نظري

◄ دكتور المادة: غصون الجيرودي

◄ المحاضرة: التاسعة والعاشرة عنوان المحاضرة : شجرة القرار

المستوى العلمي : أهلاً بكم أصدقائي في المحاضرة التاسعة والعاشرة من مقررنا الرياضيات المتقطعة سنكمل في هذه المحاضرة مع شجرة القرار .....

مسألة: يقوم مصنع بإنتاج رقاقات ذاكرة للهواتف المحمولة فيتم إما قبول الرقاقة أو رفضها

إذا قبلت الرقاقة سيربح 6آلاف ليرة سورية للرقاقة الجيدة

وسيخسر 12الف ليرة سورية إذا كانت سيئة

أما إذا رفضت سيكون الربح صفر..

ويمكن اختبار الرقاقة بكلفة 0.1ألف ليرة سورية لكن الاختبار ليس مضمون حيث أن:

احتمال أن ينجح الاختبار علما بأن الرقاقة جيدة 75%

واحتمال أن ينجح الإختبار علما بأن الرقاقة سيئة هو 5%.

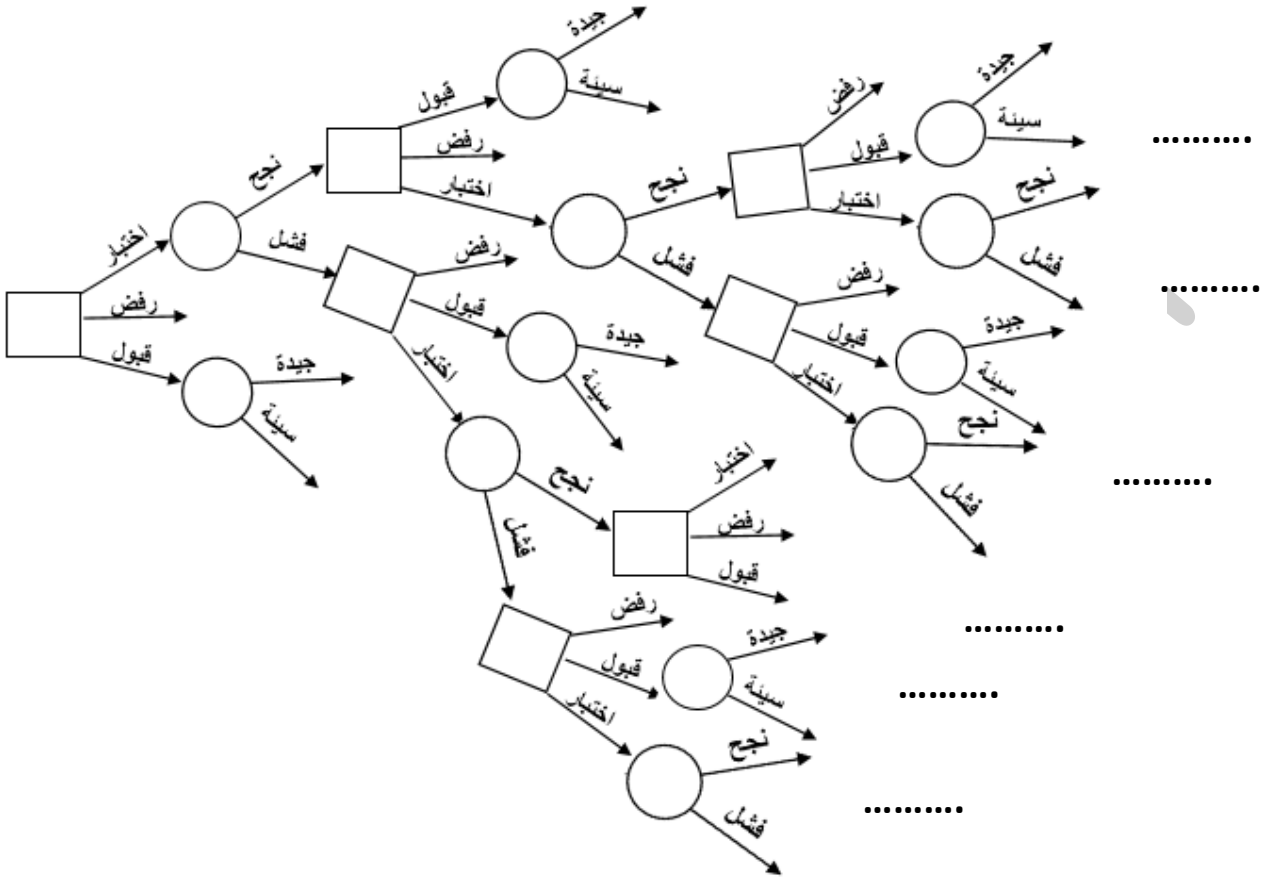
ماهي أفضل استراتيجية للمصنع لتحقيق أكبر ربح علما أن 60%من البضاعة التي يصنعها المصنع جيدة ويمكن اختبار الرقاقة ثلاث مرات على الأكثر .

