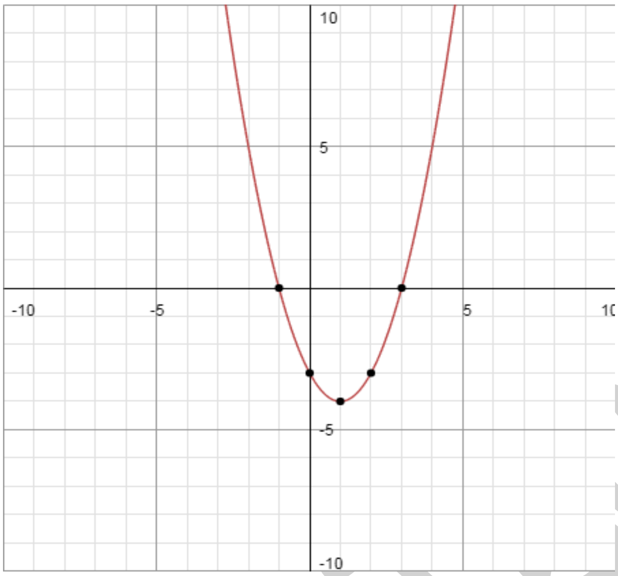
By a real polynomial function. We mean a function $f: R \to R$ of the form :

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

Where the a_i are real numbers .since R is an infinite set, it would be impossible to plot each point of the graph . However , the graph of such a function can be approximated by first plotting some of its points and then drawing a smooth curve through these points. The points are usually obtained from a table where various values are assigned to x and the corresponding values of $f(x)$ computed . Figure-3-2 illustrates this technique using the function f(x)=$x^2 - 2x - 3$

هامة

x	f(x)
-2	5
-1	0
0	-3
1	-4
2	-3
3	0
4	5



(d)**(composition function)** consider functions $f: A \to B$ and $g: B \to C$; that is , where the codomain of f is the domain of g then we may define a new function from A to C, called the composition of f and g and written gof , as follows :

(gof)(a)=g(f(a))

That is we find the image of a under f and then find the image of f(a) under g . this definition is not really new . if we view f and g as relations then this function is the same as the composition of f and g as relations (see section 2,6) except that here we use the functional notation gof for the composition of f and g instead of the notation fog which was used for relations

If $f: A \to B$ is any function then $fo1_A = f \quad and\ 1_B of = f$

Where 1_A and 1_B are the identity function on A and B respectively .

الترجمة :

بيان الدالة

٣.٣ بيان الدالة:

هناك وجهة نظر أخرى حول كيفية تمثيل الدالة .

بدايةً ، كل دالة $f: A \to B$ يمكن رفعها إلى العلاقة من A إلى B تدعى " بيان الدالة f " و يتم تعريفها كما يلي :

بيان الدالة : $f = \{(a,b): a \in A \ , b = f(a)\}$

توجد دالتين $f: A \to B$ و $g: A \to B$ معرفتان على أن تكونا متساويتين ، نكتب f=g إذا كان $f(a) = g(a)$ من أجل كل $a \in A$ و هذا يعني أنهما متساويتان إذا كان لهما نفس البيان .

-و بالتالي لا نميز (نفرّق) بين أي دالة و بيانها .

-إنّ بيان الدالة $f: A \to B$ له الخاصة الأساسية التالية : كل عنصر $a \in A$ هو عنصر ينتمي إلى زوج وحيد من الأزواج المرتبة (a, b) من العلاقة ....(*)

-من جهة أخرى ، سنفترض أن f هي علاقة من A إلى B تحقق (*) عندها إن f تحقق إسناد كل عنصر $b \in B$ إلى (يرتبط) كل عنصر $a \in A$ و هذا يعني إذا كان $(a, b) \in f$ عندها b أُسنِدَ إلى a.

- بعبارة أخرى ، إنّ f هي دالة من A إلى B و بالتالي مفاهيم الدوال و العلاقات التحقق الخاصة (*) هي واحدة و هي نفسها .

-في الحقيقية ، تعرِّف بعض النصوص دالة على أنها علاقة تحقق (*)

-على الرغم من أننا لا نفرق بين الدالة و بيانها سنستخدم التعبير(المصطلح) " بيان الدالةf " عند الإشارة إلىf على أنها مجموعة من الأزواج المرتبة .

- إضافة إلى ذلك ، لأن بيان الدالةf هو علاقة ، بإمكاننا رسم صورتها (مخططها) كما مر معنا في العلاقات بشكل عام .

و هذا التمثيل الصوري بحد ذاته يدعى أحياناً بـ بيان الدالةf

-أيضاً ، شرط تعريف الدالة الذي من أجل كل عنصر $a \in A$ ينتمي إلى زوج وحيد (a, b) في f . و يكافئ الشرط الهندسي لكل خط شاقولي يقطع البيان تماماً في نقطة واحدة .

