الاتومات واللغات الصورية

المحاضرة التاسعة عشر الثلاثاء 12/12/2017

ملاحظة: لبرهان أن اللغة منتظمة يوجد عدة طرق:

1. انشاء اتومات منتهي مهما كان نوعه يقبل هذه اللغة
2. استخدام خواص الأغلاق للغات المنتظمة (تقاطع - اجتماع - ...)
3. كتابة القواعد المنتظمة لهذه اللغة
4. كتابة التعبير المنتظم المقابل للغة ومن ثم رسم الاتومات المنتهي المقابل للتعبير أو كتابة القواعد المنتظمة المقابلة للتعبير.

مقدمة عن اللغات خارج السياق: Context Free Languages

هي لغات لا يلعب فيها السياق دوراً في تحديد معنى الكلمة أو المفردة.
فمثلاً في البرمجة (if) تحمل دائماً معنى الشرط أينما وردت أي أن في اللغات الخارج السياق لا ترتبط الكلمة أو المفردة في السياق فهي لا تحمل معاني مختلفة حسب موضعها ضمن النص وأينما وردت يكون لها نفس المعنى وهذه اللغات (خارج السياق) يوجد آلة اسمها اتومات بمكدس push Down Automata يقبلها ونوجد قواعد خارج السياق تولدها حيث أن قواعد خارج السياق تعرف بالرباعية $G=(V,T,P,S)$ حيث:

T هي مجموعة الرموز النهائية Terminal وهي الرموز الأساسية التي تشكل سلاسل اللغة ونرمز لها بأحرف صغيرة

V هي مجموعة المتحولات أو الرموز اللانهائية ونرمز لها بأحرف كبيرة وهي تساهم في توليد سلاسل اللغة

P مجموعة قواعد التوليد ويكون لها الشكل $A \to \alpha$ حيث $A \in V$ و $\alpha \in (V \cup T)^*$

أي أن الطرف اليساري لهذه القواعد هو عبارة عن متحول وحيد وهو حرف كبير وقد يكون الطرف اليميني هو تعاقب من المتحولات اللانهائية و رموز نهائية.

S هو رمز البداية وهو عبارة عن متحول أو رمز لا نهائي حتماً أي أن S يمثل نقطة الانطلاق في عملية التوليد

Scanned by CamScanner

ملاحظة: عادة ما تكون اللغات خارج السياق بحاجة إلى ذاكرة فمثلاً قد تكون من الشكل:

$$L_1 = \{a^n b^n : n \geq 0\}$$
$$L_2 = \{a^{2n} b^{n+1} : n \geq 0\}$$

ولكن اللغة:

$\{a^n b^m c^{2n+1} d^{2m} : n,m \geq 0\}$ ليست لغة خارج السياق

مثال: أوجد القواعد خارج السياق للغة التالية:

$$L_1 = \{0^n 1^n : n \geq 0\}$$

الحل: إن هذه اللغة هي من أشهر اللغات خارج السياق حيث يوجد الرموز بعكس بعضها

لنأخذ عينة من السلاسل التي تولدها هذه القواعد:

$n=0 \Rightarrow \epsilon$

$n=1 \Rightarrow 01$

$n=2 \Rightarrow 0011$

$n=3 \Rightarrow 000111$

يوجد 0 ثابتة في جميع السلاسل وتختلف عن بعضها فقط بعدد الأصفار على اليسار وعدد الواحدات على اليمين

قاعدة التوليد: $P: S \to \epsilon \mid 0S1$

إذا أردنا ϵ فإنه $S \to \epsilon$

أما إذا أردنا 01 فإنه $S \to 0S1 \to 01$ ($S \to \epsilon$)

أما إذا أردنا 0011 فإنه $S \to 0S1 \to 00S11 \to 0011$ ($S \to 0S1$, $S \to \epsilon$)

وبالتالي يكون: $G = (\{S\}, \{0,1\}, P, S)$

يمكن كتابة القواعد بالشكل التالي أيضاً:

$$P: \begin{cases} S \to A \\ A \to 0AL \mid \epsilon \end{cases}$$

$$G = (\{S,A\}, \{0,1\}, P, S)$$

Scanned by CamScanner

مثال: أوجد القواعد خارج السياق المولدة للغة:

$L_2=\{a^n b^n : n>0\}$

الحل: لنأخذ عينة من السلاسل التي تولدها هذه القواعد:

$n=1 \Rightarrow ab$

$n=2 \Rightarrow aabb$

$n=3 \Rightarrow aaabbb$

P: $S \rightarrow ab \mid aSb$

$G=(\{S\},\{a,b\},P,S)$

أو:

