مرحبا بكم أصدقائي في محاضرتنا الأخيرة والتي كانت عبارة عن 4 ساعات وبالتالي ستكون طويلة نوعا ما وسنبدأ بها بمراجعة لبعض الأفكار عن القواعد خارج السياق و صيغة تشومسكي المعيارية وسنأخذ خوارزمية CYK ومن ثم سنتحدث عن كيفية التخلص من الرموز الفارغة والقواعد الأحادية وسنتناول بعض التمارين أيضا عن كيفية تحويل القواعد المنتظمة إلى اوتومات وستكون هذه المحاضرة غنية بالتمارين التي يجب التدرب عليها جيدا وسنختتم مقررنا بـ توطئة الضخ ،لنبدأ سوية ..

مراجعة لبعض الأفكار: تحدثنا سابقاً أن القواعد المنتظمة لها الشكل التالي (مثلاً):

$$S \to \varepsilon \mid aC \mid b$$
$$A \to aB \mid a$$

حيث الأوتومات المنتهي يقبل اللغات المنتظمة واللغات المنتظمة لها قواعد منتظمة تحددها.

القواعد خارج السياق: وهذا النوع من القواعد (خارج السياق) يقبلها الأوتومات المكدّس ومثال عليها: $a^{3n}\ c\ d\ b^{2n}\ ,\ a^n b^n\ , a^{2n}\ c\ \ b^{2n+4}$

صيغة تشومسكي المعيارية للغات خارج السياق: $A \to\ \ a \mid B\ C$ تشترط أنه يجب أن يكون الانتقال إما إلى رمز صغير واحد أو رمزين كبيرين اثنين .

تنويه: يأتي السؤال في الامتحان إما حوّل إلى صيغة تشومسكي المعيارية أو حول إلى صيغة تشومسكي المعيارية مع التخلص من ε (الرموز الفارغة) كما سيمر معنا في المحاضرة .

ولنبدأ الآن **بخوارزمية CYK** :

تفيد هذه الخوارزمية باتخاذ القرار فيما إذا كانت سلسلة ما تنتمي إلى اللغة المولدة بواسطة نموذج قواعدي خارج السياق يحقق صيغة تشومسكي المعيارية.

وسنقوم بشرحها عن طريق **المثال** الآتي.

لتكن لدينا القواعد التالية:

الحالة الابتدائية

$$S \rightarrow A\,B \mid B\,C$$
$$A \rightarrow B\,A \mid a$$
$$B \rightarrow C\,C \mid b$$
$$C \rightarrow A\,B \mid a$$

استخدم خوارزمية CYK لتحديد فيما إذا كانت السلسلة $baaba$ تنتمي إلى اللغة السابقة.

الحل:

أولاً نرى فيما إذا كانت هذه القواعد مكتوبة بصيغة تشومسكي المعيارية ونجد أنها مكتوبة كذلك وبالتالي نباشر بتطبيق الخوارزمية ونقوم برسم الشكل:

b	a	a	b	a
B	A,C	A,C	B	A,C
A,S	B	S,C	A,S	
Φ	B	B		
ϕ	$S,C\ A$			
S,A,C				

في السطر الأول نضع الطرف اليساري للقاعدة التي تولد الرموز في أعلى كل خلية مثلاً b تولد من القاعدة : $B \rightarrow CC|b$ فنضع B .

بما أن رمز البداية S ظهر لنا في الخلية الدنيا في الجدول بالتالي فإن السلسلة مقبولة