❖ **ملاحظة**:إذا لم يذكر معيار التوقع فالمعيار يكون توقع الدخل الأكبر .

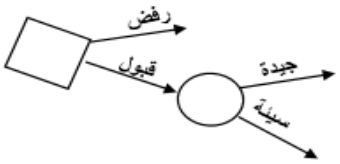
الحل :

1- نحدد الاستراتيجيات والتي هي إما قبول أو رفض الرقاقة ونبدأ هذه العقد بالمربعات .
2- نحدد الظروف والتي هي جودة البضاعة (سيئة أم جيدة).
3- ونحسب المخرجات ....

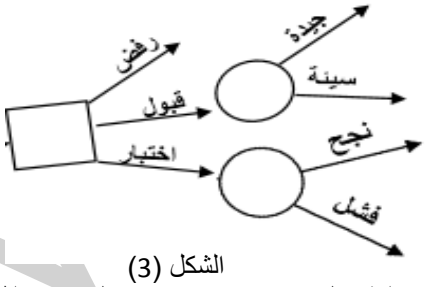
و ستأخذ شجرة القرار الشكل التالي :



إن رسم شجرة القرار في هذه الحالة **كبير جدا** علماً أن عدد مرات الاختبار الممكنة هو 3مرات على الأكثر في مسألتنا ،فإذا كان عدد مرات الاختبار أكبر فستكون الرسمة أكبر بكثير وحساب الاحتمالات سيكون أصعب وللسهولة نلاحظ أن الشكل (1) ما هو إلى تركيب للشكلين التاليين بتكرار أكثر من مرة :



الشكل (2)



الشكل (3)

سنفرض **التابع** $V^n(p)$ **وهو أكبر توقع دخل إذا كان لدينا** n **اختبار مسموح به وكان** p **الاحتمال الحالي بأن تكون البضاعة جيدة.** أي أن :

$$V^n(p) =$$

$$Max\begin{Bmatrix} \text{توقع رفض} & \text{توقع القبول} & \text{توقع اختبار} \\ 0 & 6p-12(1-p) & P(A_1)V^{n-1}P(G\backslash A_1)+P(A_2)V^{n-1}P(G\backslash A_2) \end{Bmatrix}$$

حيث:

A_1الحدث الدال على أن الاختبار قد نجح .

A_2الحدث الدال على أن الاختبار قد فشل .

G الحدث الدال على أن البضاعة جيدة .

B الحدث الدال على أن البضاعة سيئة .

بكلمات أخرى : سنحول المسألة إلى مسألة عودية (تكرارية) حيث نلاحظ أن شجرة القرار الكلية ما هي إلا حلقة مكونة من الشكلين (2) و (3) بتكرار $n \leq 3$ مرة