P: $\begin{cases} S \rightarrow aAb \\ A \rightarrow aAb \mid \epsilon \end{cases}$

$G=(\{S,A\},\{a,b\},P,S)$

مثال: أوجد القواعد خارج السياق للغة التالية:

$L=\{0^n 2 1^n : n \geq 0\}$

الحل: لنأخذ عينة من السلاسل التي تولدها هذه القواعد:

$n=0 \Rightarrow 2$

$n=1 \Rightarrow 0\,2\,1$

$n=2 \Rightarrow 00\,2\,11$

P: $S \rightarrow 2 \mid 0S1$

$G=(\{S\},\{0,1,2\},P,S)$

مثال: أوجد القواعد خارج السياق للغة:

$L=\{0^n 23 1^n : n \geq 0\}$

الحل: لنأخذ عينة من السلاسل التي تولدها هذه القواعد:

$n=0 \Rightarrow 23$

$n=1 \Rightarrow 0\,23\,1$

$n=2 \Rightarrow 00\,23\,11$

P: $S \rightarrow 23 \mid 0S1$

$G=(\{S\},\{0,1,2,3\},P,S)$

Scanned by CamScanner

مثال: أوجد القواعد الخارج السياق للغة:

$L=\{0^n 231^n : n>0\}$

الحل: لنأخذ عينة من السلاسل التي تولدها هذه القواعد:

$n=1 \Rightarrow \boxed{0231}$

$n=2 \Rightarrow 0\boxed{0231}1$

$n=3 \Rightarrow 00\boxed{0231}11$

$P: S \rightarrow 0231 \mid 0S1$

$G=(\{S\},\{0,1,2,3\},P,S)$

مثال: أوجد القواعد خارج السياق للغة التالية:

$L=\{a^{n+3} b^{n+2} : n>0\}$

الحل: إن اللغة السابقة يمكن أن تكتب كما يلي:

$L=\{a^n a^3 b^2 b^n : n>0\}$

لنأخذ عينة من السلاسل التي تولدها هذه القواعد:

$n=1 \Rightarrow a^3 a\, b^2 b = \boxed{a^4 b^3}$

$n=2 \Rightarrow a\,\boxed{a^4 b^3}\,b = a^5 b^4$

$n=3 \Rightarrow aa\,\boxed{a^4 b^3}\,bb = a^6 b^5$

$P: S \rightarrow a^4 b^3 \mid aSb$

$G=(\{S\},\{a,b\},P,S)$

مثال: أوجد القواعد خارج السياق للغة:

$L=\{a^{2n} b^n : n \geq 0\}$

الحل: لنأخذ عينة من السلاسل التي تولدها هذه القواعد:

$n=0 \Rightarrow \epsilon$

$n=1 \Rightarrow \boxed{aab}$

$n=2 \Rightarrow aa\,\boxed{aab}\,b$

$n=3 \Rightarrow aaaa\,\boxed{aab}\,bb$

$P: S \rightarrow \epsilon \mid aaSb$

$G=(\{S\},\{a,b\},P,S)$

Scanned by CamScanner

مثال: أوجد القواعد خارج السياق للغة التالية:

$L=\{a^{2n+4}b^{n+1} : n\geq 0\}$

الحل: نكتب اللغة بالشكل: $L=\{a^{2n}a^4b\,b^n : n\geq 0\}$

لنأخذ عينة من السلاسل التي تولدها هذه القواعد:

$n=0 \Rightarrow a^4b$

$n=1 \Rightarrow aa\,a^4b\,b$

$P: S \rightarrow a^4b \mid aaSb$

$G=(\{S\},\{a,b\},P,S)$

وإذا كانت اللغة بالشكل: $L=\{a^{2n+4}c\,b^{n+1} : n\geq 0\}$

فإن P:

$P: S \rightarrow a^4cb \mid aaSb$

$G=(\{S\},\{a,b\},P,S)$

مثال: أوجد النموذج القواعدي خارج السياق الذي يقبل اللغة:

$L=\{wwR : w\in\{a,b\}^*, |w|\neq 0\}$

الحل: ملاحظة: ليكن لدينا السلسلة w نعرف السلسلة w^R بأنها السلسلة الناتجة من السلسلة w بقراءة حروفها من اليمين إلى اليسار

w	w^R
AB	BA
ACD	DCA

$P: S \rightarrow aSa \mid bSb \mid aa \mid bb$

$G=(\{S\},\{a,b\},P,S)$

مثال: $S \rightarrow aSa \rightarrow aaSaa \rightarrow aabSbaa \rightarrow aabbSbbaa$