الأسهم المرسومة لا يجب رسمها في الامتحان بل وضعتها لتوضيح كيفية الحركة على الرسم ((ويرجى متابعة الأسهم أثناء قراءة الشرح الآتي)) فمن أجل ثالث سطر لاستنتاج الخانة الأولى مثلاً ننظر إلى أعلى خانة في عمودها (التي فيها B) و ننظر إلى الخانة الواقعة على يمينها وأعلى منها مباشرة (في السطر الثاني والعمود الثاني والتي تحوي B) ونقول هل يوجد قاعدة تولد BB فنجد أنه لا توجد أي قاعدة، ثم ننزل خانة للأسفل (الخانة في العمود الأول والسطر الثاني والتي تحوي A, S) و نرتفع خانة لليمين (إلى الخانة الواقعة في العمود الثالث والسطر الأول والتي تحوي A, C) فنبحث عن قاعدة تولد أي من : AA, AC, SA, SC فنجد أنه لا توجد أي قاعدة وبالتالي نضع ϕ ,ومن أجل الخانة الثانية في السطر الثالث أولاً ننظر إلى الخانة الأولى في السطر الأول من عمودها (العمود الثاني) والتي تحوي A, C ثم ننظر إلى الخانة الواقعة في السطر الثاني والعمود الثالث والتي تحوي S, C ثم نبحث عن قاعدة تولد أي من AS, AC, CS, CC

((الترتيب مهم جداً)) فنجد أنه توجد فقط القاعدة B تولد CC وبالتالي نضعها في هذه الخانة ومن ثم نكمل وننظر إلى الخانة الواقعة في السطر الثاني والعمود الثاني والتي تحوي B ثم ننظر إلى الخانة الواقعة في العمود الرابع والسطر الأول والتي تحوي B ثم نبحث عن قاعدة تولد BB فلا نجد وبالتالي تبقى في الخانة فقط B وهكذا نكمل .. وهذا الشرح للتوضيح فقط وفي الامتحان لا يجب كتابته بل علينا تطبيق الخطوات مباشرةً..

مثال: لتكن لدينا مجموعة القواعد التالية:

$$G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$$

$$S \to a\,B \mid b\,A$$

$$A \to a \mid a\,S \mid b\,A\,A$$

$$B \to b \mid b\,S \mid a\,B\,B$$

استخدم خوارزمية CYK لتحديد فيما إذا كانت السلسلة $abbbaa$ تنتمي إلى القواعد السابقة.

الحل: نلاحظ أن القواعد السابقة غير مكتوبة بصيغة تشومسكي المعيارية ومنه نقوم بتحويلها.

التحويل يتم بالشكل:

Step 1:

$$S \to C_a\,B \mid C_b\,A$$
$$A \to a \mid C_a\,S \mid C_b\,A\,A$$
$$C_a \to a$$
$$C_b \to b$$
$$B \to b \mid C_b\,S \mid C_a\,B\,B$$

Step 2:

$$S \to C_a\,B \mid C_b\,A$$
$$A \to a \mid C_a\,S \mid C_b\,C_{A\,A}$$
$$C_a \to a$$
$$C_b \to b$$
$$B \to b \mid C_b\,S \mid C_a\,C_{B\,B}$$
$$C_{A\,A} \to A\,A$$
$$C_{B\,B} \to B\,B$$

والآن أصبحت بصيغة تشومسكي المعيارية وبالتالي نستطيع تطبيق خوارزمية CYK ولنشكل الجدول:

a	b	b	b	a	a
A, C_a	B, C_b	B, C_b	B, C_b	A, C_a	A, C_a
S	C_{BB}	C_{BB}	S	C_{AA}	
B	ϕ	B	A		
C_{BB}	C_{BB}	S			
B	B				
S					

بما أنه ظهر لنا رمز البداية S في الخلية الأدنى فإن السلسلة مقبولة .

ولنتحدث الآن عن:

الخطوات الواجب القيام بها قبل التحويل إلى صيغة تشومسكي المعيارية:

❶ التخلص من الرموز غير المفيدة وذلك يتم عبر مرحلتين:

أولاً: نتخلص من الرموز التي لا تؤدي إلى رموز نهائية (صغيرة) وهي رموز كبيرة.

ثانياً: نتخلص من المتحولات التي لا يوجد طريق من رمز البداية لها.

وهنا يجب تطبيق أولاً ثم ثانياً وليس العكس (أي الترتيب مهم).

