

لتفرض أن R فئة الوحدات اليسارية فوق الحلقة الباعدية R وليكن

$u: A \rightarrow B$
 مورفينز للفئة R (u -تراكبات مودولية)
 الشروط التالية متكافئة:
 1. u مورفينز
 2. u متباين

البرهان: $1 \iff 2$ لتفرض أن u مورفينز ولنفرض أيضاً

$N = \text{Ker}(u)$ وان N مودول جزئي في A

لتفرض جديلاً أن الخواصة ليست مفراً (التساكن ليس متباين)

$N \neq 0$ ولذا u مورفينز بناءً على التطبيق

$\alpha: \mathcal{L}(N, A) \rightarrow \mathcal{L}(N, B)$

متباين $\alpha(f) = u \cdot f$

لتفرض أن $v_1: N \rightarrow A$

~~$v_1(x) = 0 \quad \forall x \in N$~~

$v_2: N \rightarrow A$

$v_2(x) = x \quad \forall x \in N$

تلاحظ أن $v_1, v_2 \in \mathcal{L}(N, A)$ وان $v_1 \neq v_2$

~~$\alpha(v_2) = u \cdot v_2$~~ $\alpha(v_1) = u \cdot v_1$

$\forall x \in N, u \cdot v_1(x) = u(v_1(x)) = u(0) = 0$
 u متباين

$u \cdot v_2(x) = u(v_2(x)) = u(x) = 0$
 $\alpha(v_1) = \alpha(v_2)$ $\alpha(v_1) = \alpha(v_2)$

وهذا يبين ان $u \cdot v_1 = u \cdot v_2$ ولذا α متباين
 عند ان $v_1 = v_2$ وهذا غير ممكن ومنه
 $N = 0$ وبالتالي التساكن u متباين

(*) \leftarrow (الفرضيات المتشابهة المتساوية، ولكن $x \in \text{ob}(f)$ ، ولتذكر ان الخطية
 تبين $d: \mathcal{L}(X, A) \rightarrow \mathcal{L}(X, B)$

لفرض f ان d \rightarrow قباين عند f موجود:

$\lambda_1, \lambda_2 \in \mathcal{L}(X, A)$ فبعبارة $\lambda_1 = \lambda_2$

فان $u \cdot \lambda_1 = u \cdot \lambda_2 \iff \alpha(\lambda_1) = \alpha(\lambda_2)$

$\forall x \in X; u \cdot \lambda_1(x) = u \cdot \lambda_2(x)$

$u(\lambda_1(x)) = u(\lambda_2(x))$

$u(\lambda_1(x) - \lambda_2(x)) = 0$

$\lambda_1(x) - \lambda_2(x) \in \text{Ker}(u) = \{0\}$

$\lambda_1(x) = \lambda_2(x)$

وذلك $\forall x \in X$ ، ومنه $\lambda_1 = \lambda_2$ وهذا تافه
 ومنه لتطبيق d قباين وبالتالي المونيزم u هو مونيزم

#

الاشياء الجزئية:

المونيزم

تعريف: لتكن f فئة و $A \in \text{ob}(f)$ لتعرف M_A المؤلف من جميع المؤلفين
 $f: Y \rightarrow A$ حيث $Y \in \text{ob}(f)$ واضع ان $M_A \neq \emptyset$ لان

$I_A \in M_A$

لتعرف على اللف M_A علاقة \leq (بالتسلسل)

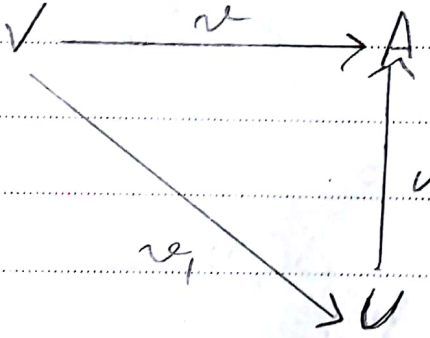
$\forall v, u \in M_A, v \leq u \iff \exists v_1 \in \mathcal{L}(V, U)$

حيث $v_1 = u \cdot v$

تلاحظ مباشرة ان v_1 مونيزم

ببرهنة سابقة $v_1 = u \cdot v$ هو

مونيزم $\iff v_1$ هو مونيزم



توحيدية: لكي لائحة و $A \in \text{ob}(\mathcal{L})$ ونفرض أن

$$\varphi: V \rightarrow A$$

$$u: U \rightarrow A \in \mathcal{M}_A$$

الشروط التالية متكافئة:

