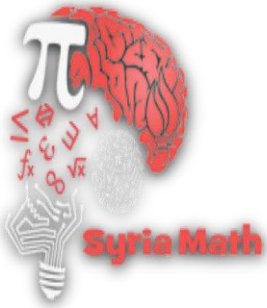


◄ دكتور المادة: خليل يحيى

◄ المحاضرة: الأولى ◄ عنوان المحاضرة: مفاهيم عامة في المعادلات التفاضلية

المحتوى العلمي : أهلاً بكم أصدقائي سندرس في هذه المحاضرة :

١- التعريف بالمقرر.

٢- مفاهيم عامة في المعادلات التفاضلية.

٣- مرتبة و درجة المعادلة التفاضلية.

٤- منشأ المعادلات التفاضلية (الهندسي والميكانيكي وحذف الثوابت)

مفردات المقرر

الفصل الأول: ويشتمل على:

مفاهيم عامة-مرتبة المعادلة التفاضلية (المعادلات التفاضلية من المرتبة الأولى "حسب المشتق")

- القابلة لفصل المتحولات
- المتجانسة والتي ترد الى متجانسة.

الفصل الثاني: ويشتمل على:

المعادلات التفاضلية التامة و المعادلات التفاضلية غير التامة و عوامل التكميل

الفصل الثالث: ويشتمل على:

المعادلات التفاضلية الخطية- المعادلات التفاضلية من مراتب عليا

لنبدأ الآن في الفصل الأول:

تعريف المعادلات التفاضلية:

هي كل علاقة تحتوي متغيرات المستقلة x والدالة المبحوث عنها y ومشتقات هذه الدالة ... , y'', y'

ملاحظة:

١- عندما تكون الدالة تحوي متغير واحد فندعو عندها المعادلة التفاضلية بالمعادلة التفاضلية العادية

٢- عندما تكون الدالة تحتوي على عدة متغيرات ندعوها بالمعادلة التفاضلية الجزئية

مرتبة المعادلة التفاضلية:

وهي أعلى مرتبة اشتقاق تحتويها المعادلة التفاضلية.

و بالتالي تكون المعادلة التفاضلية العادية هي العلاقة بين المتغير المستقل x و الدالة المجهولة لهذا المتغير و مشتقات هذه الدالة:

$$f(x, y, y', y'', y''', \dots\dots, y^n) = 0$$

*حيث أن: y تابع لـ x

ملاحظة: يجب وضع مرتبة الاشتقاق بين قوسين إذا مثلتها بالأرقام بدل الفتحات

$$y^{(1)}, y^{(2)}$$

درجة المعادلات التفاضلية:

و هي أعلى درجة لأعلى مرتبة اشتقاق في المعادلة التفاضلية...

مثال توضيحي:

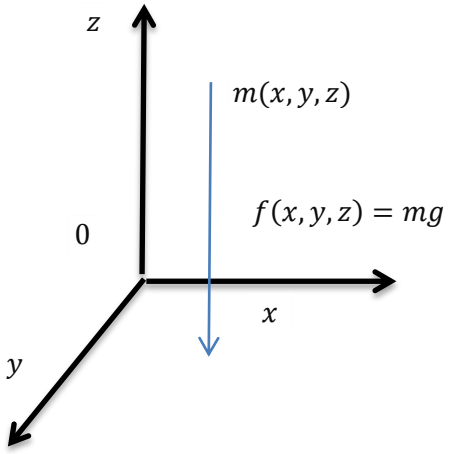
١- $y'^2 + yy' + 1 = 0$ وهي معادلة من المرتبة الأولى من الدرجة الثانية

٢- $y'' + yy' + 3 = 0$ و هي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية و من الدرجة الأولى

منشأ المعادلات التفاضلية:

أولا: منشأ هندسي: كثير من الخواص التي يحققها منحني ما أو عدة منحنيات يمكن التعبير عنها بمعادلة تفاضلية اعتمادا على خواص المماسات والنواظم والتقوس وهكذا....

ثانيا: منشأ ميكانيكي: فروع الميكانيك من حركة وتحريك و توازن مليئة بالمعادلات التفاضلية، فإذا فرضنا أن نقطة مادية في مستوي شاقولي $0xyz$ تخضع لقوة F و هذه النقطة ثقيلة (لها وزن) حيث ثقلها mg



فإن مركبات القوة لهذا المستوي:

$mx'' = 0$
$my'' = 0$
$mz'' = -mg$

نقوم بالمكاملة بالنسبة لـ t :

$mx' = c_1$
$my' = c_2$
$mz' = -mgt + c_3$

ملاحظة:

$f = m\alpha$

القوة= التسارع ضرب الكتلة

و بالإسقاط على محاور الإحداثيات

أوجدنا أول ثلاثة معادلات

حيث المشتقات الثانية للمواضع هي تسارعاتها على كل محور إحداثي

و بالمكاملة مجددا نحصل على معادلات الحركة:

$mx = c_1t + c_4$
$my = c_2t + c_5$
$mz = -\frac{1}{2}mgt^2 + c_3t + c_6$

حيث أن: $(c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6)$ هي ثوابت التكامل

ثالثا: كذلك فإن حذف الثوابت الاختيارية يتم بإيجاد علاقات لهذه الثوابت وحذفها و بشكل عام فعند حذف n ثابتا اختياريا يؤدي بنا الى معادلة تفاضلية من المرتبة n.

مثال توضيحي:

$$y = c_1e^x + c_2e^{-x} + c_3$$

نشتق:

$$y' = c_1e^x - c_2e^{-x}$$

$$y'' = c_1e^x + c_2e^{-x}$$

Syria Math Team

$$y''' = c_1 e^{x} - c_2 e^{-x}$$

نلاحظ أن: $y' = y'''$ و منه بمكاملة الطرفين يكون لدينا $y = y'' + c$

إذن من حذف الثوابت حصلنا على معادلة تفاضلية التي تكون العلاقة الأولى حلاً لها.

انتهت المحاضرة ^ ^

"الوقت الذي تظن فيه ان كل شيء قد انتهى.... هو وقت البداية"

*إعداد: ماريا عبيد*عُلا الدالاتي*محمد أنس القزاز*

تنسيق: ولاء الأخضر

Syria Math Team