مثال:

اختزل القواعد خارج السياق التالية وذلك بحذف الرموز غير المفيدة:

$$S \to A\,B \mid a$$
$$A \to b$$

الحل: نتخلص أولاً من المتحولات التي لا تؤدي إلى رموز صغيرة :

نلاحظ أن A تعطي رمز صغير و أن B لا تعطي رموز صغيرة فنقوم بحذف الـ AB (لوجود B فيها):

$$S \to a$$
$$A \to b$$

ثانياً: نتخلص من المتحولات التي لا يوجد لها طريق من الحالة الابتدائية فنحذف الـ A مع قواعدها

فنحصل على :

$$S \to a$$

مثال:

اختزل القواعد خارج السياق التالية عبر حذف الرموز غير المفيدة:

$$S \to A\,C \mid B$$
$$\cancel{A \to a}$$
$$C \to c \mid B\,C$$
$$E \to a\,A \mid e$$

الحل: أولاً: نتخلص من المتحولات التي لا تؤدي إلى رموز صغيرة ونلاحظ أن B هي الوحيدة التي لا تعطي رموز صغيرة فنحذف الـ B فنحصل على:

$$S \to A\,C$$
$$A \to a$$
$$C \to c$$
$$E \to a\,A \mid e$$

ثانياً: نتخلص من المتحولات التي لا يوجد طريق لها من رمز البداية ونلاحظ أنه يوجد E لا يوجد انتقال من رمز البداية إليها(S تنقلنا لـ A, C وكلاهما لاينقلنا لـ E) فنقوم بحذفها فنحصل على:

$$S \to A\,C$$
$$A \to a$$
$$C \to c$$

> **ملاحظة:** إذا كان المتحول المراد حذفه موجود في الطرف اليساري نقوم بحذف القاعدة كاملةً أما إذا كان في الطرف اليميني فيكفي حذف السلسلة التي تحوي هذا المتحول.

ولنكمل بالخطوات التي يجب القيام بها قبل التحويل إلى صيغة تشومسكي المعيارية:

❷ التخلص من ε (الرموز الفارغة):

إذا كان لدينا قاعدة من الشكل:

$$A \to \varepsilon \qquad ; A \in V$$

نقوم بتعويض A بـ ε في باقي القواعد مع أخذ جميع الاحتمالات الممكنة:

مثال:

$$S \to a\,S\,a \mid b\,S\,b \mid \varepsilon$$

نعوض S بـ ε فنحصل على سلسلتين جديدتين هما $a\,a$ و $b\,b$ وتختفي ε من القواعد .

فتصبح بالشكل:

$$S \to a\,S\,a \,|\, b\,S\,b \,|\, a\,a \,|\, b\,b$$

وبعدها نستطيع التحويل إلى صيغة تشومسكي المعيارية.

مثال (٢):

$$S \to a\,A\,B$$
$$A \to a\,A\,A \,|\, \varepsilon$$
$$B \to b\,B\,B \,|\, \varepsilon$$

نلاحظ أن كلاً من A و B تحويان على ε فنقوم بتعويض كل A و B بـ εفنحصل على حالات جديدة وهي كالتالي: في السطر الأول a إذا عوضّنا A, B بـ ε في نفس الوقت ونحصل على $a\,A$ إذا عوضنا B بـ ε فقط دون Aونحصل أيضاً على $a\,B$ إذا عوضنا B بـ ε دون A.

وفي السطر الثاني نحصل على حالتين جدد هما: a و $a\,A$ وفي السطر الأخير من القاعدة نحصل على حالتين جدد هما: b و $b\,B$ فتصبح القاعدة بالشكل:

$$S \to a\,A\,B \,|\, a\ B \,|\, a\ A \,|\, a$$
$$A \to a\,A\,A \,|\, a\,A \,|\, a$$
$$B \to b\,B\,B \,|\, b\,B \,|\, b$$

والآن نستطيع تحويلها إلى صيغة تشومسكي المعيارية.

مثال (٣):

$$S \to A\,S\,B \,|\, \varepsilon$$
$$A \to a\,A\,S \,|\, a$$
$$B \to S\,b\,S \,|\, b\,b \,|\, A$$

نلاحظ أن الوحيدة التي تحوي انتقال إلى ε هي S وبالتالي نقوم بتعويض كل S بـ ε فنحصل على:

$$S \to A\,S\,B \,|\, A\,B$$
$$A \to a\,A\,S \,|\, a \,|\, a\,A$$
$$B \to S\,b\,S \,|\, b\,b \,|\, A \,|\, S\,b \,|\, b\,S \,|\, b$$

والآن نستطيع تحويلها إلى صيغة تشومسكي المعيارية.