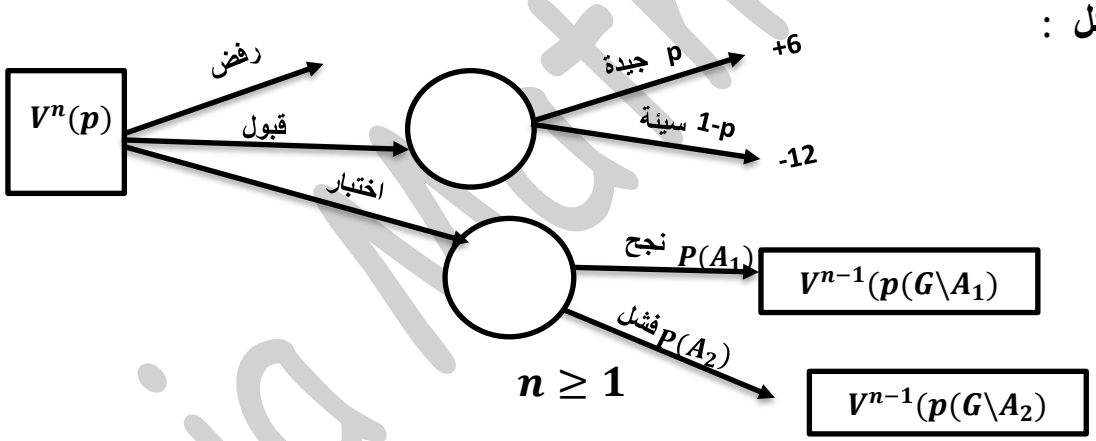
تذكر: الدوائر نحسب فيها التوقع أما في المربعات نختار أكبر توقع

عند أي عقدة قرار نختار أكبر توقع عند القبول أو الرفض أو الاختبار

توقع الرفض = 0

توقع القبول يساوي احتمال أنها جيدة × الدخل + احتمال أنها سيئة× الدخل

لدينا في الشكل :



توقع القبول $= (p \times 6) + (1-p) \times (-12)$

توقع الاختبار =احتمال نجاح الاختبار × الدخل + احتمال فشل الاختبار × الدخل

$= ($ الدخل علما أن الاختبار فشل $) \times p(A_2) +$ (الدخل علما أن الاختبار نجح$) \times p(A_1)$

إن **الدخل علما أنه نجح** هو أكبر توقع دخل (لأن بعد الدوائر مربعات) وبالتالي فهو يساوي $V^{n-1}(p(G\backslash A_1))$ (المربعات نحسب فيها أكبر توقعات).

أي أنه أكبر توقع دخل لاحتمال أن البضاعة جيدة علما أن الاختبار قد نجح

وبنفس الطريقة نرى أن **الدخل علما أن الاختبار فشل يساوي** $V^n(p(G\backslash A_2))$.

- $p(A_1) = p(A_1\backslash G)p(G) + p(A\backslash B)p(B) = 0.75 \times p + 0.5(1-p)$

$$= 0.5 + 0.25p$$

- $p(A_2) = 1 - p(A_1) = 1 - (0.5 + 0.25p) = 0.5 - 0.25p$
- $p(G\backslash A_1) = \frac{p(A_1\backslash G)p(G)}{p(A_1)} = \frac{0.75p}{0.5+0.25p} = \frac{3p}{2+p}$
- $p(G\backslash A_2) = \frac{p(A_2\backslash G)p(G)}{p(A_2)} = \frac{0.25p}{0.5-0.25p} = \frac{p}{2-p}$

$$\Rightarrow \boldsymbol{n \geq 1; V^n(p) = Max\left\{\underbrace{0}_{\text{رفض}},\ \underbrace{-12+18p}_{\text{قبول}},\ \underbrace{(0.5+0.25p)V^{n-1}\left(\frac{3p}{2-p}\right) + 0.5 - 0.25pV^{n-1}\left(\frac{p}{2-p}\right)}_{\text{اختبار}}\right\}}$$

$$n = 0\ ; V^0(p) = Max\begin{Bmatrix} \text{رفض} & \text{قبول} \\ 0 & -12+18p \end{Bmatrix}$$

المطلوب: $\boldsymbol{V^3(p) = V^3(0.6) = ???}$

$$(1) \ldots V^3(0.6) = Max\left\{0,\quad -12+18(0.6),\quad \begin{matrix} -0.1 + (0.5+0.25(0.6))V^2\left(\frac{3(0.6)}{2+0.6}\right) + \\ (0.5-0.25(0.6))V^2\left(\frac{0.6}{2-0.6}\right) \end{matrix}\right\}$$

