المحاضرة 6 الاثنين 26/3/2018

نموذج مسائل النقل:

لدينا الكميات $a_1, a_2, \dots, a_m$ المتوفرة في المراكز A_i حيث $i = \overline{1,m}$ من مادة معينة، نريد نقلها إلى المراكز B_j حيث $j = \overline{1,n}$ بحيث يصل المركز B_j الكمية b_j حيث $j = \overline{1,n}$

ونريد إجراء عملية النقل بأقل كلفة ممكنة علماً بأن كلفة نقل الوحدة الواحدة من مركز الإنتاج i إلى مركز الاستهلاك j هي C_{ij}

المطلوب:

صياغة ما سبق على شكل مسألة رياضية

نموذج نظري للنقل:

مسألة: (سؤال دورة):

تريد مؤسسة إنتاجية بنقل منتجاتها من مراكز الإنتاج البالغ عددها m مركز ونتوفر فيها المنتجات بكميات محدودة تساوي $a_1, a_2, \dots, a_m$ إلى مراكز الاستهلاك البالغ عددها n مركز استهلاكي وتقدّر حاجاتها بالكميات $b_1, b_2, \dots, b_n$ فإذا كانت تكلفة نقل الوحدة الواحدة من مركز الإنتاج i إلى مركز الاستهلاك j تساوي C_{ij}

المطلوب:

صياغة النموذج الرياضي المناسب بحيث تكون تكلفة النقل أقل ما يمكن في الحالات التالية:

1. النموذج مغلق
2. النموذج مفتوح ← عجز / فائض

الحل:

نفرض x_{ij} الكمية المنقولة من المركز الإنتاجي i إلى المركز الاستهلاكي j

عندئذٍ يكون تابع الهدف - - - - - -

ومنايز حالتين: الحالة الأولى - - - - -

الحالة الثانية - - - - -

(نكمل الحل كما عملنا سابقاً في المحاضرة 5)

Scanned by CamScanner

ملاحظة:

دائماً مسائل النقل تكون عبارة عن سؤال ومن ثم سؤال عليه تعديل.

مسألة:

لدينا 6 مراكز إنتاج $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$

تتوفر فيها المواد بالكميات التالية: $85, 200, 93, 70, 60, 50 = 558$

ولدينا 5 مراكز استهلاكية:

B_1, B_2, B_3, B_4, B_5

حاجاتها: $60, 120, 30, 96, 250 = 556$

إذا كانت تكلفة نقل الوحدة من المركز الإنتاجي إلى المركز الاستهلاكي ن موضحة بالجدول التالي:

الإنتاج \ الاستهلاك	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	الكميات المتوفرة
A_1	2	3	7	9	8	85
A_2	6	5	3	10	30	200
A_3	3	5	7	6	8	93
A_4	6	2	4	3	6	70
A_5	2	3	5	4	7	60
A_6	9	8	7	1	5	50
الاحتياجات	60	120	30	96	250	556 / 558 مجموعهم

المطلوب:

1. صياغة النموذج الرياضي وفق معطيات المسألة بحيث تكون تكلفة النقل أقل ما يمكن.
2. إعادة المسألة إذا كانت حاجات المركز الاستهلاكي B_3 هي 32 عوضاً عن 30

الحل:

1. دراسة المسألة:

نفرض x_{ij} الكمية المنقولة من المركز الإنتاجي i إلى المركز الاستهلاكي j

حيث $i = \overline{1,6}$ ، $j = \overline{1,5}$

Alamal

Scanned by CamScanner

- نقوم بإيجاد:

- $\sum_{i=1}^{6} a_i = 85 + 200 + 93 + 70 + 60 + 50 = 558$

- $\sum_{j=1}^{5} b_j = 60 + 120 + 30 + 96 + 250 = 556$

- نقارن بين المجموعين:

$$\sum_{i=1}^{6} a_i = 558 > 556 = \sum_{j=1}^{5} b_j$$

- بالتالي فإن النموذج مفتوح (غير متوازن) ولدينا فائض في الإنتاج لأن كميات الإنتاج أكبر من كميات الاستهلاك.

