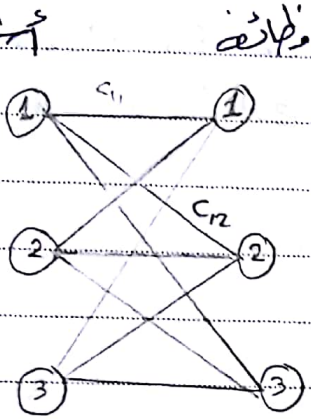
المحاضرة 11 (1)

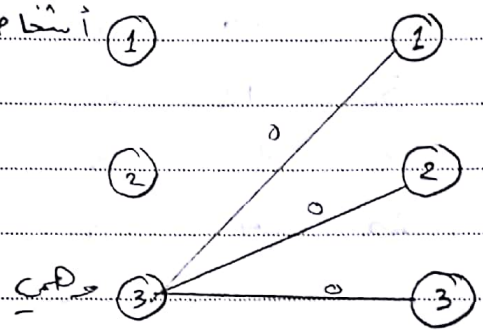
مسألة الإسناد:

طريقة هنغاريني:

نستقدم هذه الطريقة لإسناد m شخص إلى m وظيفة

1. في حال كان عدد الأشخاص لا يساوي عدد الوظائف عندها نضيف إما أشخاص إضافية أو وظائف إضافية وذلك بكلفة تساوي الصفر





2. نفرض كلفة الشخص k لا يستطيع القيام بالعمل هي عندما نضع الكلفة تساوي عدد كبير M.

مراحل الخوارزمية:

طريقة الحل (الخوارزمية):

1. من أجل كل سطر: أطرح أصغر عدد في هذا السطر من بقية عناصر السطر.
2. من أجل كل عمود: أطرح أصغر عدد في هذا العمود من بقية عناصر العمود.
3. نرسم أصغر عدد ممكن من الخطوط (أفقية أو عمودية) لتغطية كل الأصفار.
4. إذا كان عدد هذه الخطوط يساوي m فإنه الخوارزمية تنتهي والحل هو الحل الأمثل.
5. وإلا أختار أصغر عدد غير مغطى بالخطوط السابقة ولتكن d وأطرح d من كل الأرقام غير المغطاة بخطوط. وأضيف d إلى كل رقم مغطى بخطين.

- والأرقام المغطاة بخط واحد فقط تبقى كما هي ثم أذهب إلى الخطوة 3.

Scanned by CamScanner

مثال: (مسألة):
تقدم 4 أشخاص لشغل ثلاث وظائف (A, B, C) كلفة قيام الشخص بالوظيفة ممثلة بالجدول التالي:

الشخص \ الوظيفة	① A	② B	③ C	④ D ← وظيفة وهمية
① W	50	36	16	0
② f	28	30	18	0
③ G	35	32	20	0
④ U	25	25	14	0

المطلوب:
توزيع الأشخاص على الوظائف لتحقيق أقل كلفة (يعني Min)
وعلى الشخص أن يقوم بوظيفة واحدة على الأكثر، والأعمال يجب أن تنجز، وكل عمل ينجز من قبل شخص واحد.

① اكتب النموذج ② حل المسألة.

الحل:

* ليكن: $x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{إذا قام الشخص } i \text{ بالوظيفة } j \\ 0 & \text{إذا لم يقم الشخص } i \text{ بالوظيفة } j \end{cases}$

* دالة الهدف:

$$\text{Min } f = 50x_{11} + 36x_{12} + 16x_{13} + 28x_{21} + 30x_{22} + 18x_{23} + 35x_{31} + 32x_{32} + 20x_{33} + 25x_{41} + 25x_{42} + 14x_{43}$$

* شروط الأشخاص: (لا يزيد عدد الأشخاص أكثر من عدد الوظائف)

$$s.t \begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 1 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 1 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} \leq 1 \\ x_{41} + x_{42} + x_{43} \leq 1 \end{cases}$$

Alnour

Scanned by CamScanner

ملاحظة: (إذا كان عدد الأشخاص أكثر من عدد الوظائف عندها شرط الأشخاص تصبح ≤ 1 $(x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{im} \leq 1)$

شروط الوظائف:

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 1$$
$$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 1$$
$$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 1$$
$$i = 1, \dots, 4 \quad , \quad j = 1, \dots, 3 \qquad x_{ij} \in [0,1]$$

نضيف وظيفة وهمية D ذات الكلفة صفر.

