/ /

المحاضرة 14 الاثنين 7/5/2018

نموذج التخزين المتعدد والحجم المحدود:

لنفرض أن المستودع يقوم بتخزين وبيع m مادة، إن حجم (أو مساحة) المستودع محدودة ويساوي B، إن كل واحدة من المادة i من هذه المواد تشغل مكاناً قدره $s_i$ من حجم المستودع

ولنفرض أن النموذج يحقق الفرضيات التالية:

1. معدل الطلب على المادة i يساوي $\lambda_i$ في واحدة الزمن.
2. إن الكمية الأولية المتوفرة من المادة i في بداية الزمان تساوي $Q_i$
3. إنه كلما وصل مستوى التخزين من المادة i إلى الصفر يتم تعويضها بنفس الكمية $Q_i$.
4. إن سعر شراء الوحدة الواحدة من المادة i يساوي $C_i$
5. يوجد تكلفة ثابتة مقدارها $K_i$ من أجل إعداد كل طلبية من المادة i.
6. إن تكلفة تخزين المادة i في واحدة الزمن تساوي $h_i$،

وأنه تم طلب كل من هذه المواد في أوقات مختلفة ومستقلة عن بعضها البعض.

**الحل:**

إن الحجم المحدود للمستودع يتحكم بكمية المخزون من مختلف الموارد وحتى لا يتم تجاوز ذلك الحجم يجب أن تحقق الكميات المطلوبة القيد التالي:

$$Q_1 s_1 + Q_2 s_2 + \cdots + Q_m s_m \leq B$$

التكلفة الإجمالية لتخزين المادة i في واحدة الزمن تعطى بالعلاقة:

$$C_i(Q_i) = C_i \lambda_i + \frac{K_i \lambda_i}{Q_i} + \frac{h_i Q_i}{2} \quad ; \quad i = \overline{1, m}$$

إن المجموع العام لتكلفة التخزين تعطى بالعلاقة:

$$C(Q_i) = \sum_{i=1}^{m}\left(C_i\lambda_i + \frac{k_i\lambda_i}{Q_i} + \frac{h_i Q_i}{2}\right) \longrightarrow Min$$

النموذج الرياضي:

أوجد القيمة الصغرى للتابع

$$C(Q_1, Q_2, \ldots, Q_m) = \sum_{i=1}^{m}\left(C_i\lambda_i + \frac{k_i\lambda_i}{Q_i} + \frac{h_i Q_i}{2}\right) \longrightarrow Min$$

مع مراعاة القيد:

$$Q_1 S_1 + Q_2 S_2 + \ldots + Q_m S_m \leq B$$

حيث:

$$i = \overline{1, m} \quad , \quad Q_i \geq 0$$

إن هذا النموذج لاخطي، لإيجاد المطلوب نستخدم مضاريب لاغرانج حيث تعطى تابع لاغرانج بالعلاقة التالية:

$$L(Q_i, M) = \sum_{i=1}^{m}\left(C_i\lambda_i + \frac{k_i\lambda_i}{Q_i} + \frac{h_i Q_i}{2}\right) - M(Q_1 S_1 + \ldots + Q_m S_m - B)$$

لإيجاد النهاية الصغرى التي تحقق القيد نحسب المشتقات الجزئية بالنسبة لـ $Q_i$ و $M$ ونعدم الناتج فنحصل على جملة معادلات:

$$\frac{\partial L(Q_i, M)}{\partial Q_i} = 0 \Rightarrow \frac{-h_i k_i}{Q_i^2} + \frac{h_i}{2} + M S_i = 0 \quad \ldots (1)$$

$$\frac{\partial L(Q_i, M)}{\partial M} = 0 \Rightarrow S_1 Q_1 + S_2 Q_2 + \ldots + S_m Q_m - B = 0 \quad \ldots (2)$$

بحل هذه الجملة نحصل على:

من (1) :

$$\frac{\lambda_i k_i}{Q_i^2} = \frac{h_i + 2M S_i}{2}$$

$$\Longrightarrow Q_i = \sqrt{\frac{2\lambda_i k_i}{h_i + 2M S_i}} \quad ; \quad i = \overline{1,m}$$

