

البيانات Graphs

البيانات أو المخططات :

وهي جمع لكلمة بيان ، وهو عبارة عن مجموعة منتهية من الرؤوس ومجموعة منتهية من الأضلاع .

قد تعرفنا في السنة الثالثة على مقرر نظرية البيان وقد أخذنا فيه التعاريف الأساسية في البيان ومصفوفات البيان ، وتعرفنا على أنواع البيان (الموزون الذي زودت أضلاعه بأوزان ، الموجه الذي زودت أضلاعه باتجاهات) وإلى ما هنالك من التعاريف الأساسية ، وأخذنا في مقررنا لهذه السنة "تطبيقات نظرية البيان" بعضاً من خوارزميات البيان والتي تفيدنا في حياتنا العملية حيث حلت مشاكل واقعية ، واغلب هذه الخوارزميات (إن لم يكن جميعها) هي خوارزميات حاسوبية أي أنه يتم كتابتها بأحد لغات البرمجة وتطبيقها على الحاسوب ، ولكن هذا ما نحن لم نأخذه في دراستنا ، لذلك في هذه المحاضرة سنحاول عرض بعض الأساسيات عن كيفية تمثيل بيان برمجياً ، وكيفية التجوال في البيان ، وبشكل مهم للمهتم مهمة الكتابة أو البحث عن خوارزميات البيان مثل ديجكستر أو إيجاد الشجرة الأصغرية أو التجوال في البيان وغيرها من الخوارزميات التي تخص البيان .

- الكثير من المراجع تعتمد تسمية عقد البياض بالرؤوس وتترك التسمية "عقد للأشجار .

- لا ننسى أن الأشجار هي الأساس عبارة عن بياض ولكنه لا يحوي دوائر .

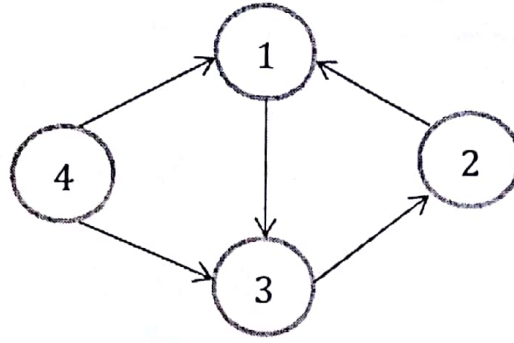
- الدائرة : هو وجود طريق من رأس إلى نفسه .

تعلمنا مسبقاً "من نظرية البيان" على مصفوفات البيان ، وكان من ضم هذه المصفوفات مصفوفة التجاور ، إن هذه المصفوفة هي أحد أشكال تمثيل البيان حاسوبياً ، بحيث تنشئ مصفوفة مربعة من الأعداد صحيحة من البعد n حيث n هو عدد العقد ، ومن ثم إذا وجد ضلع من العقدة i إلى العقدة j فإن وزن الضلع الواصل بينهما (نضع 1 إذا لم يكن البيان موزون) في الخانة (i, j) وإذا كان البيان غير موجه نضيف قيمة وزن الضلع أيضاً إلى الخانة (j, i) وتكون عناصر القطر الرئيسي أصفار .



ومن التمثيلات الأخرى للبيان حاسوبياً ، يتم عن طريق متجهة قوائم خطية ، بحيث يكون كل عنصر من هذه المتجهة عبارة عن قائمة خطية ، وهذه القائمة تحوي على ارقام العقد المجاورة للعقدة التي رقمها هو نفس دليل العنصر .

فمثلاً لنأخذ البيان التالي :



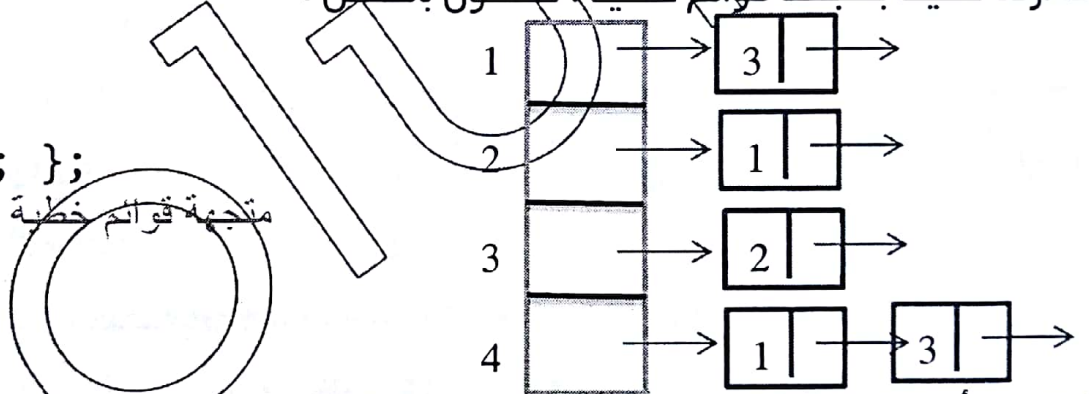
تمثيله في مصفوفة التجاور ستكون بالشكل :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