(لدينا $m = 4$)

الشخص \ الوظيفة		① A	② B	③ C	④ D
①	W	50	36	16	0
②	F	28	30	18	0
③	G	35	32	20	0
④	L	25	28	14	0

من أجل السطر 1 نطرح أصغر عدد في هذا السطر وهو الصفر من كل عناصر السطر ونكرر العملية من أجل بقية الأسطر.

- من أجل العمود 1 نطرح أصغر عدد في هذا العمود وهو العدد 25 من كل عناصر العمود.
- نكرر العملية نفسها من أجل بقية الأعمدة.
- وبعدها نرسم أصغر عدد ممكن من الخطوط (أفقية أو عمودية) لتغطية كل الأصفار.

فينتج لدينا الجدول التالي:

Scanned by CamScanner

الشخص \ الوظيفة	① A	② B	③ C	④ D
① W	50-25-25	11	②	0
② f	3	5	4	0
③ G	10	7	6	0
④ u	0	0	0	0

عدد الخطوط هو $(n=2)$ أي $(m=4)$ أي $(n+m-1)$

نلاحظ أن الحل ليس حل أمثل

نختار أصغر عدد غير منطبق بالخطوط السابقة وهو العدد 2.

نطرح العدد 2 من كل الأرقام غير المغطاة بخطوط

- وأضيف العدد 2 إلى كل رقم منطبق بخطين معاً.

أما الأرقام المغطاة بخط واحد تبقى كما هي.

فيصبح لدينا الجدول التالي

الشخص \ الوظيفة	A	B	C	D
W	23	9	0	0
F	1	3	2	0
G	8	5	4	0
u	0	0	0	0+2

لذلك نغطي السطر الأخير والعمود الأخير بأقل عدد من الخطوط على أصفار.

بقي لدينا صفرين في العمود الثالث فإما نغطي العمود الثالث أو السطر الأول.

- نلاحظ أن عدد الخطوط $(n=3)$ وعددها 4

لذلك هذا الحل ليس حل أمثل. نكرر العملية مرة جديدة.

- نختار أصغر عدد غير منطبق بالخطوط السابقة وهو العدد 1.

نطرح 1 من كل الأرقام غير المغطاة بخطوط.

Alnour

Scanned by CamScanner

وبطرح 1 الى كل رقم متبقي نظيره صفراً
والرقم المغطاة بخط واحد يبقى كما هي
بعد ذلك نرسم أصغر عدد ممكن من الخطوط (أفقية أو عمودية) لتغطية كل الأصفار:

فيصبح لدينا الجدول التالي:

الشخص \ الوظيفة	① A	② B	③ C	④ D
① W	22	8	0	0
② I	0	2	2	0
③ G	7	4	4	0
④ U	0	0	1	3

أصبح عدد الخطوط (m = n = 4)
وبالتالي هذا هو الحل الأمثل.

* تقنية استخراج الحل الأمثل:

- الأصفار هي:

يقوم الشخص الأول بالوظيفة 3 أو 4.
يقوم الشخص الثاني بالوظيفة 1 أو 2.
يقوم الشخص الثالث بالوظيفة 4.
يقوم الشخص الرابع بالوظيفة 1 أو 2.

- أولاً: ننظر للشخص الذي يقوم بوظيفة واحدة.
الشخص الثالث يقوم بوظيفة واحدة فقط وهي الوظيفة 4.
⇐ إسناد للشخص الثالث الوظيفة 4 والوظيفة 4 هي له.
أي صف الشخص الثالث يقوم بالوظيفة 4 (أي لا يقوم بأي وظيفة)

⇐ { الشخص الأول يقوم بالوظيفة 3
الشخص الثاني يقوم بالوظيفة 1 }
⇐ الشخص الرابع يقوم بالوظيفة 2

Scanned by CamScanner

6

أقل كلفة ممكنة $69 = 25 + 0 + 28 + 16$ ① ② ③ ④ وذلك بكلفة

الشخص \ الوظيفة	A	B	C	D
① W	50	36	16	0
② F	28	30	18	0
③ G	35	32	20	0
④ U	25	25	14	0

انتهت الإجابة

The end ^_^

R.N.

Scanned by CamScanner