(1) $\varphi \leq u$

(2) يوجد مورفيزم $\alpha \in \mathcal{L}(V, U)$ حيث $\varphi = u \cdot \alpha$

الدهان: (1) \Leftarrow (2) يكفي إثبات أن $\varphi \leq u$ و α تفرض أن $U \rightarrow V$ من خصم

$$u \cdot \alpha_1 = u \cdot \alpha_2 \quad \varphi = u \cdot \alpha_1 = u \cdot \alpha_2 = \varphi$$

$$u: U \rightarrow A$$

$$\alpha: \mathcal{L}(X, U) \rightarrow \mathcal{L}(X, A)$$

$$\alpha(f) = u \cdot f \quad \text{تباين}$$

$$\alpha_1, \alpha_2 \in \mathcal{L}(V, U)$$

$$\alpha(\alpha_1) = u \cdot \alpha_1 = u \cdot \alpha_2 = \alpha(\alpha_2)$$

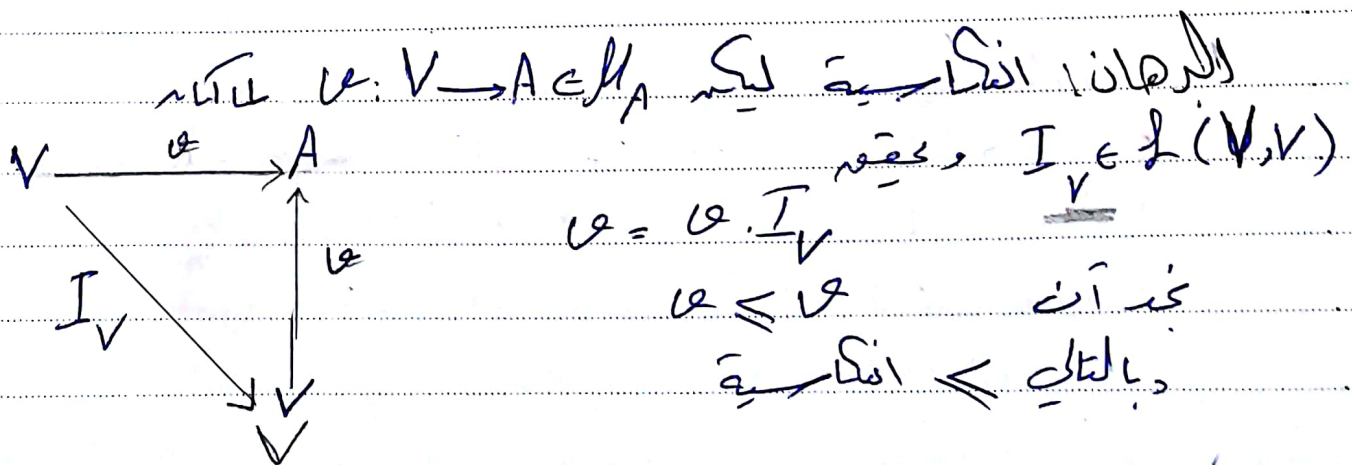
u مورفيزم
 $\varphi \leq u$

ولأنه u مورفيزم نجد أن $\alpha_1 = \alpha_2$ أي أن $\varphi \leq u$ و α و (2) \Leftarrow (1) واجب التعريف

#

توحيدية: لكي لائحة و $A \in \text{ob}(\mathcal{L})$ المرفقة على لائحة هي التبادلية و متعددية

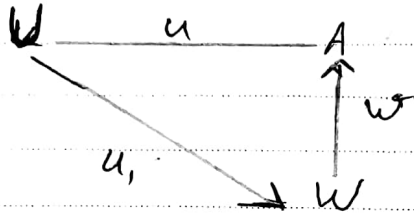
توحيدية



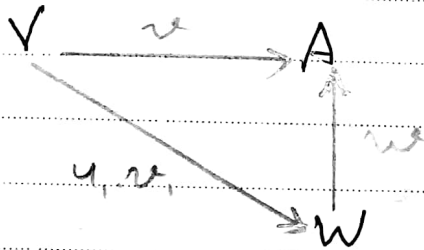
لیکن $v, u, w \in M_A$ وقتوں $v \leq u$ $u \leq w$

* لیکن ان $v \leq w$

□ $v \leq u \iff \exists r_1 \in L(V, U); v = u \cdot r_1$



$u \leq w \iff \exists u_1 \in L(U, W); u = w \cdot u_1$



لیکن ان $u_1, r_1 : V \rightarrow W$
 وجمیع

$w \cdot (u_1, r_1) = (w \cdot u_1) \cdot r_1$
 $= u \cdot r_1 = v$

لیکن ان $v \leq w$ کے لیے $v \leq w$

#

انہی کا فرق