نظري

◄ دكتورة المادة: رشا بعاج

◄ المحاضرة : الثانية عشر

مرحبا اصدقائي: نكمل معكم بحثنا الذي كان بعنوان "الاستيفاء بكثيرات الحدود"

الطريقة الأولى : طريقة لاغرانج

الطريقة الثانية : طريقة نيوتن

لنبدأ الآن :

الطريقة الثالثة (طريقة هرميت):

بفرض لدينا $[a,b]$ $\mathrm{x}_0, \mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2, \dots \dots, \mathrm{x}_\mathrm{n}\,; f \in$ أعداد مختلفة عندئذٍ فإن الحدودية الوحيدة التي درجتها أقل ما يمكن وتتفق مع f و ´f بالنقاط $\mathrm{x}_0, \mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2, \dots \dots, \mathrm{x}_\mathrm{n}$ هي حدودية هرميت من الدرجة 2n+1 لأن بطريقة نيوتن كان لدينا n+1 نقطة والحدودية أقل بدرجة أي تأخذ p_n فقط و (n+1) لا تظهر حيث عندما كان $\underbrace{(x_0, y_0)}_{\boxed{n+1}}$

أما بطريقة هرميت يدخل منا المشتق $(\underbrace{x_0, y_0}_{\boxed{n+1}},\ \underbrace{y_0`}_{\boxed{n+1}})$

نقوم بجمع 2n+2=(n+1)+(n+1) وبالتالي فإن 2n+2 لا تظهر بالحدودية إنما يظهر أقل منها بدرجة وبالتالي ستكون درجة الحدودية 2n+1 وتكون شكل الحدودية بعد الاستنتاج :

$$\begin{aligned} H_{2n+\,1} = a_0 + a_1(x-x_0) + a_2(x-x_0)^2 + a_3(x-x_0)^2(x-x_1) \\ + \ a_4(x-x_0)^2(x-x_1)^2 + \cdots \\ + a_{2n+\,1}(x-x_0)^2(x-x_1)^2(x-x_2)^2 \ \dots\dots (x-\mathrm{x}_{2n-1}) \end{aligned}$$

فكرة طريقة الحل من خلال الجدول (الجدول للفهم فقط) :

x_i	$f(x_i)$	الفروق المقسومة الأولى	الفروق المقسومة الثانية	الفروق المقسومة الثالثة
x_0	y_0			
		$\frac{y_0-y_0}{x_0-x_0}=\lim_{x\to x_0}\frac{y-y_0}{x-x_0}=y_0`$		
x_0	y_0		$\frac{\frac{y_1-y_0}{x_1-x_0}-y`_0}{x_1-x_0}$	
		$\frac{y_1-y_0}{x_1-x_0}$		$\frac{\frac{y_1`-\frac{y_1-y_0}{x_1-x_0}}{x_1-x_0}}{\frac{y_1`-\frac{y_1-y_0}{x_1-x_0}}{x_1-x_0}}$
x_1	y_1		$\frac{y_1`-\frac{y_1-y_0}{x_1-x_0}}{x_1-x_0}$	
		$\frac{y_1-y_1}{x_1-x_1}=y_1`$		
x_1	y_1			

مثال : أوجد تقريباً ل $f(0,434)$ باستخدام حدودية هرميت الموافقة للبيانات الواردة في الجدول الآتي :

