المحاضرة الأولى

المنطق الترجيحي Fuzzy Logic :

ما سنهتم به في هذا المقرر هو حل المسائل باستخدام المنطق.

المنطق : هو لغة لتمثيل المعلومات بهدف الحصول على نتائج حيث يتم التعبير عن المسائل بمجموعة من المعلومات التي يمكن أن تكون على شكل حقائق أو بديهيات أو فرضيات (قضايا) وشروط (قيود أو قواعد) ثم نقوم بمعالجة المعلومات وفق الشروط والحقائق المعطاة لنستنتج معلومات جديدة وعندما نستنتج نقول أننا قمنا بعملية محاكمة منطقية

معرفة ⟵ محاكمة ⟵ نتائج

Knowledge — Reasoning — conclusons

حقيقة صحيحة < كل انسان فان ، سقراط انسان ⟸ سقراط فان ⟵ فرضيات أو قضايا

مستلزمات المنطق :

يستلزم المنطق ما يلي :

١- تركيب نحوي syntax : لتحديد ما هو التعبير المسموح به في اللغة.

٢- قواعد الاستدلال Inference : لمعالجة التعابير في المثال المنطقي وهذه القواعد تساعد في استنتاج معارف جديدة من معارف معطاة

٣- المعاني semanti : وهي تعرف معنى التعبير في اللغة وتقوم هذه المعاني بربط العناصر في التعبير بعناصر العالم المدروس.

	منطق الفرضيات	منطق الاسنادات
كل انسان فان	$H \Rightarrow D$	$\forall x : H(x) \longrightarrow D(x)$
سقراط انسان	SH	$H(Soc)$ سقراط

سندرس في هذا المقرر اللغات المنطقية التالية :

١- لغة حساب الفرضيات (قضايا) Propositional calculus

٢- لغة حساب الاسناديات predicate calculus

٣- المنطق الترجيحي (الغائم أو الضبابي) Fuzzy logic

١ـ لغة حساب الفرضيات (قضايا) Propositional calculus:

مكونات لغة حساب الفرضيات: ١ـ تركيب النحوي syntax:

١ـ القضية (الفرضية) Proposition:

هي جملة أو عبارة صريحة تعبر عن حقيقة ما إما أن تكون صحيحة أو خاطئة ولا تكون الاثنان معاً.

مثال: كل ما يلي قضية:

$2+2=4$ قضية لأن قيمتها منطقية دائماً صح T

$2+2=5$ قضية لأن قيمتها المنطقية دائماً خطأ F

دمشق عاصمة سوريا قضية لأن قيمتها المنطقية صحيحة

* ملاحظة: الجمل (العبارات) التي تتضمن الاستفهام أو الأمر أو التعجب لا تعد قضايا منطقية

مثال: كل ما يلي ليس قضية:

What time is it?

Read this carefully

$X+1=2$ ليست قضية لأن قيمتها المنطقية يمكن أن تكون صح من أجل بعض القيم لـ x, y و يمكن أن تكون خطأ من أجل بعض القيم الأخرى

* أستنتج أن الجمل أو التعابير الرياضية التي تحمل متغيرات ليست قضايا تصبح قضايا عند ما نسند للمتغير قيمة معينة.

مثال:

$2+4>0$ قضية

$5+10>20$ قضية

* نرمز للقضايا أو الفرضيات في منطق الفرضيات بأحرف صغيرة $p, q, r, s, \ldots$

أو كبيرة $P, Q, R, S, \ldots$

ج- أدوات ربط القضايا:

$\neg$	النفي	negation
$\Rightarrow$	اقتضاء	conclusion ⇐ (إذا كان ... فإن / يعطي، يؤدي)
$\wedge$	وصل	conjunction
$\vee$	فصل	disjunction

تسمى القضايا المربوطة في أدوات ربط القضايا بقضايا مركبة

القضايا المركبة: هي مجموعة من القضايا البسيطة المرتبطة فيما بينها بروابط منطقية

روابط المنطقية Logical operations:

① رابط النفي "$\neg$" Negation:

لتكن p قضية عندئذ نرمز له بـ $\neg p$ ($\sim p$ ، $\bar{p}$)

مثال: لتكن p القضية التالية:

p: Today is sunday $\Rightarrow$ $\neg p$: Today is not sunday

$q: 3+2 \leq 2+4 \Rightarrow \neg q: 3+2 > 2+4$

* جدول الحقيقة:

p	$\neg p$
T	F
F	T

② رابط العطف (الربط أو الوصل) "$\wedge$" conjunction:

لتكن p,q قضيتين عندئذ ربط أو عطف أو وصل نرمز له بـ $p \wedge q$

"عندما تكون كل من القضيتين أي p,q صحيحتين تكون $p \wedge q$ صحيحة وتكون خاطئ فيما عدا ذلك"