$$V^2\left(\frac{3(0.6)}{2+0.6}\right) = Max\left\{0,\quad -12+18(0.692),\quad \begin{matrix} -0.1 + (0.5+0.25\times 0.692)V^1\left(\frac{3\times 0.692}{2+0.692}\right) + \\ (0.5-0.25\times 0.692)V^1\left(\frac{0.692}{2-0.692}\right) \end{matrix}\right\}$$

$$\Rightarrow (2) \ldots V^2(0.692) = Max\{0,\quad 0.461,\quad -0.1 + 0.607V^1(0.771) + 0.326V^1(0.529)\}$$

$$V^2\left(\frac{(0.6)}{2-0.6}\right) = Max\left\{0,\quad -12+18(0.428),\quad \begin{matrix} -0.1 + (0.5+0.25\times 0.428)V^1\left(\frac{3\times 0.428}{2+0.6}\right) + \\ (0.5-0.25\times 0.428)V^1\left(\frac{0.428}{2-0.428}\right) \end{matrix}\right\}$$

$$\Rightarrow (3) \ldots V^2(0.428) = Max\{0,\quad -12+18(0.428),\quad -0.1 + 0.607V^1(0.529) + 0.326V^1(0.272)$$

$$(4) \ldots V^1(0.771) = Max\{0,\quad 1.885,\quad -0.1 + 0.692V^0(0.835) + 0.307V^0(0.6279)\}$$

$$(5) \ldots V^1(0.529) = Max\{0,\quad -2.47,\quad -0.1 + 0.632V^0(0.6279) + 0.307V^0(0.36)\}$$

$$(6) \ldots V^1(0.2728) = Max\{0,\quad -7.089,\quad -0.1 + 0.568V^0(0.36) + 0.43V^0(0.157)\}$$

$$V^0(0.835) = Max\{0,3.03\} = 3.03 \Rightarrow \text{قبول}$$
$$\boldsymbol{V^0(0.627)} = Max\{0,-0.69\} = 0 \Rightarrow \text{رفض}$$

$$V^0(0.36) = Max\{0, -5.52\} = 0 \Longrightarrow \text{رفض}$$
$$V^0(0.157) = Max\{0, -9.15\} = 0 \Longrightarrow \text{رفض}$$
$$V^1(0.771) = Max\{0, 1.88, 1.995\} = 1.9995 \Longrightarrow \text{اختبار بالتعويض في } (4)$$
$$V^1(0.529) = Max\{0, -2.47, -0.1\} = 0 \Longrightarrow \text{رفض بالتعويض في } (5)$$
$$V^1(0.272) = Max\{0, -7.08, -0.1\} = 0 \Longrightarrow \text{رفض بالتعويض في } (6)$$
$$V^2(0.692) = Max\{0, 0.461, 1.24\} = 1.24 \Longrightarrow \text{اختبار بالتعويض في } (2)$$
$$V^2(0.428) = Max\{0, -4.28, -0.1\} = 0 \Longrightarrow \text{رفض بالتعويض في } (3)$$
$$V^3(0.6) = Max\{0, -1.2, 0.709\} = 0.709 \Longrightarrow \text{اختبار بالتعويض في } (1)$$

وبالتالي تكون الاستراتيجية المثلى المقابلة لأكبر توقع دخل :

- **إذا نجح الاختبار الأول ⟸ نقوم بالاختبار مرة ثانية وإذا نجح الاختبار الثاني ⟸ نقوم بالاختبار مرة ثالثة وإذا نجح الاختبار نقبل البضاعة**
- **في حال فشل الاختبار في أي مرحلة من المراحل نقوم برفض البضاعة .**

و لكن من أين أتت هذه الاستراتيجية : (انظر في المخطط التالي) :

Syria Math Team

لدينا $V^3(0.6)$(النتيجة المواتية للاختبار)

و لكن توقع الاختبار إما

$V^2(0.692)$(نجاح)

((أكبر توقع دخل علماً أن الاختبار قد نجح))

$V^2(0.428)$(الفشل)

((أكبر توقع دخل علماً أن الاختبار قد فشل))

1.24

0

اختبار

رفض

و لكن توقع الاختبار إما

$V^1(0.771)$(نجاح)

$V^1(0.529)$(الفشل)

اختبار

رفض

$V^0(0.835)$(نجاح)

قبول

$V^0(0.627)$(الفشل)

رفض

Syria Math .com