هنا نقصد بالصف في الخانة (i, j) أنه لا يوجد صلة من العقدة i إلى العقدة j .

أما إذا أردنا تمثيله بمتجهة قوائم خطية ، سيكون بالشكل :

```
struct node{
    int val;
    node* next; };
node* T[n]; // متجهة قوائم خطية
```



وهنا نلاحظ أن القائمة $T[i]$ تحوي ارقام العقد المجاورة للعقدة i .

النتيجة هي بيان :

يوجد نوعان للتجوال في البيان (يمكن استخدامها للأشجار لأنها بيان اساساً) :

١- التجوال في العمق أولاً (Depth first search) .

هذا النوع يهتم بالانتقال إلى العمق أي يبدأ من عقدة ويختار طريق إلى آخر عقدة فيه ، ثم يأخذ طريقة ثاني من البداية إلى النهاية وهكذا .

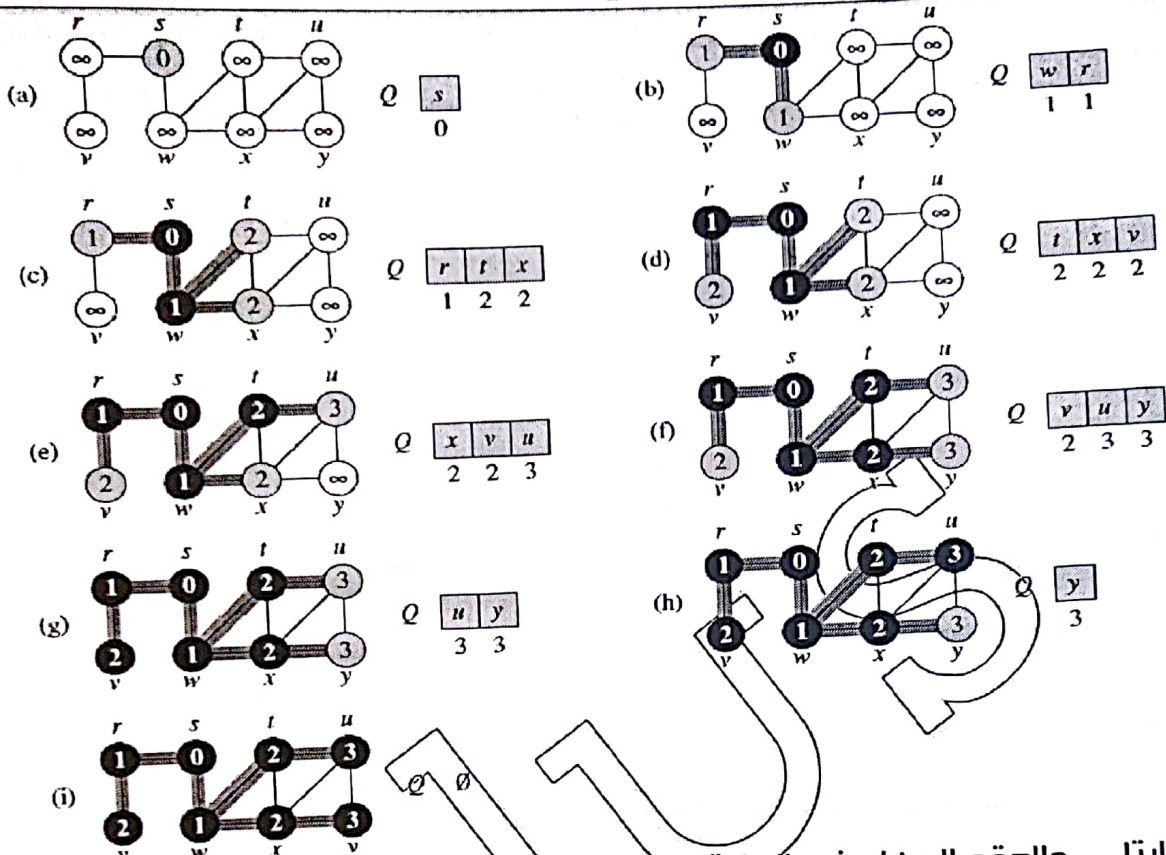
٢- التجوال في العرض أولاً (Breadth first search) .