* جدول الحقيقة:

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

مثال : لتكن لدينا القضيتين التاليتين :

$p: 2 > 1$

$q: 2 < 10$

عندئذ: $p \wedge q: 1 < 2 < 10$

$F \leftarrow p: 2 < 1$

$F \leftarrow q: 2 > 10$

عندئذ: $p \wedge q: \underbrace{(2<1) \wedge (2>10)}$ F

③ الفصل "V" Disjunction أو or :

لتكن p، q قضيتين عندئذ نرمز لفصل القضيتين p، q بـ $p \vee q$ p أو q أو كلاهما

" تكون $p \vee q$ خاطئة عندما تكون كلا من القضيتين p، q خاطئتين معاً وتكون صحيحة فيما عدا ذلك"

* جدول الحقيقة :

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

مثال : الطلاب الذين درسوا التوبولوجيات أو الرياضيات المتقطعة يمكن أن يدرسوا مقرر المنطق الرياضي .

④ الاقتضاء "$\Rightarrow$" Conclusion أو conditional statement :

لتكن p، q قضيتين عندئذ العبارة الشرطية يرمز لها بـ $p \Rightarrow q$ أو $p \rightarrow q$

هي قضية "If p, then q"

"تكون هذه العبارة خاطئة عندما تكون p صحيحة و q خاطئة وتكون صحيحة فيما عدا ذلك"

نسمي p الشرط أو مقدمة الاقتضاء أو الفرضية

نسمي q نتيجة الاقتضاء

* جدول الحقيقة

If p, then q
If p, q
p only if q
p whenever q
p implies q
$p \Rightarrow q$

p	q	$p \Rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

q هي لزوم الشرط p

p هي كفاية الشرط q

مثال: اذا كانت الشمس مشرقة عندئذ سنذهب إلى الشاطئ، أوجد القيمة الحقيقية لهذه العبارة.

هذه العبارة دائماً صحيحة إلا إذا كانت الشمس مشرقة ولا نريد الذهاب إلى الشاطئ.

* ملاحظة: (مضاد/نقيض الاقتضاء الشرطي) $p \Rightarrow q \overset{\text{تكافؤ}}{\equiv} \neg p \vee q$

* جدول الحقيقة:

p	q	$p \Rightarrow q$	$\neg p$	$\neg p \vee q$
T	T	T	F	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

$$r \vee \neg l \equiv \neg l \vee r \Rightarrow l \Rightarrow r$$

٢- قواعد الاستدلال في منطق القضايا: Rules of Inference For Propostional logic

مثال	قاعدة الاستنتاج Rules of Inference	الاسم Name
اذا أثلجت اليوم سنذهب للتزلج أنها مثلجة اليوم حسب موديس بوننس سنذهب للتزلج	$p \to q$ p نستنتج q	موديس بوننس Modus Ponens
اذا أثلجت اليوم ستغلق الجامعة الجامعة غير مغلقة حسب موديس تولنس نستنتج أنه لم تثلج اليوم	$p \to q$ $\neg q$ نستنتج $\neg p$	موديس تولنس Modus Tollens

الاسم Name	قاعدة الاستنتاج Rules of Inference	مثال
الإضافة Addition	p نستنتج $p \vee q$	درجة الحرارة تحت الصفر الآن درجة الحرارة تحت الصفر الآن أو المطر تهطل
التبسيط Simlification	$p \wedge q$ نستنتج p q	اختصاصه الآن رياضيات وعلوم حاسوب ومنه اختصاصه الآن رياضيات اختصاصه الآن علوم حاسوب
الوصل Conjuction	p محققة q محققة نستنتج $p \wedge q$ محققة	صحيحة صحيحة الشمس مشرقة والعصافير تزقزق الشمس مشرقة والعصافير تزقزق صحيحة
التعدي Transitivity	$p \to q$ $q \to r$ نستنتج $p \to r$	إذا كانت تمطر الآن فإننا لن نشوي اليوم إذا لم نشوي اليوم فسنشوي غداً ومنه إذا كانت تمطر الآن فسنشوي غداً
الحل Resolution	$\neg p \vee q$ $p \vee r$ نستنتج $q \vee r$	

لتكن لدينا الحقائق التالية:

1. $p \wedge q \to r$

$\neg s \to q$

p

$\neg s$

أثبت r

الحل:

①	$\neg s \Rightarrow q$	فرضاً
②	$\neg s$	فرضاً
③	q	من ① و ② حسب مودس بونس
④	p	فرضاً