$\rightarrow aabbaSabbaa \rightarrow \underbrace{aabbabb}_{w}\underbrace{abbaa}_{w^R}$

مثال: أوجد القواعد خارج السياق للغة التالية:

$L=\{wcw^R : w\in\{a,b\}^*, |w|\neq 0\}$

وهي شبيهة بالتي سبقتها وبالتالي يكون:

$P: S \rightarrow aSa \mid bSb \mid aca \mid bcb$

مثال: أوجد القواعد خارج السياق للغة التالية:

$L=\{wcdw^R : w\in\{a,b\}^*, |w|\neq 0\}$

$P: S \rightarrow aSa \mid bSb \mid acda \mid bcdb$

Scanned by CamScanner

مثال: أوجد القاعدة خارج السياق المولدة للغة:

$L = \{0^i 1^j : i \geq 0, i \leq j \leq 2i\}$

الحل: لنأخذ عينة من السلاسل التي تولدها هذه القواعد:

$i=0 \Rightarrow j=0 \Rightarrow \epsilon$

$i=1 \Rightarrow 1 \leq j \leq 2 \Rightarrow 01, 011$

$i=2 \Rightarrow 2 \leq j \leq 4 \Rightarrow 0011, 00111, 001111$

عدد الأصفار هو i وعدد الواحدات هو j حيث j تأخذ جميع القيم بين i و $2i$ وبالتالي:

$P: S \rightarrow \epsilon \mid 0S1 \mid 0S11$

$0S11$: تولد السلاسل التي فيها عدد فردي من الواحدات

$0S1$: تولد السلاسل التي فيها عدد زوجي من الواحدات

مثلاً: لو أردنا توليد السلسلة 00111 فيكون بالشكل:

$S \rightarrow 0S1 \rightarrow 00S111 \rightarrow 00111$ ($S \rightarrow \epsilon$)

صيغة تشومسكي المعيارية للغات خارج السياق
Chomsky Normal Form

تنص على أن جميع القواعد خارج السياق يجب أن يكون لها أحد الشكلين:

* إما تعاقب متحولين أي رمزين لا نهائيين (رموز كبيرة)
* أو رمز نهائي واحد (رمز صغير)

في صيغة تشومسكي المعيارية يكون الطرف الأيمن إما رمزين كبيرين

$\forall A, B, C \in V : A \rightarrow BC$

أو رمز صغير واحد: $\forall a \in T : A \rightarrow a$

ملاحظة: يتم التحويل إلى صيغة تشومسكي المعيارية بعد القيام بعدة خطوات موجودة في المحاضرة القادمة (تخلص من الرموز غير مفيدة، ...إلخ) ولكن في الامتحان إذا لم يطلب منا عند التحويل إلى صيغة تشومسكي المعيارية باستخدام تلك الخطوات فإنه يجب مباشرة البدء بالتحويل دون القيام بشيء كما يلي:

Scanned by CamScanner

مثال: حول القواعد التالية إلى صيغة تشومسكي المعيارية:

$S \to aB \mid bA$

$A \to a \mid aS \mid bAA$

$B \to b \mid bS \mid aBB$

حيث $G=(\{S,A,B\},\{a,b\},P,S)$

الحل:

step 1:

$S \to C_aB \mid C_bA$

$C_a \to a$

$C_b \to b$

$A \to a \mid C_aS \mid C_bAA$

$B \to b \mid C_bS \mid C_aBB$

step 2:

$S \to C_aB \mid C_bA$

$C_a \to a$

$C_b \to b$

$A \to a \mid C_aS \mid C_bD_{AA}$

$D_{AA} \to AA$

$B \to b \mid C_bS \mid C_aD_{BB}$

$D_{BB} \to BB$

التحويل إلى صيغة تشومسكي المعيارية: أي الحصول في الطرف الأيمن لكل انتقال إما رمز صغير واحد أو رمزين كبيرين

عند وجود رمز كبير مع رمز صغير نفرض أن الرمز الصغير يصل إليه من رمز كبير كما هو الحال في $C_a \to a$، $C_b \to b$

عند انتهاء step1 نلاحظ أن هناك استكمال في انتقال A و B عند الانتقال إلى C_bAA و C_aBB حيث لدينا ثلاث رموز كبيرة وصيغة تشومسكي يجب أن يكون اثنان فقط فنفرض أن D_{AA} هي انتقال من AA و D_{BB} هي انتقال من BB فنحصل على النتيجة التي توصلنا لها في step2

انتهت المحاضرة

إذا وضعت أمام أقوى قدره فتوقع منه أن يضعك دون قدرك

♥ الأمام علي ♥

Scanned by CamScanner