وهذا النوع من التجوال يحتاج إلى رتل يُضاف إليه أسماء العقد التي سيتم الانتقال إليها ، فينتقل إلى عقدة ويخرجها وينتقل إلى العقدة التالية وهكذا حتى يصبح الرتل فارغاً . هذا النوع يهتم بالانتقال إلى العقد المجاورة لعقدة البداية ، ثم يختار احد العقد المجاورة من مجاورات عقدة البداية وينتقل لمجاوراتها ، وهكذا حتى يمر على جميع عقد البيان .

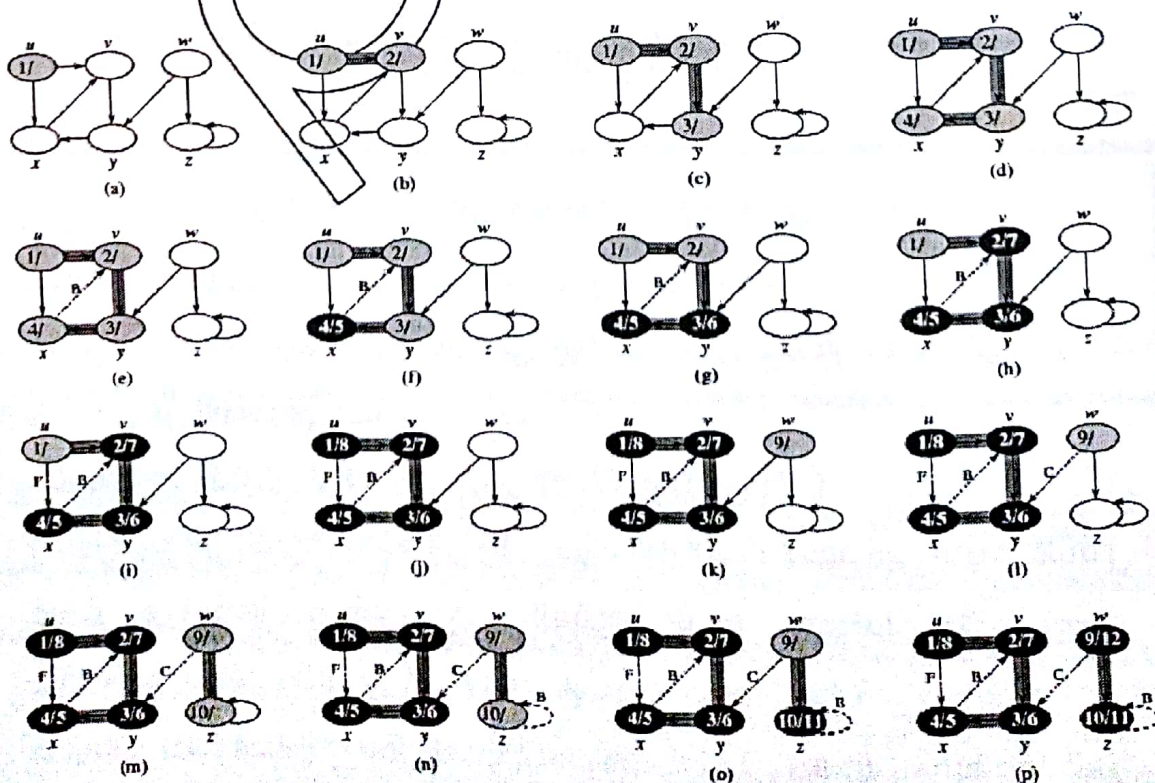


كلا التجوالين يحتاج إلى عقدة البداية المطلوب الابتداء في البحث أو الانتقال إليه العقد منها .