ولنكمل بالخطوة الأخيرة التي يجب القيام بها قبل التحويل إلى صيغة تشومسكي المعيارية وهي:

③ **التخلص من القواعد الأحادية:** وهي القواعد التي من الشكل: $A \to B$ حيث $A, B \in V$ (أي متحولات كبيرة) ولحذف هذه القواعد نقوم باستبدال B بما يقابلها في القواعد الموجودة

مثال: لتكن لدينا القواعد:

$$A \to B$$
$$B \to a$$

نلاحظ أن A تنتقل إلى B وأن B تنتقل إلى a وبالتالي نستطيع القول أن A تنتقل إلى a وكتابتها

بالشكل: $A \to a$

مثال (٢): القواعد :

$$A \to a\,C \mid B$$
$$B \to X$$
$$X \to L$$
$$L \to b$$

نستطيع كتابتها بالشكل المختصر:

$$A \to a\,C \mid b$$

مثال (٣): اختزل القواعد خارج السياق التالية وذلك بالتخلص من القواعد الأحادية:

$$S \to XY$$
$$X \to a$$
$$Y \to Z \mid b$$
$$Z \to M$$
$$M \to N$$
$$N \to a$$

تصبح بعد الاختزال بالشكل:

$$S \to XY$$
$$X \to a$$
$$Y \to a \mid b$$

مثال هام (سؤال امتحاني):

لتكن لدينا القواعد التالية:

$$S \to ASB \mid aD \mid \varepsilon$$
$$A \to aAS \mid a$$
$$B \to SbS \mid a \mid bb$$
$$R \to a$$

حول القواعد السابقة إلى صيغة تشومسكي المعيارية (تخلص من ε ثم تخلص من الرموز غير المفيدة)

((نمشي هنا بالترتيب المطلوب أي نتخلص من ε ثم من الرموز غير المفيدة)).

الحل: أولاً للتخلص من ε نلاحظ أن القاعدة الوحيدة التي تحوي ε هي S فنقوم بتعويض كل S بـ ε في القواعد وإضافة نواتج التعويض كحالات جديدة فنحصل على:

$$S \rightarrow A\,S\,B\,|\,a\,D\,|\,A\,B$$
$$A \rightarrow a\,A\,S\,|\,a\,|\,a\,A$$
$$B \rightarrow S\,b\,S\,|\,a\,|\,b\,b\,|\,S\,b\,|\,b\,S\,|\,b$$
$$R \rightarrow a$$

والآن للتخلص من الرموز غير المفيدة هنالك خطوتين: أولاً نتخلص من المتحولات التي لا تؤدي إلى رموز صغيرة (وهي D هنا) فنحذف D لنحصل على:

$$S \rightarrow A\,S\,B\,|\,A\,B$$
$$A \rightarrow a\,A\,S\,|\,a\,|\,a\,A$$
$$B \rightarrow S\,b\,S\,|\,a\,|\,b\,b\,|\,S\,b\,|\,b\,S\,|\,b$$
$$R \rightarrow a$$

ثانياً: نتخلص من المتحولات التي لا يوجد طريق من رمز البداية لها (وهي R هنا) فنحذف R ونحصل على:

$$S \rightarrow A\,S\,B\,|\,A\,B$$
$$A \rightarrow a\,A\,S\,|\,a\,|\,a\,A$$
$$B \rightarrow S\,b\,S\,|\,a\,|\,b\,b\,|\,S\,b\,|\,b\,S\,|\,b$$

والآن بإمكاننا التحويل إلى صيغة تشومسكي المعيارية ولنحول:

Step 1:

$$S \rightarrow D_{AS}\,B\,|\,A\,B$$
$$D_{AS} \rightarrow A\,S$$
$$A \rightarrow C_a\,D_{AS}\,|\,a\,|\,C_a\,A$$
$$C_a \rightarrow a$$
$$B \rightarrow E_{SB}\,S\,|\,a\,|\,C_b\,C_b\,|\,S\,C_b\,|\,C_b\,S\,|\,b$$
$$E_{SB} \rightarrow S\,C_b$$
$$C_b \rightarrow b$$

وهي صيغة تشوليسكي المعيارية ((كل انتقال إما يكون لرمز واحد صغير أو إلى رمزين كبيرين))

وقد يأتي طلب إضافي لهكذا تمرين أن استخدم خوارزمية CYK لإختبار فيما إذا كانت سلسلة معينة تنتمي للغة التي تحددها هذه القواعد .