مثال ٢.٣:

(a)لتكن لدينا الدالة $f: A \to B$ المعرفة في المثال (a) 3-1 عندها يكون بيان الدالة f هو المجموعة التالية من الأزواج المرتبة $\{(a, s), (b, u), (c, r), (d, s)\}$

(b)لتكن لدينا العلاقات التالية على المجموعة $A = \{1,2,3\}$

$$f = \{(1,3), (2,3), (3,1)\}$$
$$g = \{(1,2), (3,1)\}$$
$$h = \{(1,3), (2,1), (1,2), (3,1)\}$$

f هي دالة من A إلى A لأن كل عنصر من A يظهر كمسقط (مركبة) أولى في كل زوج مرتب من أزواج الدالة f .

هنا يكون $f(1) = 3 \quad , \quad f(2) = 3 \quad , f(3) = 1$

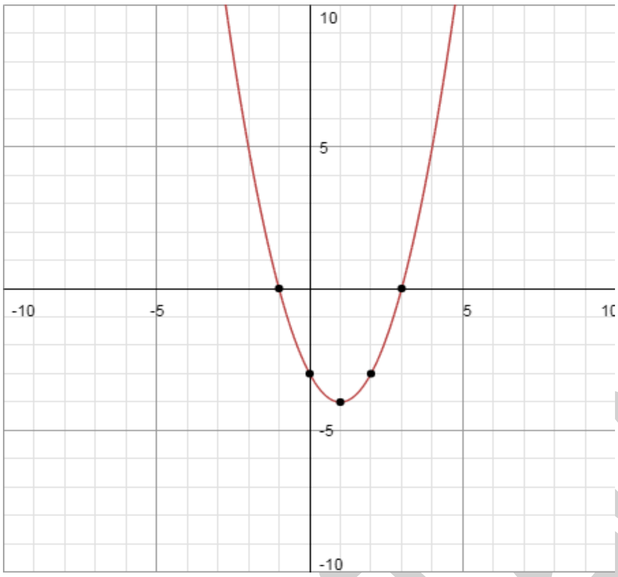
gليست دالة من A إلى A لأن $2 \in A$ و ليس المسقط (المركبة) الأولى لأي زوج من g ، هذا يعني أن g لا تعطي (تسند) أي صورة للعنصر 2 . أيضاً h ليست دالة من A إلى A لأن $1 \in A$ و يظهر كمسقط أول لزوجين مرتبين مختلفين في h و هما (1,3)و (1,2) . إذا كانت h دالة فهي لا تستطيع إسناد (إعطاء) كل من 2,3 إلى العنصر $1 \in A$

(c) من أجل كثيرة حدود حقيقية ، نعني بذلك دالة $f: R \to R$ من الشكل :

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

حيث أن a_i هي أعداد حقيقية . بما أن R هي مجموعة غير منتهية ، سيكون من المستحيل رسم (تعيين) كل نقطة من البيان .

x	f(x)
-2	5
-1	0
0	-3
1	-4
2	-3
3	0
4	5



-بكل الأحوال إن بيان كل دالة من الممكن تقريبه من خلال تعيين (رسم) بعضاً من نقاطه ثم رسم منحنٍ أملس (انسيابي) من خلال هذه النقاط . يمكن الحصول على النقاط عادةً من خلال جدول يحتوي على قيم مختلفةً مسندة إلى x و القيم المقابلة لها من f(x) المحسوبة. يوضح الشكل 2-3 الآلية مستخدماً الدالة
$f(x) = x^2 - 2x - 3$

(d)الدالة المركبة (تركيب دالة) ليكن لدينا الدوال $f: A \to B$ و $g: B \to C$ حيث مستقر الدالة f هو منطلق الدالة g. عندها يمكننا تعريف دالة جديدة من A إلى C يطلق عليها اسم (تدعى) " الدالة المركبة " (تركيب الدالتين f و g) و تكتب الشكل gof كما يلي : $(gof)_{(a)} \equiv g\big(f(a)\big)$

-ذلك يعني أننا نوجد صورة العنصر a وفقاً لـ f ثم نوجد صورة f(a) وفقاً لـ g . هذا التعريف حقيقيةً ليس بجديد.

-إذا عرفنا fوg على أنها علاقات ، عندها هذه الدالة هي نفسها تركيب fوg كعلاقات (راجع المقطع 2.6)

عدا أننا استخدمنا هنا الترميز العملي (المستخدم للدوال) gof من أجل تركيب fوg عوضاً عن الترميز fog الذي كان يستخدم للعلاقات .

-إذا كان $f: A \to B$ دالة ما عندها : $1_B o f = f \quad , \quad f o 1_A = f$

حيث 1_A و 1_B هي التطبيق المطابق لكل من A و B على الترتيب

انتهت المحاضرة

إعداد: سهى العلي – نذير تيناوي