25/3/2018 المحاضرة 5

نماذج النقل : (النقل بأقل كلفة)

لدي شركة تقوم بانتاج منتجات

ويكون لدي n و m حيث n هي مراكز الإنتاج ، و m هي مراكز الاستهلاك

أي أنها تنتج من n وترسل لـ m

- سوف نقوم بدراسة مسائل النقل بناءً على الكميات المنتجة والكميات المطلوبة .

* الكميات المنتجة في الـ n مركز إنتاجي هي :

$$a_1, a_2, \dots, a_n$$

مثلاً : المركز الأول ينتج الكمية a_1 سواءً أكانت أطنان أو كيلوغرام أو قطعة

* والكميات التي تحتاجها مراكز الاستهلاك للاستمرارية هي : (m مركز استهلاك)

$$b_1, b_2, \dots, b_m$$

مثلاً : الكمية التي يحتاجها أو يستوعبها مركز الاستهلاك الثاني هي b_2

والمطلوب : صياغة نموذج رياضي بحيث تكون تكلفة النقل أقل ما يمكن .

- مراكز الاستهلاك تأخذ من جميع مراكز الإنتاج

أي الكمية x_{ij} التي يأخذها المركز الاستهلاكي الأول من الممكن أن ترسل من أي مركز إنتاجي .

- أي لا نحدد إن كان هذا المركز الإنتاجي سيغطي هذا المركز الاستهلاكي أم لا .

- جميع مراكز الإنتاج تستطيع أن تغطي لجميع مراكز الاستهلاك .

فتصبح المسألة تنطلق فقط على المادة

دراسة المسألة : نقوم بإيجاد :

معايير مسائل النقل

$\sum_{j=1}^{n} a_j$ الكميات المنتجة في جميع مراكز الإنتاج .

$\sum_{i=1}^{m} b_i$ الكميات المستهلكة في جميع مراكز الاستهلاك

أو حاجات مراكز الاستهلاك

* وهنا نقارن وفق حالتين :

Scanned by CamScanner

/ /

★ الحالة الأولى :

$$\sum_{j=1}^{n} a_j = \sum_{i=1}^{m} b_i$$

إذا كانت مراكز الإنتاج تنتج كميات على قدر حاجة مراكز الاستهلاك نسمي هذا النوع من النماذج نموذج متوازن (مغلق)
وبنوا له نموذج رياضي ثم قاموا بحله.

★ الحالة الثانية :

$$\sum_{j=1}^{n} a_j \neq \sum_{i=1}^{m} b_i$$

نموذج مفتوح (غير متوازن)
وضمن هذه الحالة نميز حالتين :

① أن تكون : $\sum_{j=1}^{n} a_j > \sum_{i=1}^{m} b_i$ ⟸ فائض في الإنتاج

② أن تكون : $\sum_{j=1}^{n} a_j < \sum_{i=1}^{m} b_i$ ⟸ عجز في الإنتاج.

وقد تمت دراسة الحالات الثلاثة وبناء النماذج الرياضية لها.

Scanned by CamScanner

يجب أن تكون المسألة شاملة أي يجب أن تعطى الكميات المنقولة من مركز الإنتاج الأول إلى جميع المراكز وهكذا - - -

مراكز الإنتاج / مراكز الاستهلاك	A_1	A_2	- - - -	A_n	الكميات المستهلكة
B_1	x_{11} c_{11}	x_{12} c_{12}	- - - - -	x_{1n} c_{1n}	b_1
B_2	x_{21} c_{21}	x_{22} c_{22}	- - - - - -	x_{2n} c_{2n}	b_2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
B_m	x_{m1} c_{m1}	x_{m2} c_{m2}	- - - - -	x_{mn} c_{mn}	b_m / $\sum_{i=1}^{m} b_i$
الكميات المنتجة	a_1	a_2	- - - -	a_n	$\sum_{j=1}^{n} a_j$

حيث نفرض أن :

x_{ij} : الكمية المنقولة من مركز الإنتاج j إلى مركز الاستهلاك i

C_{ij} : تكلفة النقل من مركز الإنتاج j إلى مركز الاستهلاك i

وأصبحت المقارنة على نتائج الجمع :

[1] الحالة الأولى : النموذج متوازن (مغلق)

نكتب تابع الهدف بحيث تكون التكلفة أقل ما يمكن للوحدة الواحدة عند نقلها من مركز إنتاجي إلى مركز استهلاكي.

فمثلاً تكلفة النقل من المركز الإنتاجي الأول إلى المركز الاستهلاكي الأول هي C_{11} للوحدة الواحدة ، أي أن تكلفة نقل الكمية x_{11}

- أي تكلفة النقل من مركز الإنتاج الأول إلى مركز الاستهلاك الأول هي $C_{11}x_{11}$
- وتكلفة النقل من مركز الإنتاج الثاني إلى مركز الاستهلاك الأول هي $C_{12}x_{12}$
- أي أن تكلفة النقل إلى جميع مراكز الاستهلاك هي :

$$\sum_{j=1}^{n} C_{1j}x_{1j} + \sum_{j=1}^{n} C_{2j}x_{2j} + \cdots + \sum_{j=1}^{n} C_{mj}x_{mj}$$

Scanned by CamScanner

بالتالي فإن تابع الهدف هو :

$$Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij} \cdot x_{ij} \longrightarrow Min$$

الشروط :