مثال:

لتكن لدينا القواعد التالية:

$$S \rightarrow L\,S\,b\,S\,|\,b\,S\,a\,S\,|\,\varepsilon$$

$L \rightarrow H$

$H \rightarrow a$

حول القواعد السابقة إلى صيغة تشومسكي المعيارية بالتخلص من القواعد الاحادية ثم ε.

الحل: اولاً نتخلص من القواعد الأحادية ثم من ε :

$$S \rightarrow L\,S\,b\,S \mid b\,S\,a\,S \mid \varepsilon$$
$$L \rightarrow a$$

وبالتخلص من ε :

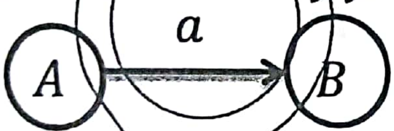
$$S \rightarrow L\,S\,b\,S \mid b\,S\,a\,S \mid L\,b\,S \mid L\,S\,b \mid L\,b \mid b\,a\,S \mid b\,S\,a \mid b\,a$$
$$L \rightarrow a$$

وأخيراً نحول إلى صيغة تشومسكي المعيارية:

$$S \rightarrow E\,D \mid D\,F \mid L\,D \mid E\,C_b \mid L\,C_b \mid C_b\,F \mid D\,C_a \mid C_b\,C_a$$
$$E \rightarrow L\,S$$
$$D \rightarrow C_b\,S$$
$$C_b \rightarrow b$$
$$F \rightarrow C_a\,S$$
$$C_a \rightarrow a$$
$$L \rightarrow a$$

تحويل القواعد المنتظمة إلى أوتومات منتهي

❖ إذا كان لدينا القاعدة المنتظمة $A \rightarrow a\ B$ فإن الأوتومات المنتهي المعبر عن اللغة التي تولدها بالشكل:



❖ أما القاعدة التي من الشكل: $A \rightarrow B$

يكون الاوتومات المعبر عن اللغة التي تولدها بالشكل:

❖ أما القاعدة التي من الشكل: $A \rightarrow a$

هنا يعني الوصول لحالة نهائية ، فيكون الاوتومات المعبر عن اللغة التي تولدها:

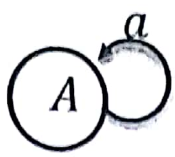
❖ والقاعدة التي من الشكل: $A \rightarrow \varepsilon$

يكون الاوتومات المعبر عن اللغة التي تولدها إما :

أو بالشكل:

❖ والقاعدة التي من الشكل: $A \rightarrow \ a\, A$

والأوتومات المعبر عن اللغة التي تولدها:

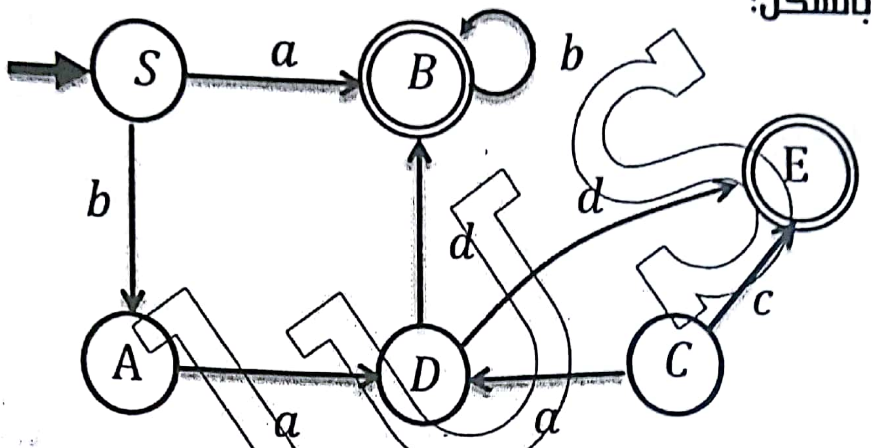


مثال: حول القواعد الآتية إلى أوتومات منتهي:

$$S \rightarrow \ a\,B\,|\,b\,A$$
$$A \rightarrow \ a\,D$$
$$B \rightarrow \ b\,B\,|\,\varepsilon$$
$$C \rightarrow \ a\,D\,|\,c$$
$$D \rightarrow d\,B\,|\,d$$

