

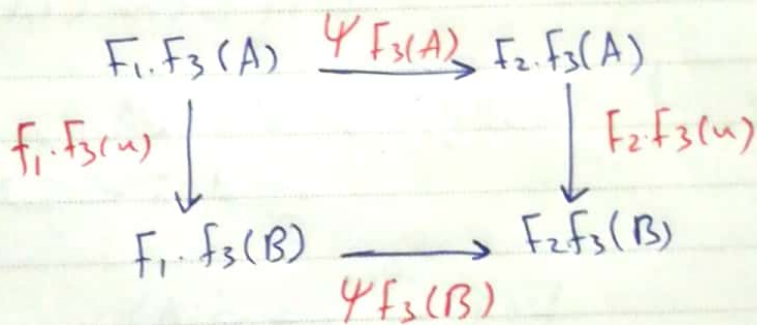
المحاورة المباشرة

تكوين: لنفرض $f_1: A \rightarrow B$ و $f_2: B \rightarrow C$ و $f_3: C \rightarrow D$ دوال مباشرة
 لنفرض ان $\psi: A \rightarrow D$ معرفه ذلك حينئذ يوجد معرفه ψ في $A \rightarrow D$
 $\psi \circ f_3 = f_2 \circ f_1$ معرفه ذلك
 $\psi \circ f_3(A) = \psi(f_3(A)) \quad \forall A \in \text{ob}(C_1)$

البرهان: ان $f_1, f_3: A \rightarrow C$ و $f_2, f_3: C \rightarrow D$ دوال مباشرة
 معرف $\psi \circ f_3: A \rightarrow D$
 ان $\psi \circ f_3(A) = \psi(f_3(A)) \quad \forall A \in \text{ob}(C_1)$

$\psi \circ f_3(A) = \psi(f_3(A))$

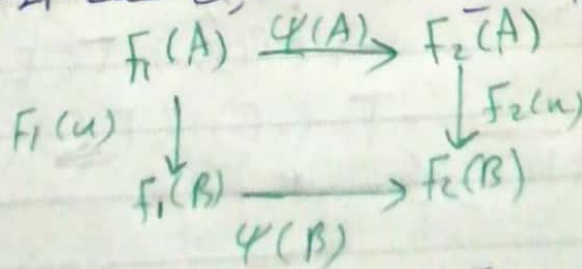
لنفرض $u: A \rightarrow B$ معرفه في C_1



$f_2 \circ f_3(u) \circ \psi \circ f_3(A) = \psi \circ f_3(B) \circ f_1 \circ f_3(u)$

$f_2 \circ f_3(u) \circ \psi \circ f_3(A) = f_2 \circ (f_3(u) \circ \psi \circ f_3(A)) \dots$

لنفرض ψ معرفه في C_1 و u معرفه في C_1 ان $\psi \circ f_3(A) = \psi(f_3(A))$



$f_2(u) \circ \psi(A) = \psi(B) \circ f_1(u) \quad \psi \circ f_3(A) = \psi(f_3(A))$

مصفية + تامة:

$$= \psi F_3 (B) F_1 (F_3(u))$$

$$= \psi F_3 (B) F_1 F_3(u)$$

مصفية ψF_3 مورينزم داي

كلمات الضاد:

تعريف: ليكن $F: I_1 \rightarrow I_2$ دالة مباشرة فنقول F تكافؤات
 اذا وجد دالي مباشر $G: I_2 \rightarrow I_1$ واي مورينزبات داي
 $f: I_2 \rightarrow G \cdot f$, $\psi: I_1 \rightarrow F \cdot \psi$ فنقول

$$F \cdot \psi = \psi \cdot F$$

مبرهنة: اذا كان $F: I_1 \rightarrow I_2$ تكافؤات دالي مباشر

(A, B) نقطتي $A, B \in \text{ob } I_1$ البنية:

$$F_{A,B}: I_1(A,B) \rightarrow I_2(F(A), F(B))$$

كناية مقام

(2) لاجل $M \in \text{ob } (I_2)$ يوجد $N \in \text{ob } (I_1)$ بحيث:

$$F(N) \cong M$$

البرهان: ليكن F تكافؤات فانه يوجد دالي
 داي مورينزبات داي

$$f: I_2 \rightarrow G \cdot f \quad \psi: I_1 \rightarrow F \cdot \psi$$

$$F \cdot \psi = \psi \cdot F$$

فنقول

(1) ليكن $a, b \in I_1(A, B)$ حيث

$$F_{A,B}(a) = F_{A,B}(b)$$

$$G \cdot F(a) = F \cdot G(b)$$

منه

ولذلك هو مورفزم دالي u مورفزم للفئة \mathcal{A} في \mathcal{B} والحفظ التام u بدلي