- نضيف مركز استهلاك وهمي ليصبح النموذج متوازن (B_6 مركز وهمي) وقيمة هذا المركز هو كمية الفائض من الإنتاج

أي هو الفرق بين المجموعين:

$$\sum_{i=1}^{6} a_i - \sum_{j=1}^{5} b_j = 558 - 556 = 2 = b_6$$

وتكلفة النقل من جميع مراكز الإنتاج إلى مركز الاستهلاك الوهمي B_6 هي صفر أي:

$$C_{i6} = 0 \quad ; \quad i = \overline{1,6}$$

نضيف إلى الجدول عمود لمركز الاستهلاك الوهمي B_6

استهلاك / إنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	الكميات المتوفرة
A_1	2	3	7	9	8	0	85
A_2	6	5	3	10	30	0	200
A_3	3	5	5	6	8	0	93
A_4	6	2	2	3	6	0	70
A_5	2	3	3	4	7	0	60
A_6	9	8	8	1	5	0	50
الاحتياجات	60	120	30	96	250	2	558 / 558 مجموع

Alamal

Scanned by CamScanner

أ / إنتاج / استهلاك

أصبح لدينا :

$$\sum_{i=1}^{6} a_i = 558 = 558 = \sum_{j=1}^{5} b_{j+1} = \sum_{j'=1}^{6} b_{j'}$$

بالتالي أصبح النموذج متوازن (مغلق) :

عندئذٍ يكون تابع الهدف :

$$Z = \sum_{j=1}^{6} \sum_{i=1}^{6} C_{ij} \cdot x_{ij}$$

$$= \sum_{j=1}^{6} C_{1j} \cdot x_{1j} + \sum_{j=1}^{6} C_{2j} \cdot x_{2j} + \dots + \sum_{j=1}^{6} C_{6j} \cdot x_{6j}$$

$$\begin{aligned} Z = {} & C_{11}x_{11} + C_{12}x_{12} + \dots + C_{16}x_{16} \\ & + C_{21}x_{21} + C_{22}x_{22} + \dots + C_{26}x_{26} \\ & + C_{31}x_{31} + C_{32}x_{32} + \dots + C_{36}x_{36} \\ & + C_{41}x_{41} + C_{42}x_{42} + \dots + C_{46}x_{6} \\ & + C_{51}x_{51} + C_{52}x_{52} + \dots + C_{56}x_{56} \\ & + C_{61}x_{61} + C_{62}x_{62} + \dots + C_{66}x_{66} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z = {} & 2x_{11} + 3x_{12} + 7x_{13} + 9x_{14} + 8x_{15} + 0x_{16} \\ & + 6x_{21} + 5x_{22} + 3x_{23} + 10x_{24} + 30x_{25} + 0x_{26} \\ & + 3x_{31} + 5x_{32} + 7x_{33} + 6x_{34} + 8x_{35} + 0x_{36} \\ & + 6x_{41} + 2x_{42} + 4x_{43} + 3x_{44} + 6x_{45} + 0x_{46} \\ & + 2x_{51} + 3x_{52} + 5x_{53} + 4x_{54} + 7x_{55} + 0x_{56} \\ & + 9x_{61} + 8x_{62} + 7x_{63} + 1x_{64} + 5x_{65} + 0x_{66} \end{aligned}$$

الحروط (القيود) :

القيود على ما كان الإنتاج :

$$\left.\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} &= 85 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} &= 200 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} &= 93 \end{aligned}\right\} (*)$$

Scanned by CamScanner

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} + x_{46} = 70$$
$$x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} + x_{56} = 60$$
$$x_{61} + x_{62} + x_{63} + x_{64} + x_{65} + x_{66} = 50$$