⑤ $p \land q$ من ③ و④ حسب الوصل

⑥ $p \land q \Rightarrow r$ فرضاً

⑦ r من ⑤ و⑥ حسب مودس بونس

$\boxed{2}$

$r \to s$

$\neg p \to r$

$p \to q$

$\neg q \to s$ أثبت

الحل:

① $\neg p \to r$ فرضاً

② $r \to s$ فرضاً

③ $\neg p \to s$ من ① و② حسب قانون التعدي

④ $\neg p \to s \equiv p \lor s$ من ③ حسب الاقتضاء

⑤ $p \to q$ فرضاً

⑥ $p \to q \equiv \neg p \lor q$ من ⑤ حسب الاقتضاء

⑦ $q \lor s$ من ④ و⑥ حسب الحل

⑧ $q \lor s \equiv \neg q \to s$ من ⑦ حسب الاقتضاء

$\boxed{3}$

$H \lor G \to M$

$M \to P$

$\neg P$

$\neg G$ أثبت

الحل:

① $H \lor G \to M$ فرضاً

② $M \to P$ فرضاً

③ $H \lor G \to P$ من ① و② حسب التعدي

④ $\neg P$ فرضاً

⑤ $\neg (H \lor G)$ من ③ و④ حسب مودس تولنس

⑥ $\neg (H \lor G) \equiv \neg H \land \neg G$ حسب دومورغان

⑦ $\neg G$ من ⑥ حسب التبسيط

4

$T \rightarrow C \vee E$

$S \rightarrow \neg E$

$T \wedge S$

أثبت C

الحل:

① $T \wedge S$ فرضاً

② T من ① حسب التبسيط

③ $T \rightarrow C \vee E$ فرضاً

④ $C \vee E$ من ② و③ حسب مودس بونس

⑤ S من ① حسب التبسيط

⑥ $S \rightarrow \neg E$ فرضاً

⑦ $\neg E$ من ⑤ و⑥ حسب مودس بونس

⑧ C من ④ و⑦ حسب الحل

5 "إذا أرسلت لي رسالة الجيل عندئذ سأنهي كتابة البرنامج"

"إذا لم ترسل لي رسالة سأذهب للنوم باكراً"

"إذا ذهبت للنوم باكراً سأستيقظ مرتاحاً"

برهن أنه إذا لم أنهي كتابة البرنامج عندئذ سأستيقظ مرتاحاً.

الحل: نستبدل مايلي:

p أرسلت لي رسالة الجيل

q أنهي كتابة البرنامج

r أذهب للنوم باكراً

s أستيقظ مرتاحاً

$p \Rightarrow q$

$\neg p \Rightarrow r$

$r \Rightarrow s$

أثبت $\neg q \rightarrow s$

① $\neg p \Rightarrow r$ فرضاً

② $r \Rightarrow s$ فرضاً

③ $\neg p \Rightarrow s$ من ① و② حسب التعدي

④ $\neg p \to s \equiv p \vee s$ من ③ حسب الاقتضاء

⑤ $p \to q$ فرضاً

⑥ $\neg p \vee q$ من ⑤ حسب الاقتضاء

⑦ $s \wedge q$ من ④ و⑥ حسب الحل

⑧ $\neg q \to s$ من ⑦ حسب الاقتضاء

التكافؤات المنطقية:

$$p \Rightarrow q \equiv \neg p \vee q$$

$$p \Rightarrow q \equiv \neg q \Rightarrow \neg p$$

$$p \vee q \equiv \neg p \Rightarrow q$$

$$p \wedge q \equiv \neg(p \to \neg q)$$

$$\neg(p \to q) \equiv p \wedge \neg q$$

$$(p \to q) \wedge (p \to r) \equiv p \to (q \wedge r)$$

$$(p \to r) \wedge (q \to r) \equiv (p \vee q) \to r$$

$$(p \to q) \vee (p \to r) \equiv p \to (q \vee r)$$

$$(p \to r) \vee (q \to r) \equiv (p \wedge q) \to r$$

الخاصة التبديلية:

$$p \wedge q \equiv q \wedge p$$

$$p \vee q \equiv q \vee p$$

الخاصة التجميعية:

$$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$$

$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$$

الخاصة التوزيعية:

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

قانون دومرغان :

$$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$$
$$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$$

الامتصاص :

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p$$
$$p \wedge (p \vee q) \equiv p$$

التماثل (اللانمو) :

$$p \wedge p \equiv p$$
$$p \vee p \equiv p$$

النفي المزدوج :

$$\neg(\neg p) \equiv p$$
$$p \vee \neg p \equiv T$$
$$p \wedge \neg p \equiv F$$
$$p \vee T \equiv T$$
$$p \wedge F \equiv F$$
$$p \wedge T \equiv p$$
$$p \vee F \equiv p$$

انتهت المحاضرة الأولى