$$\begin{array}{ccc} A & \xrightarrow{\ell(A)} & G.F(A) \\ \downarrow u & & \downarrow G.F(u) \\ B & \xrightarrow{\ell(B)} & G.F(B) \end{array}$$

$$G.F(u) \cdot \ell(A) = \ell(B) \cdot u$$

ولذلك هو مورفزم دالي

$$\ell(B)^{-1} \cdot G.F(B) \longrightarrow B$$

$$\ell(B)^{-1} \cdot G.F(u) \cdot \ell(A) = \ell(B)^{-1} \cdot \ell(B) \cdot u$$

$$\ell(B)^{-1} \cdot G.F(u) \cdot \ell(A) = I_B \cdot u = u \quad (1)$$

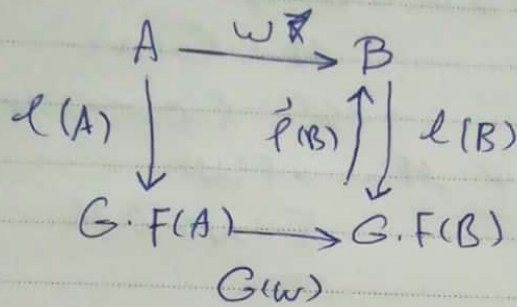
ولذلك هو مورفزم دالي u في \mathcal{A} والحفظ التام u بدلي

$$\begin{array}{ccc} A & \xrightarrow{\ell(A)} & G.F(A) \\ \downarrow u & & \downarrow G.F(u) \\ B & \xrightarrow{\ell(B)} & G.F(B) \end{array}$$

$$\begin{aligned} G.F(u) \cdot \ell(A) &= \ell(B) \cdot u \\ \ell(B)^{-1} \cdot G.F(u) \cdot \ell(A) &= \ell(B)^{-1} \cdot \ell(B) \cdot u \\ &= u \end{aligned} \quad (2)$$

وهذا $u = v$ وبالتالي F قبلي

$w: F(A) \rightarrow F(B)$ نريد ان نعلم ان w هو F خالص



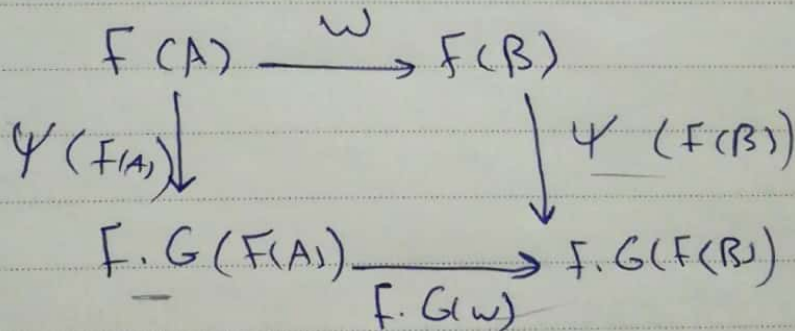
$$w^* = \ell(B)^{-1} \circ G(w) \circ \ell(A) \in \mathcal{L}(A, B) \quad \sim \frac{1}{2}$$

صيغة القسمة $\frac{1}{2}$

$$F(w^*) = w \quad \text{نريد ان نعلم ان}$$

$$\begin{aligned}
 F(w^*) &= F(\ell(B)^{-1} \circ G(w) \circ \ell(A)) \\
 &= F(\ell(B)^{-1}) \cdot F(G(w)) \cdot F(\ell(A)) \quad \text{فد ان F خطية} \\
 &= F(\ell(B)^{-1}) \cdot \underbrace{F(G(w) \circ \ell(A))}_{F \circ \ell \circ w} \quad \text{ف $F \circ \ell = \psi \circ F$ }
 \end{aligned}$$

نريد ان نعلم ان w هو F خالص، لاحظ ان $\ell(A)$ و $\ell(B)$ هما F خالصين



$$\psi(F(B)) \cdot w = F \cdot G(w) \cdot \psi(F(A))$$

$$\begin{aligned}
 F(w^*) &= F(\ell(B)^{-1}) \cdot \psi(F(B)) \cdot w = F(\ell(B)^{-1}) \cdot F(\ell(B)) \cdot w \\
 &= F[(\ell(B)^{-1}) \circ \ell(B)] \cdot w = F(I_B) \cdot w =
 \end{aligned}$$

$$I_{F(B)} \cdot w = w$$

وهذا هو المطلوب

ع لیکہ $(\mathbb{R}, \text{ob } \mathcal{L}_1)$ عندئذ
 $G(M) \in \text{ob } \mathcal{L}_1$

لقرضوان $N = G(M)$

ولان ψ ایزومورفزم دائی \sim :

ایزومورفزم الفتنج $\psi: M \rightarrow F(N)$

$$F(N) \cong M$$

انقہ الحی جزه