القيود على مراكز الاستهلاك:

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} + x_{61} = 60$$
$$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} + x_{52} + x_{62} = 120$$
$$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} + x_{53} + x_{63} = 30$$
$$x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} + x_{54} + x_{64} = 96$$
$$x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} + x_{55} + x_{65} = 250$$
$$x_{16} + x_{26} + x_{36} + x_{46} + x_{56} + x_{66} = 2$$

(**)

شروط عدم السلبية: (**)

$$x_{ij} \geq 0 \qquad i = \overline{1,6} \qquad j = \overline{1,6}$$

النموذج الرياضي:

أوجد القيمة الأصغرية للتابع Z:

$$Z = \ldots \longrightarrow Min$$

ضمن الشروط: (*) و (**) و (***)

(يفيد كتابة كل شيء) دون أن نكتب كل شرط على ماذا يدل

---

2 نفرض x_{ij} الكمية المنقولة من المركز الإنتاجي i إلى المركز الاستهلاكي j

حيث: $i = \overline{1,6}$ ، $j = \overline{1,5}$

Scanned by CamScanner

نقوم بإيجاد :

- $\sum_{i=1}^{6} a_i = 558$
- $\sum_{j=1}^{5} b_j = 60+120+32+96+250 = 558$

نقارن بين المجموعتين :

$$\sum_{i=1}^{6} a_i = 558 = \sum_{j=1}^{5} b_j$$

بالتالي فإن النموذج متوازن (مغلق)

ويكون تابع الهدف :

$$L = \sum_{j=1}^{5} \sum_{i=1}^{6} c_{ij} \cdot x_{ij}$$

$$= \sum_{j=1}^{5} c_{1j} x_{1j} + \sum_{j=1}^{5} c_{2j} x_{2j} + \cdots + \sum_{j=1}^{5} c_{6j} \cdot x_{6j}$$

$$= 2x_{11} + 3x_{12} + 7x_{13} + 9x_{14} + 8x_{15}$$
$$+ 6x_{21} + 5x_{22} + 3x_{23} + 10x_{24} + 30x_{25}$$
$$+ 3x_{31} + 5x_{32} + 7x_{33} + 6x_{34} + 8x_{35}$$
$$+ 6x_{41} + 2x_{42} + 4x_{43} + 3x_{44} + 6x_{45}$$
$$+ 2x_{51} + 3x_{52} + 5x_{53} + 4x_{54} + 7x_{55}$$
$$+ 9x_{61} + 8x_{62} + 7x_{63} + x_{64} + 5x_{65}$$

الشروط :

قيود الإنتاج :

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} = 85$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} = 200$$
$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} = 93$$
$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} = 70$$
$$x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} = 60$$
$$x_{61} + x_{62} + x_{63} + x_{64} + x_{65} = 50$$

Alamal

Scanned by CamScanner

قيود الاستهلاك :

$$x_{11}+x_{21}+x_{31}+x_{41}+x_{51}+x_{61}=60$$
$$x_{12}+x_{22}+x_{32}+x_{42}+x_{52}+x_{62}=120$$
$$x_{13}+x_{23}+x_{33}+x_{43}+x_{53}+x_{63}=32$$
$$x_{14}+x_{24}+x_{34}+x_{44}+x_{54}+x_{64}=96$$
$$x_{15}+x_{25}+x_{35}+x_{45}+x_{55}+x_{65}=250$$

(**)

شروط عدم السلبية :

(***)

$$x_{ij} \geq 0 \quad ; \quad \overline{i=1,6} \; ; \; j=1,5$$

التوجه الرياضي :

أوجد القيمة الأعظمية للتابع :

$$L = \dots\dots \longrightarrow Min$$

صمت الشروط :

(*) و (**) و (***)

(نفيد كتابة كل شيء)

انتهى

بيان البواشي ٨٩

((قم وجاهد في الحياة ... إنّ ثوانا قليل))

Scanned by CamScanner