حالات نهائية

والرسم يكون بالشكل:



وهكذا ..

يمكن الرسم بطرق مختلفة.

وسنتعرف الآن على الفكرة الأخيرة في مقررنا وهي:

توطئة الضخ

وتستخدم توطئة الضخ لتوضيح أن لغة ما هي لغة غير منتظمة .

من أجل كل لغة منتظمة $L \subseteq \Sigma^*$ يوجد ثابت $n \geq 1$ يدعى ثابت التوطئة بحيث يكون من أجل أي كلمة w من اللغة L وطولها $|w| \geq n$ فعندئذٍ يمكن إعادة كتابة w بالشكل:

$$\exists\, x, y, z\, ;\, w = x\,y\,z$$

حيث: $|x\,y| \leq n$ و $|y| \geq 1$

عندئذٍ من أجل $i \geq 0$ فإن $x\,y^i\,z \in L$ ((أي أن تكرار الجزء y عدد من المرات سينتج أيضاً سلسلة تنتمي إلى اللغة L وهذا هو معنى الضخ))

حيث يكون n هو عدد الحالات في الاوتومات المنتهي الحتمي الأصغري

مثال: بفرض لدينا $a^n\ b^n$ سلسلة

إذا كان طولها أكبر أو يساوي عدد الحالات في الأوتومات المنتهي الأصغري نقسم السلسلة.

هل $a^n b^n$ لغة منتظمة ؟؟

نبحث عن ثابت n (ثابت التوطئة) .

$$w = a^n b^n \Rightarrow |w| = |a^n b^n| = 2n \geq n$$

وبالتالي نقسم السلسلة ثلاثة أقسام بالشكل مثلاً:

$$w = \underbrace{a^n}_{x\,y}\ \underbrace{b^n}_{z}$$

فيمكن أن نأخذ المقطع xy بعدة أشكال ، ولكن يجب أن لا يتجاوز طوله n فمثلاً يمكن أخذه:

إما: $x = a$ و $y = a^{n-1}$ و $z = b^n$

أو بشكل معمم: $x = a^j$ و $y = a^{n-j}$ و $z = b^n$ ، وذلك بحيث : $0 < j < n$

ولنأخذ الحالة الأولى ، ولنرمز لـ y بقوة لـ i مثلاً :

$$x\ y^i\ z$$

وبتعويض $i = 0$:

$$a\ (a^{n-1})^0\ b^n = a\,b^n \neq a^n\, b^n$$

كسرت شرط اللغة (وهو أن عدد الـ a يساوي عدد الـ b) وبالتالي لا تحقق توطئة الضخ ومنه اللغة غير منتظمة .

مثال: أثبت أن اللغة:

$$L = \{0^n\ 1^n\ ; n \geq 0\}$$

هي لغة غير منتظمة

الحل: حسب توطئة الضخ

نفرض جدلاً أن L هي لغة منتظمة ، عندئذٍ حسب توطئة الضخ يوجد $n \geq 1$ بحيث يكون:

$$\forall\, w \in L\ ; w = 0^n 1^n\ , |w| = |0^n 1^n| = 2n \geq n$$

عندئذٍ يمكن إعادة كتابة السلسلة w بالشكل:

$$w = x\,y\,z\ ; |x\,y| \leq n\, , |y| \geq 1$$
$$x\,y = 0^n\ , \qquad z = 1^n$$

نأخذ:

$$x = 0^j\ , \qquad y = 0^{n-j}$$

بحيث : $0 < j < n$

فتصبح w بالشكل:

$$w = 0^j\, 0^{n-j}\ 1^n$$

ونرمز لـ y بقوة لـ i مثلاً :

$$x\ y^i\ z$$

نأخذ $i = 0$ عندئذٍ :

$$0^j\ (0^{n-j})^0\ 1^n = 0^j\ 1^n \neq\ \ 0^n\ 1^n$$

وبالتالي L لغة غير منتظمة.