① شروط الاستهلاك :

$$x_{11} + x_{12} + \cdots + x_{1n} = b_1$$
$$x_{21} + x_{22} + \cdots + x_{2n} = b_2$$
$$\vdots \quad - - - - - - - \quad \vdots$$
$$x_{m1} + x_{m2} + \cdots + x_{mn} = b_m$$

② شروط الإنتاج :

$$x_{11} + x_{21} + \cdots + x_{m1} = a_1$$
$$x_{12} + x_{22} + \cdots + x_{m2} = a_2$$
$$\vdots \quad \vdots \quad - - - - - \quad \vdots \quad \vdots$$
$$x_{1n} + x_{2n} + \cdots + x_{mn} = a_n$$

③ شروط عدم السلبية :

$$x_{ij} \geq 0 \qquad : i = \overline{1, m}$$
$$: j = \overline{1, n}$$

الشكل الرياضي : أوجد القيمة الأصغرية للتابع $Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij} \cdot x_{ij} \longrightarrow Min$ (يجب شرحه بالامتحان)

صغ الشروط ① و ② و ③ (نكتبهم بشكل مفصل)

2 الحالة الثانية : (مفتوح) (غير متوازن)

الكميات المنتجة لا تساوي الكميات المستهلكة وهنا نكون أمام حالتين :

أ- الحالة الأولى : فائض الإنتاج $\left(\sum_{j=1}^{n} a_j > \sum_{i=1}^{m} b_i \right)$

بما أن الدراسات الرياضية والقائمين على هذه المسألة قد اشترطوا حتى تكون المسألة قابلة للحل والصياغة أن تكون نماذج النقل نماذج متوازنة لذلك يجب علينا إضافة شيء وهي بما أنه لدي فائض بالإنتاج.

لتصبح متوازنة يجب أن نضيف مركز استهلاك وهي:

Scanned by CamScanner

بأن مراكز الاستهلاك هي m مركز وعندما نضيف مركز استهلاك تصبح m+1 مركز.
b_{m+1} حاجته وهو الفائض من مراكز الإنتاج.
وتكلفة النقل من جميع مراكز الإنتاج إلى مركز الاستهلاك الذي ترتيبه m+1 تساوي الصفر لكي لا يتأثر تابع الهدف أي: $C_{m+1;j} = 0 \quad : \quad \overline{j=1,n}$

(حاجته هو الفرق بين $\sum_{j=1}^{n} a_j$ و $\sum_{i=1}^{m} b_i$)

نضيف إلى الجدول سطر ونضيف لتابع الهدف وجميع الـ C له أصفار
أي الذي سنضيفه للخو لتابع الهدف هو التالي:

$$0 \cdot x_{(m+1)\cdot 1} + 0 \cdot x_{(m+1)2} + \dots + 0 \cdot x_{(m+1)\cdot n}$$

أصبح لدينا b_{m+1} وأصبح النموذج متوازن فنقوم بصياغته كما في الحالة الأولى. 1

2- الحالة الثانية: عجز الإنتاج $\left(\sum_{j=1}^{n} a_j < \sum_{i=1}^{m} b_i\right)$
أي أنه عملياً حاجتنا أكثر من إنتاجنا.
نقوم بإضافة مركز إنتاج وهي طاقته الإنتاجية هي الفرق بين $\sum_{j=1}^{n} a_j$ و $\sum_{i=1}^{m} b_i$.
تكلفة النقل منه إلى جميع مراكز الاستهلاك تساوي الصفر، فأصبح لدينا a_{n+1}
وأصبح النموذج نموذج متوازن ونقوم بصياغته كما في الحالة الأولى. 1

في الشروط نضيف إليهم:

فائض الإنتاج $x_{(m+1)\cdot 1} + x_{(m+1)2} + \dots + x_{(m+1)\cdot n} = b_{m+1}$
(نضيف سطر)

عجز الإنتاج (نضيف عمود) $x_{1\,n+1} + x_{2\,n+1} + \dots + x_{m\,n+1} = a_{n+1}$

فائض الإنتاج: $j = \overline{1,n}$ ، $i = \overline{1,m+1}$
عجز الإنتاج: $j = \overline{1,n+1}$ ، $i = \overline{1,m}$

Scanned by CamScanner

مسألة : (سؤال دورة تكميلي)

لدينا 5 مخازين b_1 ، b_2 ، b_3 ، b_4 ، b_5 تزود بالمواد الأولية من ثلاث مصادر a_1 ، a_2 ، a_3 ، حيث أن الطاقة الإنتاجية لهذه المصانع هي على الترتيب ... ، ... ، ... ، وحاجة المخازين هي ... ، ... ، ... ، ... على الترتيب و تكلفة النقل مبينة بالجدول :

المصادر / المخازين	a_1	a_2	a_3	حاجة المخازين
b_1	---	---	---	---
b_2	---	---	---	---
b_3	---	---	---	---
b_4	---	---	---	---
b_5	---	---	---	---
الطاقة الإنتاجية	---	---	---	---

والمطلوب :

1. صياغة النموذج الرياضي المناسب الذي يحقق أقل كلفة للنقل وفق البيان (نجمع z_j وبعدها نجمع z_b ونقارن ونكتب نوع النموذج .)
2. إيجاد النموذج الرياضي في الحالة التي تكون فيها الطاقة الإنتاجية (غير الأرقام) (بيطلع معنا غير النموذج بس مليناه لكن حاجة المخازين نفسها ، أي ما غيرت حاجة المخازين بس غيرت الطاقة الإنتاجية و نصيغ النموذج الرياضي الجديد)

انتهى

بيان الشاش ٨٨

Scanned by CamScanner