من (2)

يصبح القيد :

$$S_1 Q_1 + S_2 Q_2 + \cdots + S_m Q_m = B \quad \cdots **$$

نعوض قيمة $Q_i$ في العلاقة $**$

نلاحظ أن الطرف الأيسر تصغر قيمته كلما كبرت $M$ أي أنه بشكل تجريبي لو وجدنا قيمة موجبة لـ $M$ سميناها $M^*$ وذلك بزيادة قيمة $M$ تدريجياً حتى تتحقق المعادلة $**$ نحصل على الحجم التالي :

$$Q_i^* = \sqrt{\frac{2\lambda_i k_i}{h_i + 2M^* S_i}} \quad ; \quad i = \overline{1,m}$$

# البرمجة الديناميكية

## مجالات الاستخدام:

تستخدم هذه البرمجة لإيجاد الحل الأمثل في المواقف متعددة الخطوات والتي تتضمن مجموعة من القرارات المرتبطة.

أمثلة:

1- مسائل توزيع الموارد وتنظيم الإنتاج والإدارة.

2- مسائل التخزين وتجديد الآلات.

3- منهج الاستنتاج من الخلف إلى الأمام.

## المبدأ:

هو تجزئة المسألة إلى خطوات ترتبط بمعيار معين حسب الموقف موضوع الدراسة وفي كل خطوة تعرف مجموعة من الحالات حيث يتفرع عن كل حالة مجموعة من القرارات الممكنة.

## مقياس الفاعلية:

تحدد مقياس الفاعلية في صورة تابع تكلفة أو ربح أو زمن أو أي مقياس آخر يسمى تابع الهدف

## القرار الأمثل:

هو القرار الذي يحقق في كل حالة القيمة المثلى لتابع الهدف في الحالة السابقة.

أبرز المساهمين في تطوير البرمجة الديناميكية:

إن أبرز المساهمين في تطوير هذه البرمجة هو العالم ريتشارد بالمان وهو صاحب المبدأ القائل:

إن سياسة مثلى لا يمكن أن تشكل إلا من سياسات جزئية مثلى وهو المبدأ النظري الأساسي للبرمجة الديناميكية

## ميزات البرمجة الديناميكية:

تتميز البرمجة الديناميكية عن غيرها من الطرق بما يلي:

1- تعطي الحل الأمثل المطلق وليس الحل الأمثل النسبي.

2- تخفض الزمن اللازم للحساب من جراء تجزئة المسألة إلى مسائل صغيرة وبعدد أقل من المتغيرات وبذلك ينخفض عدد البدائل في كل خطوة.
3- لا تتطلب أياً من الشروط الخطية أو التحدب أو حتى الاستمرارية ومع ذلك فهي محددة ضمن أشكال خاصة بتابع الهدف.
4- تتضمن عناصر تحليل الحساسية حيث يتبين من خلالها حساسية النتائج من أجل جملة من القيم للمتغيرات الداخلة في المسألة وتمكننا من إيجاد السياسات القريبة للسياسة المثلى مع الإشارة إلى أنها لا تستطيع حل كل أنواع المسائل.

تصنف مسائل البرمجة الديناميكية وفقاً لثلاثة حالات:
1- مسائل وحيدة البعد ووحيدة المؤثر.
2- مسائل متعددة الأبعاد ووحيدة المؤثر أو مسائل وحيدة البعد ومتعددة المؤثرات.
3- مسائل متعددة الأبعاد ومتعددة المؤثرات.

ماهو البعد وماهو المؤثر؟

البعد: هو المعيار الذي يؤثر في عملية اتخاذ القرار في مرحلة معينة من مراحل الحصول على الحل الأمثل حيث أنه إذا كان المعيار وحيد في اتخاذ القرار عندئذٍ تسمى المسألة بمسألة وحيدة البعد وإلا فهي مسألة متعددة الأبعاد.

المؤثر: هو تابع الهدف وإذا كانت المسألة تريد أكثر من هدف واحد عندها تسمى مسألة متعددة المؤثرات.

انتهى

بيان البشاشي ٨٩