

المحاضرة الرابعة عشر

الموضوع: أشياء الفئدة:

تعريف: لتكن  $M$  مجموعة غير خالية نقول عن العلاقة  $\rho \subseteq M \times M$  انها علاقة تكافؤ على  $M$  اذا حققت:

- 1-  $\forall x \in M, (x, x) \in \rho \Leftrightarrow x \rho x$
- 2-  $\forall x, y \in M, (x, y) \in \rho \Rightarrow (y, x) \in \rho$
- 3-  $\forall x, y, z \in M, \left. \begin{matrix} (x, y) \in \rho \\ (y, z) \in \rho \end{matrix} \right\} \Rightarrow (x, z) \in \rho$

تهئية: اذ الصغرية الآتية:

- 1- صف الثنائيات  $(M, R)$  او  $M_R$  المؤلف من المجموعات المعرف عليها
- 2- صف المورفزمات  $(N, S) \rightarrow (M, R)$  حيث  $u: M \rightarrow N$  تطبيق ما يحقق:

$$\forall x, y \in M, (x, y) \in R, (u(x), u(y)) \in S$$

شكل فئة زمرة لها  $\bar{M}$

البرهان: واضح

تهئية: للاجل الفئة  $\bar{M}$  يوجد:

- 1- دالي مباشر:  $C: \bar{M} \rightarrow \text{set's}$
- 2- معرف بالشكل:  $C((M, R)) = M$
- 3- يوجد دالي مباشر:  $Q: \bar{M} \rightarrow \text{set's}$
- 4- معرف بالشكل:  $Q((M, R)) = M_R$

البرهان: اوضح انه العلاقة:

$$C: \text{obl}(\bar{M}) \rightarrow \text{obl set's}$$

المعرف بالشكل:  $C((M, R)) = M$

هي تطبيق أشياء

لتكن  $u: M_R \rightarrow N_S$  مورفزم للفئة  $\bar{M}$  لتصح:

$$c(u): c(M_R) \rightarrow c(N_S)$$

$$: M \rightarrow N$$

$$c(u) = u \quad \text{حيث}$$

: تطبيق مورفزمات دقيق

$$c(I) = I = I$$

$$M_R \quad M \quad c(M_R)$$

$$\forall u, v \in I \quad c(u \cdot v) = u \cdot v = c(u) \cdot c(v)$$

c. واضح ان تطبيق استياء

تطبيق مورفزمات:

$$Q: \text{Mor}(I) \rightarrow \text{Mor}(\text{set's})$$

$$I \text{ مورفزمات } u: M_R \rightarrow N_S \quad \text{ليكن}$$

$$Q(u): Q(M_R) \rightarrow Q(N_S)$$

$$: M_R \rightarrow N_S$$

$$\bar{a} \in \text{MIR} \quad \text{ليكن}$$

$$\bar{a}_R = \{x \in M, (x, a) \in R\}$$

$$\bar{u}(a)_S = \{u(x) \in N : (u(x), u(a)) \in S\}$$

$$Q(u)(\bar{a}) = \bar{u}(a)$$

$$u: \text{MIR} \rightarrow \text{MS} \quad \text{لعرف}$$

$$\bar{u}(a)_S = \bar{u}(a)_S$$

$$M_R \in \text{obl}(I) \quad \text{ليكن}$$

$$I_{M_R}: M_R \rightarrow M_R$$

$$Q(I_{M_R}) = Q(M_R) \rightarrow Q(M_R)$$

$$: \text{MIR} \rightarrow \text{MIR}$$

$$\forall \bar{a} \in \text{MIR} \quad Q(I_{M_R})(\bar{a}) = I_{M_R}(\bar{a}) = \bar{a}$$

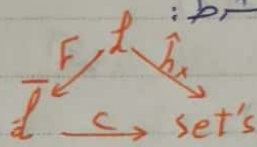
$$Q(I) = I = I$$

$$M_R \quad M_R \quad Q(M_R)$$

$$\begin{aligned}
 u: M_R &\rightarrow N_S && \text{ليكن} \\
 v: N_S &\rightarrow H_T \\
 Q(v \cdot u)(\bar{a}_R) &= \overline{v \cdot u(a)_T} \\
 &= \overline{v(u(a))} \\
 &= Q(v)(u(a)_S) \\
 &= Q(v)Q(u)(\bar{a}_R) \\
 Q(v \cdot u) &= Q(v) \cdot Q(u)
 \end{aligned}$$

تعريف: ليكن  $d$  فئة و  $a \in \text{obl } d$  نقول ان  $x$  معرف عليه علاقة  
 تكافؤ اذا تحقق الشرط:

$$\begin{aligned}
 \forall y \in d \\
 C.F(y) &= \hat{h}_x(y) \\
 F(y) &= f(y, x)
 \end{aligned}$$



يوجد دلي على عز مباشرة:

$$\begin{aligned}
 F: d &\rightarrow \hat{d} \\
 C.F &= \hat{h}_x && \text{حيث}
 \end{aligned}$$

مقيدية: ليكن  $d$  فئة،  $u_1, u_2: B \rightarrow A$  مورفزمين للفئة  $d$  عندئذ يوجد  
 دلي مباشر  $F: d \rightarrow \text{set's}$  حيث:

$$F(x) = \{ f: f \in d(A, x), R \cdot u_1 = R \cdot u_2 \}$$

معرفة  
المجموعة  
السابقة

الدوران ليكن  $(x, y \in \text{obl } d)$  حيث  $x = y$  وليكن  $f \in F(x)$  عنده

$$f \in d(A, x) \text{ وبالتالي } f \in d(A, y) \text{ ولحق } L \cdot u_1 = L \cdot u_2$$

$$F(x) \subseteq F(y) \iff f \in F(y) \text{ ومنه}$$

وبطريقة متبادلة نجد ان  $F(y) \subseteq F(x)$

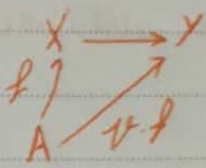
$$F(x) = F(y) \text{ ومنه الاحتمالية نجد ان}$$

ليكن  $v: x \rightarrow y$  مورفزم للفئة  $d$

$$F(v): F(x) \rightarrow F(y)$$

$$\forall f \in F(x): F(v)(f) = v \cdot f$$

وهو تطبيع



للتحقق من شرط الدالة المباشرة

لنا إذا  $y \in \text{Ob}(A)$  حسب  $I_y$

$$F(I_y) \cdot F(y) \rightarrow F(y)$$

$$\forall \lambda \in F(y) : F(I_y)(\lambda) = I_y \lambda$$

$$F(I_y) = \frac{I_y}{F(y)} = \lambda$$

$$u : X \rightarrow Y$$

$$v : Y \rightarrow Z$$

$$v \circ u : X \rightarrow Z$$

$$F(v \circ u) : F(X) \rightarrow F(Z)$$

$$\beta \in F(X) : F(v \circ u)(\beta) = (v \circ u) \cdot \beta$$

$$= v \cdot (u \cdot \beta) = F(v)(u \cdot \beta)$$

$$= F(v) \cdot (F(u)(\beta)) = F(v) F(u)(\beta)$$

$$F(v \circ u) = F(v) \cdot F(u)$$

دالة F دالة مباشرة

النتيجة الخاصة