لتأخذ المثال التالي على البحث بالعرض

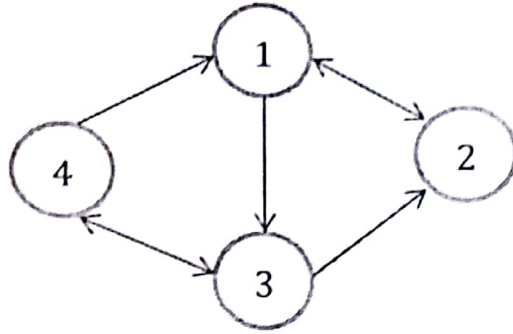


حيث Q هو الرتل ، والعقد البيضاء في البداية هي التي لم تكتشف أو يتم زيارتها بعد ، العقد الرمادية هي التي اكتشفها (إضافتها إلى الرتل) ، والعقد السوداء هي التي انتهى من زيارتها .
ولتأخذ المثال التالي على البحث بالعمق :





خوارزميات التجوال في البيان لها تطبيقات هامة كثيراً منها إيجاد أقصر طريق من عقدة إلى بقية عقد البيان ، ومن أراد دراستها يمكن الذهاب إلى عمو "غوغل" للتوسع في المعلومات عنها .
الآن لنشرح فكرة كلا البحثين على البيان التالي (وذلك بفرض أننا نريد طباعة المحتويات بدءاً من 1) :



- خوارزمية البحث العرضي (BFS) :

سننشئ الرتل q يحوي بداية العقدة الأولى فيكون $q = \{1\}$ ، ننظر إلى مجاوراتها نجد أنه هي (2و3) بالتالي نضيف الجدد إلى الرتل ونحذف العقدة الابتدائية منه بعد طباعتها وتحديد أننا قد زرناها مسبقاً ويصبح لدينا $q = \{2,3\}$ ، الآن نبدأ من العقدة 2 (لأنه تم إضافتها أولاً إلى الرتل) ، ومن ثم ننظر إلى مجاوراتها ، فنجد أنها فقط العقدة 1 ، ونحن قد حددنا أننا قد زرناها ، بالتالي لا نضيفها إلى الرتل ، نحذف العقدة 2 بعد طباعتها ، ومن ثم نحدد أننا قد قمنا بزيارتها ، ويصبح لدينا $q = \{3\}$ ، الآن نتقل إلى العقدة 3 فنجد أن مجاوراتها هما الـ (2و4) ، وبما أن 2 محددة قد تم زيارتها مسبقاً ، بينما الـ 4 نضيفها للرتل ، نطبع القيمة 3 ثم نحذفها من الرتل فيبقى $q = \{4\}$ ، ونحدد أننا قد قمنا بزيارة 3 ، الآن يدخل الرتل إلى آخر عنصر وينظر من مجاورات العقدة 4 فنجد أنها الـ 1و3 وقد تم تحديد مسبقاً أنه قد تم زيارتهما ، بالتالي يطبع 4 ثم يحذفها من الرتل ، ومنه بعد المرور على جميع العقد يصبح التجوال بالشكل :

$$BST = \{1,2,3,4\}$$

- خوارزمية البحث بالعمق (DFS) :

سيقوم هنا بالطباعة من البداية إلى طريق مسدود ، ثم يعود لمفترق الطرق ويأخذ الطريق الجديد ، فمثلاً عندما يبدأ بالـ 1 فهناك طريقين إما الذهاب إلى 2 أو الذهاب إلى 3 ، وبما أنه لا يوجد هناك تفضيل سنمشي بالترتيب ، بالتالي سنتقل إلى الـ 2 ، ومن 2 لا يوجد أي طريق إلى عقدة غير مُزارَة مسبقاً ، بالتالي يعود إلى مفترق وهو الواحد هنا ، ويذهب إلى الطريق الثاني وهو إلى 3 عند الوصول إلى 3 هناك طريقين إما إلى الـ 2 وقد تم زيارتها مسبقاً ، ومنه الغي الطريق الأول ، أو الذهاب إلى 4 ، سنكمل إلى 4 ومنه يوجد طريقين إما إلى 3 أو 1 ، وكلاهما مزارين مسبقاً ، وهنا يكون انتهت جميع عقد البيان والتجوال هو :

$$DFS = \{1,2,3,4\}$$

ليس من الضروري التشابه في التجوالين ، ولكن لأن هنا قد غيرنا البيان قليلاً .