K	x_k	$f(x_k)$	$f`(x_k)$
0	0.3	0.29552	0.95534
1	0.32	0,31457	0.94924
2	0.35	0.3429	0,93937

n=2 => 2n+1=5

i	x_i	$f(x_i)$	$f[x_i,x_{i+1}]$	$f[x_i,x_{i+1},x_{i+2}]$	$f[x_i,x_{i+1},x_{i+2},x_{i+3}]$		
0	0,3	0,29552					
			0,95534				
0	0,3	0,29552		$\frac{0{,}95250-0{,}95534}{0{,}32-0{,}3}$ $=-0{,}142$			
			$\frac{0{,}31457-0{,}29552}{0{,}32-0{,}3}$ $=0{,}95250$		$\frac{-0{,}163+0{,}142}{0{,}32-0{,}3}$ $=-1{,}05$		
1	0,32	0,31457		$\frac{0{,}94924-0{,}95250}{0{,}32-0{,}3}$ $=-0{,}163$		$\frac{-0{,}01332+1{,}05}{0{,}35-0{,}3}$ $=20{,}7336$	
			0,94924		$\frac{-0{,}163666+0{,}163}{0{,}35-0{,}3}$ $=-0{,}01332$		$\frac{-0{,}84492-20{,}7336}{0{,}35-0{,}3}$ $=-431{,}5704$
1	0,32	0,31457		$\frac{0{,}94433-0{,}94924}{0{,}35-0{,}32}$ $=-0{,}163666$		$\frac{-0{,}055566+0{,}01332}{0{,}35-0{,}3}$ $=-0{,}84492$	
			$\frac{034290-0{,}31457}{0{,}35-0{,}32}$ $=0{,}94433$		$\frac{-0{,}165333+0{,}163666}{0{,}35-0{,}32}$ $=-0{,}055566$		
2	0.35	0.34290		$\frac{0{,}93937-0{,}94433}{0{,}35-0{,}32}$ $=-0{,}165333$			
			0,93937				
2	0.35	0,34290					

$$\begin{aligned}H_5(x) = (0{,}29552) + (0{,}95534)(x-0{,}3) + (-0{,}142)(x-0{,}3)^2 \\ + (-1{,}05)(x-0{,}3)^2(x-0{,}32) + (20{,}7336)(x-0{,}3)^2(x-0{,}32)^2 \\ + (-431{,}5704)(x-0{,}3)^2(x-0{,}32)^2(x-0{,}35)\end{aligned}$$

الخطأ الأعظمي المرتكب في طريقة هرميت:

١) نقاط متساوية البعد $p_{2n+2}(x) = \left[\frac{h^{n+1}}{4} n!\right]$

٢) نقاط غير متساوية البعد $p_{2n+2}(x) = (x-x_0)^2(x-x_1)^2 \dots\dots (x-x_n)^2$

$$E_{max} = \left|\frac{p_{2n+2}}{(2n+2)!} f^{2n+2}(\theta)\right|$$

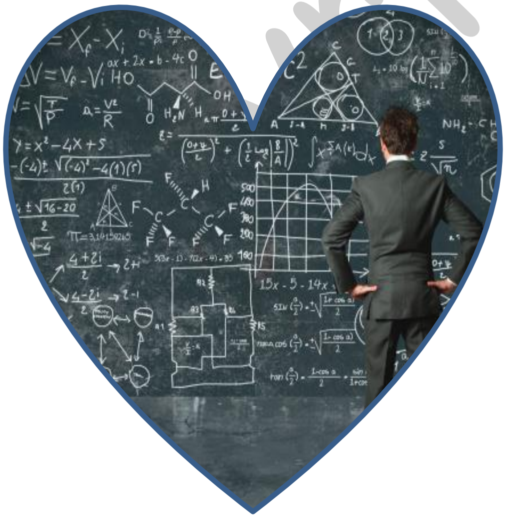
تمرين وظيفة سوف ندرج الحل في المحاضرة القادمة

أوجد كثيرات حدود استيفاء هرميت التي تستوفي البيانات التالية عند $f(1{,}03)$

x	1	1,05
$f(x_i)$	0,7656893	0,8354311
$f`(x_i)$	1,5315788	1,2422146

ما هو الخطأ الفعلي المرتكب في الحساب $f(x) = 3xe^x - e^{2x}$ ثم احسب الخطأ الاعظمي المرتكب

"انتهت المحاضرة"



إعداد: راما جوهر & هديل سعيد & علا الدالاتي