مثال: لتكن لدينا اللغة التالية:

$$L = \{a^{2n}\, c\, c\, b^{3n+1}\ ; n \geq 0\}$$

أثبت أن اللغة L هي لغة غير منتظمة ؟

ملاحظة:

$$\underbrace{a^{2n}\ c\ c\ b^{3n+1}}_{a^n\ a^n\ c\,c\,b^{3n+1}}$$

دوماً نختار xy بحيث يكون طولها هو n على الأكثر

الحل: نفرض جدلاً أن اللغة L منتظمة عندئذٍ حسب توطئة الضخ يوجد $n \geq 0$ بحيث:

$$\forall w \in L\, ; w = a^{2n}\ c\, c\, b^{3n+1}$$
$$\Rightarrow |w| = |a^{2n}\ c\, c\, b^{3n+1}| = 5n + 3 \geq n$$

عندئذٍ يمكن إعادة السلسلة w بالشكل:

$$w = x\,y\,z\, ; |x\,y| \leq n\, ; |y| \geq 1$$
$$j < n\, ; x = a^j\ \ \ , y = a^{n-j}\ و\ z = a^n\ c\ c\ b^{3n+1}$$

فتصبح w بالشكل:

$$w = a^j\ a^{n-j}\ a^n\ c\ c\ b^{3n+1}$$

ونرمز لـ y بقوة لـ i مثلاً :

$$x\ y^i\ z$$

ونأخذ $i = 0$ نجد أن:

$$a^j (a^{n-j})^0\ a^n\ c\ c\ b^{3n+1} \neq a^{2n}\ c\ c\ b^{3n+1}$$

وبالتالي L لغة غير منتظمة.

مثال:

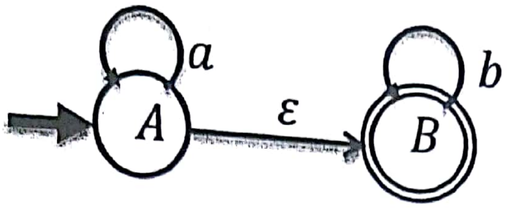
هل اللغة: $L_1 = \{w \in \{a, b\}\}$

حيث w تحوي أعداد متساوية من $b\ \ ,\ \ a$ لغة منتظمة؟؟

((هنا ليس للغة شكل واضح لذلك سنعمل على العلاقات))

الحل:

لنأخذ $L_2 = \{a^* \, b^*\}$ هي لغة منتظمة لإنه يوجد أوتومات منتهي يقبلها ويرسم بالشكل:



ولنأخذ $L_3 = \{a^n b^n \,; n \geq 0\}$

هي لغة غير منتظمة حسب توطئة الضخ (يجب كتابة البرهان في الامتحان) وقد برهناه في تمرين سابق.

ونلاحظ أن $L_1 \cap L_2 = L_3$

وبما أن L_3 لغة غير منتظمة فإن L_1 لغة غير منتظمة لأنها لو كانت منتظمة لكان تقاطعها مع لغة منتظمة هو لغة منتظمة.

هكذا أصدقائي نكون قد وصلنا إلى ختام مقررنا آملين أن نكون قد وفقنا في توضيح جميع الأفكار ونقل المعلومات بشكل صحيح وبأقل عدد ممكن من الأخطاء ونرجو أن نكون قد نلنا ثقتكم وكنا عند حسن ظنكم بنا ☺ .. يرجى التدرب على أكبر قدر من التمارين من أجل التعود على الحل لاختصار الوقت في الامتحان ..وأخيراً نتمنى لكم أصدقائي التوفيق والنجاح ولا تنسونا من الدعاء..

انتهى المقرر..

انتهت المحاضرة العشرون والأخيرة

إعداد وتنسيق: روان الآغا

تدقيق: خالد سميسم